

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

**Manual de Laboratório de Física  
Experimental II**

**Profa. Hatsumi Mukai e Prof. Paulo R. G. Fernandes**

---

**agosto/2018**

O presente manual de Física Experimental II é uma continuação do Manual de Laboratório de Física Experimental I. Os Capítulos de 09 a 17 são conteúdos referentes às ementas das componentes curriculares de Física Experimental II e Laboratório de Física Experimental II, ofertadas pelo DFI. Nesse semestre, os pré-requisitos são: o conhecimento de confecção de relatório (Capítulo 1); medidas e erros (Capítulo 2); confecção, linearização e interpretação de gráficos (Capítulos 3 e 4). Os conteúdos que serão tratados nesse manual são referentes a Oscilações, Ondas, e Termodinâmica. Inicia-se com os experimentos de Pêndulo Simples e de Pêndulo Físico, abordando o Movimento Harmônico Simples e o Movimento Harmônico Amortecido. Posteriormente, é abordada uma forma experimental de se obter o valor numérico da constante elástica de molas (caso estático - sem oscilação) e a equação da constante elástica para o caso dinâmico (com oscilação) em um sistema massa-mola. A partir daí, passa-se ao experimento de cordas vibrantes (adaptação do experimento de Melde), onde se estuda o princípio de superposição de uma onda mecânica transversal. Em seguida, é apresentado como determinar a velocidade do som no ar utilizando um tubo de Kundt. Terminando este conteúdo, iniciam-se os experimentos referentes à Termodinâmica. A lei zero da termodinâmica é explorada, juntamente com a abordagem dos conceitos de temperatura e de equilíbrio térmico no experimento realizado com um termômetro a gás a volume constante, para obter o zero absoluto pelo processo de extrapolação e a constante dos gases ideais. Aborda-se, posteriormente, o fenômeno da dilatação linear para obter experimentalmente, o coeficiente de dilatação linear de diferentes materiais. Neste experimento também é apresentado o uso de novos equipamentos, como o de um manômetro de pressão e um sensor de temperatura, o PT100. A determinação experimental do Número de Avogadro é o assunto do próximo capítulo. Sendo esta, uma grandeza importante dentro da teoria cinética dos gases. Este é obtido utilizando o método de Langmuir para o ácido oléico. A partir daí, apresenta-se o experimento de calorimetria, explorando os conceitos da Lei de conservação de energia, e o efeito Joule para obter a capacidade térmica de um calorímetro e o calor específico de um óleo vegetal. E, por fim, mas não menos importante, apresenta-se um experimento abordando máquinas térmicas para obter o rendimento real, o de Carnot, explorando a primeira e a segunda leis da termodinâmica. Os créditos aos proponentes de cada experimento estão no próprio capítulo.

Os autores

## Movimento Periódico e Oscilação

O estudo, de movimentos periódicos e oscilatórios, nos conduziu a uma evolução científica e tecnológica como a invenção dos relógios mecânicos, determinação com precisão da primeira medição da aceleração gravitacional, comprovação científica da rotação da Terra, relógio biológico (ritmo circadiano<sup>1</sup>), entre outros. O movimento periódico é caracterizado por uma grandeza denominada período. Sendo o período o tempo gasto para completar um ciclo completo quando sua posição se repete em intervalos de tempos iguais. Enquanto que, o movimento oscilatório como o próprio nome diz, é caracterizado por um corpo que oscila e, tal movimento deve ser em torno de um ponto de equilíbrio. Quando se une os dois conceitos, temos o que é denominado de movimento harmônico. Este na sua forma mais simples, é representada pela equação:  $\theta(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ , onde  $A$  é a amplitude máxima,  $\omega$  a frequência angular e  $\phi$  fase inicial, grandezas. Quando estas se mantêm constante durante o movimento oscilatório, este é denominado Movimento Harmônico Simples (MHS). No caso em que no tempo total de oscilação, a amplitude vai diminuindo até cessar, temos o Movimento Harmônico Amortecido (MHA). E a equação do deslocamento é dada por:  $\theta(t) = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \phi)$ . Nesta equação,  $b$  é a constante relacionada à intensidade da força resistiva ( $F = -bv$ ) e é válida quando  $b < \sqrt{4mk}$  (a força de resistência é pequena quando comparada a força restauradora) e a constante  $k$  está relacionada à força restauradora. Temos ainda, que a força resistiva depende da velocidade ( $v$ ) no meio.

Apresentamos a seguir alguns experimentos abrangendo movimentos com oscilação e periodicidade. Estes são: Pêndulo Simples e Pêndulo Físico, neste capítulo, e Sistema massa-mola, no próximo capítulo (Capítulo 10). Além desses experimentos, podemos incluir o MCU estudado no Capítulo 6, embora lá não se tenha explorado estes conceitos no experimento. Nos experimentos dos Pêndulos, veremos que para pequenas amplitudes ( $\theta \leq 15^\circ$ ), em relação ao comprimento do fio  $L$ , vale relação  $\sin\theta \cong \theta$ , onde  $\theta$  é a posição angular inicial de liberação da

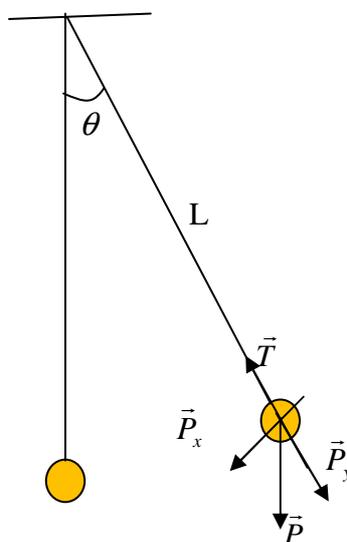
<sup>1</sup> **Ritmo circadiano** ou **ciclo circadiano** (do latim *circa* cerca de + *diem* dia) designa o período de aproximadamente 24 horas baseado no ciclo biológico de quase todos os seres vivos. É influenciado principalmente pela variação de luz, temperatura, marés e ventos entre o dia e a noite. O ritmo circadiano regula todos os ritmos materiais bem como muitos dos ritmos psicológicos do corpo humano, com influência sobre, por exemplo, a digestão ou o estado de vigília e sono, a renovação das células e o controle da temperatura do organismo. Site: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Ritmo\_circadiano].

massa pendular, e a equação de movimento é dada em termos da posição angular como  $\theta(t) = A\cos(\omega t + \phi)$  ou  $\theta(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ . Iremos explorar, no caso do pêndulo simples, ambas as situações: MHS e MHA.

## PARTE 1: PÊNDULO SIMPLES

Um pêndulo simples se define como uma massa suspensa ( $m$ ) por um fio inextensível, de comprimento  $L$  e massa desprezível em relação ao valor de  $m$ . Quando a massa é deslocada para uma posição  $\theta$  (ângulo que o fio faz com a vertical) e liberada (velocidade inicial zero), o pêndulo começa a oscilar. O caminho percorrido pela massa suspensa é chamado de *arco*. O *período de oscilação* que vamos chamar de  $T$  é o tempo necessário para a massa passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção, isto é, o tempo que a massa leva para sair de um ponto e voltar ao mesmo ponto percorrendo o mesmo arco. O pêndulo descreve uma trajetória circular; um arco de circunferência de raio  $L$ .

Estudaremos o movimento do pêndulo segundo a direção radial e a tangencial ao arco da curva. Na ausência de forças dissipativas (ou quando estas são desprezíveis), as forças que agem sobre o corpo de massa  $m$  são apenas duas: a força peso, de módulo  $mg$ , vertical para baixo e a ação da tração no fio, de módulo  $T$ , direção radial e apontado para o centro do arco de circunferência de raio  $L$  - indicados na Figura 9.1.



**Figura 9.1** – Representação esquemática de um pêndulo simples. No diagrama as grandezas  $\vec{T}$ ,  $\vec{P}$  são tração e força peso,  $L$  o comprimento até o centro de massa do corpo,  $\theta$  a amplitude inicial; Figura feita pela autora.

## PARTE 1A: MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES (MHS)

O movimento oscilatório ocorre na direção tangencial ao arco da curva, que denominamos de  $x$ . A segunda lei de Newton<sup>2</sup> permite escrever:

$$F_x = ma_x \quad , \quad (9.2)$$

nesta direção, temos somente a componente  $x$  da força peso (no caso, esta é uma força restauradora, em relação a posição de equilíbrio, surgindo assim um sinal negativo). Portanto, a equação (9.2) fica escrita como:

$$-P_x = ma_x \quad . \quad (9.3)$$

Na ilustração (Fig. 9.1), as componentes da força peso segundo as direções radial e tangencial são dadas por:

$$\text{Direção radial : } P_y = mg \cos \theta , \quad (9.4a)$$

$$\text{Direção tangencial : } P_x = mg \operatorname{sen} \theta . \quad (9.4b)$$

Substituindo a Equação (9.4b) na Equação (9.3), ficamos com:  $-mg \operatorname{sen} \theta = ma_x$ .

A aceleração pode ser escrita em termos da velocidade da seguinte forma:

$$a_x = a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} . \text{ Sendo, } v = \omega R , \text{ onde nesse caso } R = L \text{ (comprimento do fio),}$$

obtemos:  $a_x = a_t = R \frac{d\omega}{dt} = L \frac{d^2\theta}{dt^2}$  e ficamos com a seguinte equação:

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \operatorname{sen} \theta , \text{ ou:}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \operatorname{sen} \theta = 0 \quad . \quad (9.5)$$

### **Oscilações de pequena amplitude**

Desenvolvendo o  $\operatorname{sen} \theta$  da Eq. (9.5) em série de Taylor temos:

$$\operatorname{sen} \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \dots \dots \text{ (ângulo em radianos). Quando o ângulo de}$$

oscilação (amplitude) do pêndulo é pequeno ( $\theta \leq 15^\circ$ ), temos que  $\operatorname{sen} \theta \cong \theta$ , pois os outros termos serão menores ainda e podemos desprezá-los. Dessa forma, o pêndulo descreverá oscilações harmônicas descritas pela equação diferencial (Eq. 9.6):

---

<sup>2</sup> Lembrando sempre que as leis de Newton são aplicáveis em referenciais inerciais.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0, \quad (9.6)$$

cuja solução pode ser:  $\theta(t) = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi)$ . Substituindo esta solução, e a sua derivada segunda na equação diferencial, temos que esta solução somente é válida quando:  $\omega^2 = \frac{g}{L}$ . Uma vez que a frequência angular é dada por  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , temos que o período de oscilação do pêndulo será, portanto:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (9.7)$$

**Uma forma alternativa** de obter a Equação (9.7) é por meio dos conceitos de torque e momento de inércia. O torque é definido como:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ , seu módulo é dado por:

$$\tau = rF \sin\theta, \quad (9.8)$$

em que:  $r=L$ , e  $F=-P$  (força restauradora), e  $\theta$  o ângulo entre  $L$  e  $P$ . Lembrando ainda, que a segunda lei de Newton para movimento em rotação é dada por:  $\tau = I\alpha$ . Substituindo todas essas informações na Equação (9.8) ficamos com:

$$I\alpha = -Lmg \sin\theta.$$

Como:  $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$  e  $\sin\theta \cong \theta$  para ângulos pequenos, então:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -Lmg\theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Lmg}{I}\theta = 0, \quad (9.9)$$

que possui como solução:  $\theta(t) = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi)$ . Substituindo  $\theta(t)$  e sua derivada segunda ( $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\theta_{\max} \omega^2 \cos(\omega t + \phi)$ ) na equação diferencial

(Equação 9.9), obtém-se que:  $\omega^2 = \frac{Lmg}{I}$ . Como  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , o período de oscilação do pêndulo será,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Lmg}}$ . Como o momento de Inércia de um pêndulo simples é dado por  $I = mL^2$ . Reçaimos na Equação (9.7):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

**Glossário**

$$\hat{\text{Ângulo}} = \frac{\text{Arco}}{\text{Raio}} \Rightarrow \theta (\text{rad}) = \frac{x}{L} \text{ (para ângulos pequenos)}$$

$\theta$  = ângulo de oscilação, sendo também a amplitude.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \text{velocidade angular ou frequência angular}$$

T = período de oscilação = tempo necessário para uma oscilação completa

$$\nu = \frac{1}{T} = \text{frequência (expressa em Hz quando T é expresso em segundos)}$$

## **EXPERIMENTO 9.1: PÊNDULO SIMPLES - MHS**

### **OBJETIVOS:**

- Verificar a dependência da massa e do ângulo de liberação da massa no período.
- Obter experimentalmente a equação geral para o período de oscilação de um pêndulo simples para pequenas amplitudes;
- Determinar a aceleração da gravidade local;

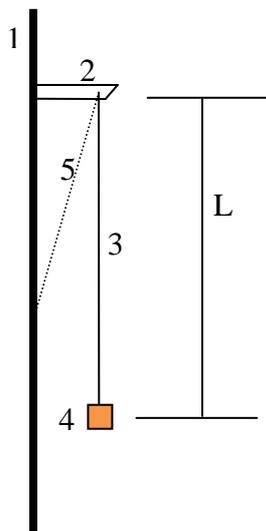
### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- Massa pendular;
- Fio de suspensão;
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor meia lua;
- Balança;
- Suporte na parede.

### **MONTAGEM EXPERIMENTAL**

Adote um comprimento de fio em torno de 3 m. Amarre uma das extremidades do fio na massa pendular ( $m$  – Figura 9.2 (3)), a outra extremidade passe pelo orifício do suporte (Figura 9.2 item (2)) que se encontra na parede (Fig. 9.2 (1)). Use o sistema de deslizamento do fio (Fig. 9.2 (5)) no orifício do suporte para controlar o comprimento do fio. Fixe o comprimento do fio ( $L$ ) a partir do suporte até a posição do centro de massa do corpo pendular, e fixe a

extremidade livre do fio com fita adesiva na parede, tal que o fio não deslize no seu suporte.



**Figura 9.2** – Figura esquemática (visão lateral) da montagem experimental de um pêndulo simples na posição de equilíbrio e  $L$  o raio da trajetória. Tem-se ainda que: (1) a parede, (2) suporte pendular; (3) fio; (4) massa pendular e (5) extensão do fio para o sistema de deslizamento para controle do comprimento do fio. Figura elaborada pela autora.

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

1. Para verificar a dependência do ângulo de liberação e da massa no período de oscilação, divida a turma em 4 equipes ou mais, dependendo do número de alunos e suportes disponíveis, cada equipe escolhe um ângulo  $\theta$  e uma massa pendular de valor diferente, bem como somente um valor de comprimento ( $L$ ) igual a todas as equipes (100,00 cm), as demais medidas de comprimentos devem diferir entre as equipes;
2. Anotem esses valores pré-determinados no quadro, e sigam o seguinte procedimento:
  - a. Ajuste o comprimento do fio do pêndulo de modo que tenha a medida pré-determinada da ponta do fio ao centro de massa da massa pendular ( $L$  indicado na Figura 9.2);
  - b. Marque com uma fita adesiva o ângulo ( $\theta$ ), aferida com um transferidor, obedecendo à relação de que este ângulo não deve ser maior do que  $15,0^\circ$  a partir da posição de equilíbrio;

- c. Para a realização do experimento, desloca-se a massa pendular da posição de equilíbrio (mantenha o fio paralelo a parede), até o ângulo  $\theta$  e libera-se a massa ( $v_0 = 0,00$  cm/s, sem impulso) e meça o tempo de 10 períodos, repetindo esta operação 3 vezes para cada comprimento L do fio; Utilize 5 diferentes comprimentos para L, sendo um dos comprimentos igual a de todas as equipes;
- d. Anotem os resultados nas Tabelas 9.1.

### **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Neste item são apresentados os dados experimentais aferidos por cada equipe. A sugestão é que cada equipe transcreva no quadro os dados experimentais da sua tabela, dando acesso para todos os demais colegas. Estes resultados devem ser apresentados nas Tabelas 9.1 (a) a 9.1 (d).

Tabela 9.1 (a): Dados Obtidos Experimentalmente dos tempos ( $t_i$ ) em segundos, para cada comprimento (L) em cm, ângulo de liberação ( $\theta$ ) em graus e massa pendular (m) em g – Equipe 1.

L(cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
$\theta =$		m =	

Tabela 9.1 (b): Dados Obtidos Experimentalmente dos tempos ( $t_i$ ) em segundos, para cada comprimento (L) em cm, ângulo de liberação ( $\theta$ ) em graus e massa pendular (m) em g – Equipe 2

L(cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
$\theta =$		m =	

Tabela 9.1 (c): Dados Obtidos Experimentalmente dos tempos ( $t_i$ ) em segundos, para cada comprimento (L) em cm, ângulo de liberação ( $\theta$ ) em graus e massa pendular (m) em g – Equipe 3

L(cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
$\theta =$	m =		

Tabela 9.1 (d): Dados Obtidos Experimentalmente dos tempos ( $t_i$ ) em segundos, para cada comprimento (L) em cm, ângulo de liberação ( $\theta$ ) em graus e massa pendular (m) em g – Equipe 4

L(cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
$\theta =$	m =		

### **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

- a) Calculem o tempo médio e o tempo de uma oscilação completa (1 período) e coloquem os resultados nas Tabelas 9.2 com seus respectivos desvios;

Tabela 9.2 (a): Dados do Tempo médio e período médio, para  $\theta =$  e m=

L(cm)	$t_m$ (s)	$T_m$ (s)

Tabela 9.2 (b): Dados do Tempo médio e período médio, para  $\theta =$  e m=

L(cm)	$t_m$ (s)	$T_m$ (s)

Tabela 9.2 (c): Dados do Tempo médio e período médio, para  $\theta =$   
e  $m =$

L(cm)	$t_m$ (s)	$T_m$ (s)

Tabela 9.2 (d): Dados do Tempo médio e período médio, para  $\theta =$   
e  $m =$

L(cm)	$t_m$ (s)	$T_m$ (s)

b) Observando os dados do período para o comprimento de 100,00 cm, entre as Tabelas 9.2, o que vocês concluem em relação à dependência da massa e do ângulo de liberação da massa no período de oscilação? Justifique sua resposta.

c) Escreva os dados do comprimento e do período, em ordem crescente do comprimento do fio, com seus respectivos desvios na Tabela 9.3. Para o comprimento de 100,00 cm faça a média do período entre as Tabelas 9.2. Lembrem-se de que são resultados de medidas experimentais, portanto devem ser representadas com seus respectivos desvios.



$B=0,0000059$ ),  $\varphi$  o valor da Latitude e H a altitude local acima do nível do mar em metros. Compare o resultado aqui obtido com ambos os resultados: a obtida experimentalmente bem como com a padrão utilizada na literatura científica citada no item (h).

j) Confira o resultado do item (i) com o obtido no site<sup>3</sup>:

<http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php> .

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS:**

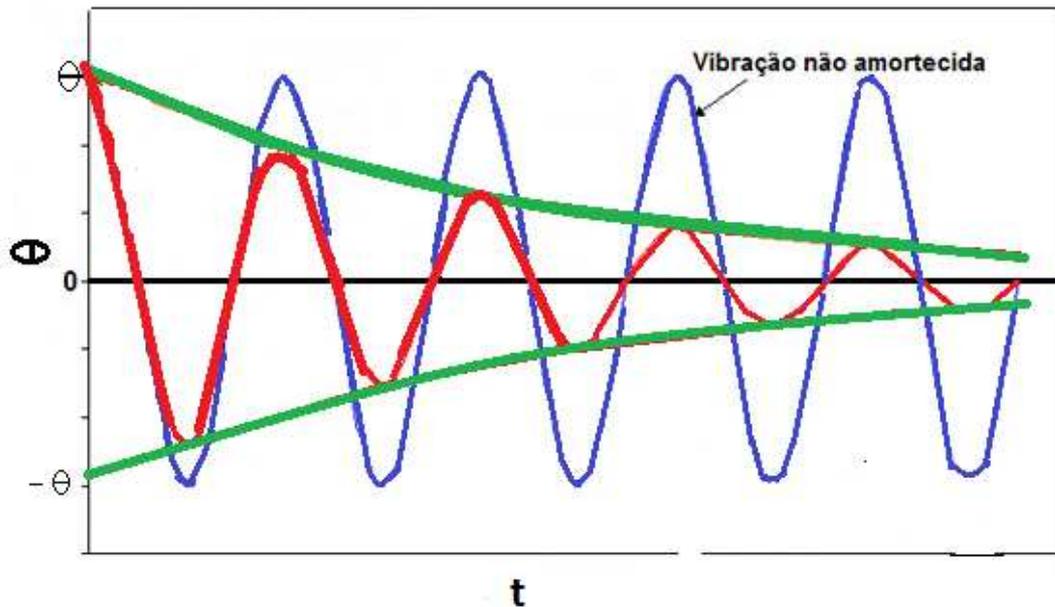
## **CONCLUSÃO (ÕES):**

### **• PARTE 1B: MOVIMENTO HARMÔNICO AMORTECIDO (MHA)**

No caso do MHA, a atuação da força de atrito (força resistiva) da massa pendular com o meio por um tempo mais longo, faz com que a amplitude de oscilação do pêndulo simples diminua com o tempo. E, a sua amplitude obedeça uma função que diminui com o tempo (Figura 9.3):

---

<sup>3</sup> A. Lindau, Gravity Information System of PIB, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, Germany, 2007.



**Figura 9.3:** Esboço de um gráfico da Amplitude ( $\theta$ ) versus tempo ( $t$ ) para a função exponencial (em verde), senoidal (em azul) e movimento amortecido (em vermelho), Figura adaptada da referência [http://ctborracha.com/?page\\_id=1189](http://ctborracha.com/?page_id=1189)

Na Figura 9.3, pode se observar que quando o movimento é harmônico simples, a oscilação se apresenta de forma repetitiva com mesma amplitude, e quando esta oscilação é afetada pela função exponencial, a amplitude vai diminuindo, indicando o movimento harmônico amortecido.

### Obtenção da equação da amplitude em função do tempo:

A força de atrito do corpo oscilante com o meio é diretamente proporcional a velocidade com que o corpo se move neste meio:  $F_A = -bv$ , sendo  $b$  a constante de amortecimento (ou coeficiente de resistividade do meio) que depende das características do sistema. Como:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(L\theta)}{dt} = L \frac{d\theta}{dt},$$

então:  $F_A = -bL \frac{d\theta}{dt}$ . Vimos que a componente tangencial da força no pêndulo simples é dada por  $F_t = -mg\theta$  para ângulos pequenos. Substituindo  $F_A$  e  $F_t$  na

segunda lei de Newton:  $F_A + F_t = ma = mL \frac{d^2\theta}{dt^2}$ , ficando com:

$-bL \frac{d\theta}{dt} - mg\theta = mL \frac{d^2\theta}{dt^2}$ ; Reescrevendo esta equação da seguinte forma:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{L} \theta = 0 \quad , \quad (9.10)$$

definindo  $\gamma = \frac{b}{m}$  e  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ , temos a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega^2\theta = 0.$$

A solução para esta equação envolve uma função exponencial (indicada na Figura 9.3):

$$\theta(t) = \theta_{\max} e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega t + \phi).$$

Desta equação temos que a amplitude é dada por

$$A(t) = \theta_{\max} e^{-\frac{\gamma}{2}t} \quad (9.11)$$

Caso o atrito fosse nulo, então  $\gamma = 0$ , e recairíamos na equação diferencial do MHS.

Aplicando logaritmo neperiano na Equação (9.11), ficamos com:

$\ln A = \ln \theta_{\max} - \frac{\gamma}{2}t$ . Portanto a inclinação da reta em papel monolog<sup>4</sup> de  $\ln A$  x  $t$ ,

nos fornece o valor de  $-\gamma/2$ . E, obtendo o valor de  $\gamma$ , podemos obter o valor da resistividade do meio (b).

## **EXPERIMENTO 9.2 – PÊNDULO SIMPLES - MHA**

### **OBJETIVOS:**

- Obter o coeficiente de resistividade (b) entre a massa pendular e o meio (ar);
- Aprender a confeccionar e interpretar um gráfico na escala monolog;

### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- Massa pendular;
- Fio de suspensão;
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor;
- Balança;
- Suporte na parede.

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

---

<sup>4</sup> Se utilizar o papel monolog da sala de aula, lembre-se que este é na base 10 e não na base  $e$ , deve se realizar a conversão no resultado obtido.

1. Com o auxílio do transferidor e lápis ou caneta de quadro branco (para paredes com azulejos) ou fita adesiva (para paredes comuns), marque na parede ângulos de 5 em 5 graus até 20°, a partir do centro do suporte (posição de equilíbrio da massa pendular), devidamente alinhado;
2. Adote um fio de comprimento de aproximadamente 3,0 m, e amarre uma de suas extremidades na massa pendular;
3. Passe a outra extremidade do fio no furo do suporte, regule o comprimento em torno de 2,5 m e fixe esta extremidade do fio em algum objeto da parede, ou com uma fita adesiva (Figura 9.2);
4. Pegue o pincel de quadro branco e pinte parte do fio, perto da massa pendular, para dar um contraste em relação a parede que é branca;
5. Desloque a massa pendular até o ângulo de 20° marcado na parede;
6. Ao liberar a massa (sem impulso, e paralelo a parede) acione o cronômetro ( $t_0 = 0,00$  s);
7. Quando a amplitude diminuir para 15°, anote o primeiro tempo. (Não trave o cronômetro no botão da direita, use a função em que trava para fazer a leitura, mas este deve continuar marcando o tempo, que é o botão a esquerda. Aperte uma vez ele trava para ler, e depois aperte outra vez para liberar);
8. Repita o procedimento do item 7, para as amplitudes de 10 e 5 graus. Afira o valor da massa pendular e anote o comprimento do fio L, do suporte até o seu centro de massa.
9. Anotem os dados na Tabela 9.4;

### **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Os dados da amplitude em graus variando de 20,0 a 5,0 graus de cinco em cinco graus, e os respectivos tempos de oscilação. Bem como os respectivos desvios, estão apresentados na Tabela 9.4.

Tabela 9.4: Dados da Amplitude em graus e do tempo para cada amplitude;

A (graus) = $\theta(^{\circ})$	t (min e segundos)

Anote o valor da massa m (Kg) e do comprimento do fio (L) em metros, com os respectivos desvios:

m =

L =

### **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

Transforme o tempo da Tabela 9.4 em segundos e anote na Tabela 9.5:

Tabela 9.5: Dados da Amplitude em graus e do tempo para cada amplitude.

A (graus) = $\theta(^{\circ})$	t (s)

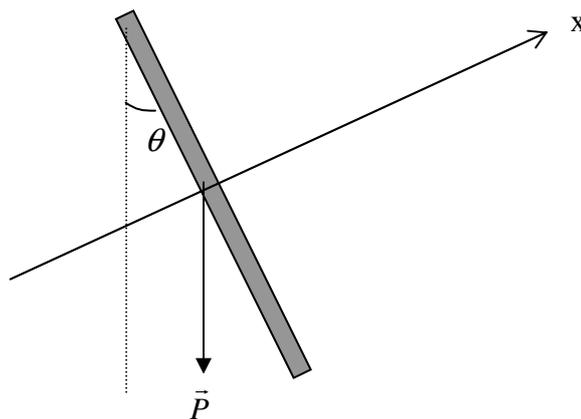
- Confeccione o gráfico da Amplitude (A) versus tempo t(s);
- Que tipo de comportamento forneceu o gráfico?
- Confeccione o gráfico em papel monolog de  $\ln A$  x t;
- Obtenha a inclinação da reta, e obtenha o coeficiente de resistividade (b).

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS:**

### **CONCLUSÃO (ÕES):**

## **PARTE 2: PÊNULO FÍSICO**

O Pêndulo Físico é um equipamento por um corpo que oscila em relação a um ponto de equilíbrio. No nosso caso adotaremos uma barra homogênea que oscila em torno de um ponto centrado em uma de suas extremidades (Figura 9.4).



**Figura 9.4:** Desenho esquemático de um pêndulo físico em formato de uma barra. Figura elaborada pela autora.

Momento de Inércia de uma barra homogênea cujo eixo de rotação encontra-se centralizado em uma das extremidades:

Considerando a densidade linear, ao longo do eixo x:  $\lambda = \frac{M}{L}$ ; Então em

$I = \int r^2 dm$ , temos que  $dm = \lambda dx$ , tal que:  $I = \int_0^L \lambda x^2 dx$ , portanto:

$$I_{teórico} = \frac{M}{L} \frac{L^3}{3} = \frac{ML^2}{3} \text{ [Kg m}^2\text{] ou [g cm}^2\text{]}. \quad (9.12)$$

### Para o experimento:

Utilizando a definição de torque:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ , onde  $|\vec{r}| = \frac{L}{2}$  a distância do eixo de rotação até onde atua a força que realiza o torque. Neste caso  $\vec{F} = \vec{P}$ . Sendo  $\theta$  o ângulo entre  $\vec{r}$  e  $\vec{P}$ , obtém-se:  $\tau = -\frac{L}{2} P \text{sen } \theta$  (o sinal negativo é devido estarmos trabalhando com uma força restauradora); Como  $\tau = I\alpha$ , onde  $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ , ficamos com:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{L}{2} mg \text{sen } \theta.$$

Para ângulos pequenos  $\theta \ll \Rightarrow \text{sen } \theta \approx \theta$ , e utilizando a seguinte notação:  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$ , ficamos com a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{\theta} + \frac{L}{2} \frac{mg}{I} \theta = 0.$$

Cuja solução é:  $\theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , derivando esta relação com relação ao tempo 2 vezes teremos ( $\ddot{\theta}$ ). Assim, substituindo  $\theta$  e  $\ddot{\theta}$  na equação diferencial, ficamos com:  $\omega^2 = \frac{L}{2} \frac{mg}{I}$ . Como  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , sendo T o período de oscilação, obtemos que:

$$I_{\text{exp.}} = \frac{mgLT^2}{8\pi^2} \text{ [kgm}^2\text{], ou [gcm}^2\text{]}. \quad (9.13)$$

Substituindo o momento de Inércia da barra (Equação 9.12) na Equação (9.13):  $\frac{mL^2}{3} = \frac{mgLT^2}{8\pi^2}$ , tal que:

$$g = \frac{8\pi^2 L}{3T^2}. \quad (9.14)$$

## **EXPERIMENTO 9.3 - PÊNDULO FÍSICO**

### **OBJETIVO:**

- Determinação da aceleração gravitacional via um Pêndulo Físico.

### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- Barra de metal com suporte (Pêndulo Físico)
- Cronômetro
- Trena
- Balança

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

- Retire a barra do suporte;
- Afira o comprimento da barra a partir de seu eixo de rotação;
- Afira o valor da massa da barra;
- Recoloque a barra no suporte;
- Desloque a barra em um ângulo menor ou igual a  $15^\circ$ ;
- Anote na Tabela 9.6, o tempo de 10 períodos;

### **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Apresenta se na Tabela 9.6 os resultados dos tempos para 10 oscilações completas, da massa da barra ( $m$ ) em Kilograma, do comprimento da barra ( $L$ ) em metros e o ângulo de liberação da barra ( $\theta$ ) em relação a sua posição de equilíbrio em graus.

Tabela 9.6 : Tabela dos dados experimentais para o pêndulo físico.

$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
$m=$	$L=$	$\theta=$

### **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

- Determine o período médio  $T$  e seu desvio, usando os dados da Tabela 9.6. Represente seu resultado como uma medida experimental;
- Determine a aceleração gravitacional e seu desvio, represente como uma medida experimental;

- Obtenha o desvio percentual;

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

## **CONCLUSÃO (ÕES)**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.1, 3ª Edição LTC Editora - (1998);
- [2] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.2, LTC Editora, 6ª Edição, capítulo 16, página 79 (2002).
- [3] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – 1 – Mecânica – 3ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);
- [4] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II/ DFI-UEM (2008 e 2013 a 2017).
- [5] H. Mukai, A. A. Savi e S. M. S. Stivari, Textos de aula de laboratório DFI/UEM 2009 a 2012.
- [6] P.Tipler – Física para Cientistas e Engenheiros – Vol 2 – Terceira Edição – LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., página 86 (1995) e P. Tipler – 4ª Edição – Vol 1- página 242 (1995).
- [7] D. Halliday, R. Resnick – Física = Vol.2 – 4ª Edição – Editora LTC, cap. 15 – página 16 (1996).
- [8] A.; D. Priore Filho, J. B. G. Canalle, J. R. Marinho, M. R. do Valle Filho, Física Básica Experimental, 2ª Edição, 1990.
- [9] L. G. Mezzalira, G. Moscati, J. M. E. Saffar, "Determinação alternativa da aceleração da gravidade" ENQUALAB-2006- Congresso e Feira da Qualidade em Metrologia Rede Metrológica do Estado de São Paulo – REMESP, SP, 2006;

# Capítulo 10

## OSCILAÇÕES MECÂNICAS: CONSTANTE ELÁSTICA<sup>1</sup>

Nos experimentos de Pêndulo Simples e Físico (Experimentos 9.1 a 9.3) exploramos entre outros, os conceitos de Movimento Harmônico Simples (MHS) (desprezando o atrito com o ar) e Movimento Harmônico Amortecido (MHA) (considerando o atrito com o ar). Entre as condições iniciais adotadas consideramos: velocidade inicial nula e o ângulo de deslocamento em relação a posição de equilíbrio pequeno ( $\theta \leq 15^\circ$ ). Vimos que ambos os pêndulos possuem movimento periódico, e a força restauradora é devido à atuação da força da gravidade que faz com que a massa sempre retorne à sua posição de equilíbrio. Em um sistema massa-mola, este também realiza um MHS, não mais de forma angular, mas linear,  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , e que com o decorrer do tempo a amplitude do movimento diminui, sendo um MHA para o tempo total de movimento ( $x(t) = A(t) \cos(\omega t + \varphi) = x_M e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \varphi)$ ). Neste caso  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ , e  $b < \sqrt{4mK}$ , a força restauradora é dada pela lei de Hooke ( $F = -Kx$ ).

No experimento de oscilações mecânicas o foco será o estudo das distensões lineares de molas helicoidais (movimento unidimensional) quando submetida a uma determinada força externa,  $F_{EXTERNA}$ . As distensões,  $\Delta x$ , dos materiais elásticos (e as molas se inserem nesse contexto) possuem em geral, uma relação não linear com a força externa aplicada. No entanto, a linearidade é obedecida até um determinado valor da  $F_{EXTERNA}$ . Sendo assim, dentro do limite da

---

<sup>1</sup> A proposta do experimento foi feita no DFI pelo Prof. Me. Arlindo Antonio Savi. E, depois adaptada pelos autores do presente texto.

linearidade, a relação entre a força,  $F_{EXTERNA}$ , aplicada numa dada direção  $x$  de um material elástico, e a respectiva distensão (elongação) produzida nessa direção é do tipo  $K \Delta x$ , onde  $K$  é a constante de proporcionalidade entre a força aplicada e a distensão, e está relacionada à constante da mola. Analisando um material elástico na condição de equilíbrio, ou seja, a força de natureza elástica que atua no material terá a mesma intensidade e a mesma direção da força aplicada externamente, porém com o sentido oposto. Assim, a força elástica é expressa como:

$$F_{ELÁSTICA} = -K\Delta x, \quad (10.1)$$

onde o sinal negativo indica que a força elástica é uma força restauradora, pois  $F_{ELÁSTICA}$  possui o sentido contrário ao da distensão  $\Delta x$ . A equação (10.1) expressa uma lei dos materiais elásticos conhecida como Lei de Hooke na qual  $K$  é denominada de constante elástica do material.

Considerando uma mola em espiral, feita de um material homogêneo e isotrópico, a Lei de Hooke (Eq. 10.1) expressará a relação entre a força elástica da mola e sua elongação (esticada ou comprimida). A constante elástica da mola,  $K$ , está relacionada com o módulo de rigidez e com a geometria da mola por intermédio da expressão<sup>2</sup> ([Vide dedução da equação no livro José Goldemberg- Física Geral e Experimental – Volume 1 – EDUSP – Página 494](#)):

$$K = \frac{G\Phi_{fio}^4}{8N\Phi_{Mola}^3}, \quad (10.2)$$

onde:

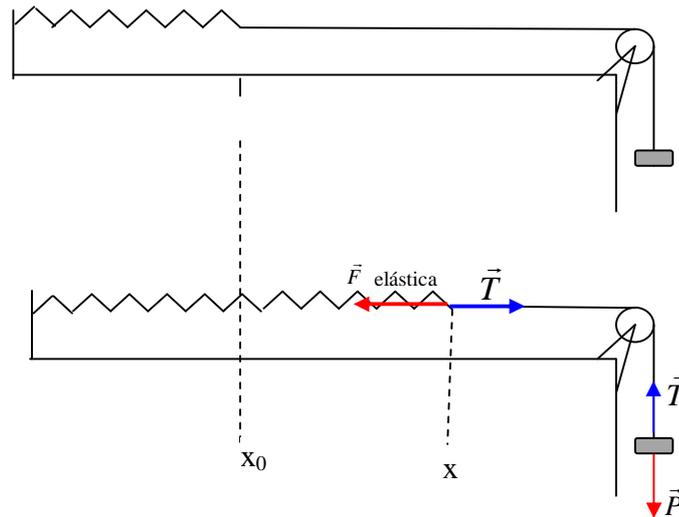
$\Phi_{fio}$  o diâmetro do fio que constitui a mola;

$\Phi_{Mola}$  o diâmetro interno da espira;

$N$  é o número de espiras e  $G$  é o módulo de rigidez do fio.

## Equações das Constantes Elásticas – Caso estático e dinâmico:

Teoricamente aplicando a segunda lei de Newton, para o sistema apresentado esquematicamente na Figura 10.1,



**Figura 10.1** – Esquema do arranjo experimental utilizado para o estudo de constante elástica;  $\vec{F}_{\text{elástica}}$  = força elástica;  $\vec{T}$  = força tensora;  $\vec{P}$  = força peso. Figura elaborada pela autora.

As equações para a constante elástica para cada caso (estático e dinâmico) ficam na forma (obtenham essas equações – (10.3) e (10.4)):

**Caso estático ( $a=0$ ):**

$$k_{\text{estático}} = \frac{mg}{\Delta x} \quad (10.3)$$

**Caso dinâmico ( $a \neq 0$ ):**

$$k_{\text{dinâmico}} = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (10.4)$$

Sendo,  $m$  a massa suspensa que provocará a distensão ( $\Delta x$ ) após ser submetida a força peso, e na Eq. (10.4)  $T$  é o período de oscilação provocada por uma pequena força externa.

<sup>2</sup> Para maiores detalhes, veja o livro: Mechanical Vibrations, Singiresu S. Rao, Addison-Wesley Publishing Company – 3rd edition-1995. pág. 27 –  $G_{\text{aço}} = 80 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ .

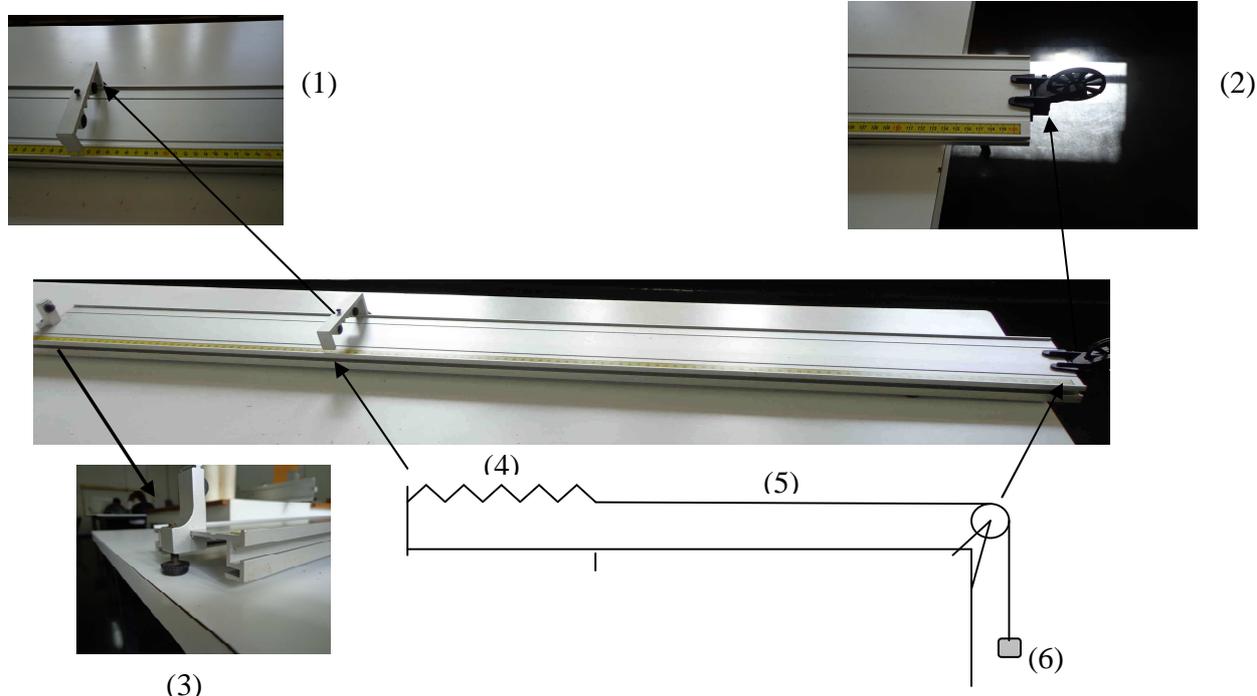
## PARTE EXPERIMENTAL

### Experimento 10 – CONSTANTE ELÁSTICA

**OBJETIVO GERAL:** Explorar conceitos de Oscilações Mecânicas no sistema massa-mola experimentalmente, reforçando os conceitos de movimento harmônico simples e amortecido.

#### MONTAGEM EXPERIMENTAL:

O sistema é constituído de uma mola helicoidal, fixa em um suporte lateral (1) no trilho da Pasco e na outra extremidade possui um fio inextensível que passa por uma roldana (2) e suspende diferentes massas com valores controlados (Figura 10.2), e em (3) o parafuso para nivelar o trilho em relação à bancada. No caso estático a massa suspensa é a massa base ( $m_0$ ) somente para manter o fio esticado e paralelo ao trilho, equivalente a posição inicial ( $x_0$ ). No caso dinâmico toda a massa suspensa faz parte do sistema, e irá oscilar em torno do ponto de equilíbrio ( $x_0$ ).



**Figura 10.2** – Foto do trilho da Pasco e seus componentes (1) suporte lateral, (2) roldana, (3) base para nivelar o trilho, e esquema do arranjo experimental utilizado para o estudo de constante elástica: (4) mola, (5) fio e (6) massa suspensa;

## **PARTE I – PARTE ESTÁTICA**

### **PARTE I A: DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DAS MOLAS**

**OBJETIVO ESPECÍFICO:** Obter experimentalmente o valor da constante elástica de molas de diferentes comprimentos.

#### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- 3 molas helicoidais de mesmo diâmetro e comprimentos diferentes;
- 1 paquímetro;
- 1 régua;
- massas de diferentes valores;
- 1 *clips* para ser usado como porta massas;
- 1 trilho da Pasco com suporte lateral e roldana ou 1 trilho da Azeheb com suporte lateral, roldana, e compressor de ar;
- Fio inextensível;
- Balança.

#### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

- 1) Meça o comprimento das molas com o paquímetro (considere somente a parte em espiral), anote na Tabela 10.1 em ordem crescente;
- 2) Enumere as massas a serem suspensas, afira seus valores e anote as na Tabela 10.1;
- 3) Faça a montagem experimental representada na Figura 10.1, para mola 1;
- 4) Coloque uma pequena massa suspensa por um “clips”, tal que a mola fique em estado de equilíbrio (o mais reto possível, sem saliência para baixo) e anote a posição  $x_0$ ;
- 5) Adicione a primeira massa que provocará o deslocamento a partir do  $x_0$ ;
- 6) Meça  $\Delta x = x - x_0$  e anote na Tabela 10.1;
- 7) Repita o processo para mais 3 massas suspensas de forma acumulativa, utilizando à mesma mola;

8) Repita os itens 2 a 5 para as demais molas.

**DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Apresenta-se na Tabela 10.1 os dados obtidos experimentalmente variando a massa suspensa para cada comprimento de mola.

Tabela 10.1 – Dados experimentais para um comprimento de mola ( $\ell$ ) e massas suspensas variáveis.  $m_s$  massa suspensa,  $\Delta x$  variação do deslocamento, com seus respectivos desvios;

	$\ell =$	$\ell =$	$\ell =$
m (g)	$\Delta x(\text{cm})$	$\Delta x(\text{cm})$	$\Delta x(\text{cm})$

**INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

A partir da Tabela 10.1, obtenha os valores com os seus desvios da força peso e transcreva as demais grandezas.

Tabela 10.2 – Valores dos comprimentos das molas, da força peso, variação do deslocamento com seus respectivos desvios.

	$\ell =$	$\ell =$	$\ell =$
P ( )	$\Delta x$ ( )	$\Delta x$ ( )	$\Delta x$ ( )

**$g=980,665\text{cm/s}^2$**

I.1 - Confeccione em uma única figura (Figura 10.3) o gráfico de  $P$  versus  $\Delta x$  para os respectivos comprimentos (teremos 3 gráficos com inclinações diferentes), **faça os devidos ajustes das retas**. Para quem for utilizar o módulo de escala no eixo das abscissas, adote o maior valor entre as três colunas do deslocamento ( $\Delta x$ ) para dividir o intervalo disponível no papel milimetrado (Equação 3.1).

I.2 - Qual é a dimensão da constante de proporcionalidade, o que representa fisicamente no nosso sistema?

I.3 - Determine os valores das constantes de proporcionalidade, compare seus resultados com os obtidos via Equação 10.3.

1.4 - Qual a relação matemática de proporção existente entre as 3 constantes elásticas?

1.5 - Qual a relação entre o comprimento da mola e as constantes elásticas? Justifique.

## **PARTE I B: DETERMINAÇÃO DO MODO DE RIGIDEZ DA MOLA**

**OBJETIVO ESPECÍFICO:** Obter o módulo de rigidez de uma mola a partir do valor de sua constante elástica, dos diâmetros do fio e da espira, e do número de espiras;

### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- Paquímetro;
- mola;

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

1. Selecione uma mola e conte o número de espiras, anote na Tabela 3.
2. Utilizando um paquímetro meça o diâmetro do fio, e o diâmetro interno da espira. Anote os dados na Tabela 3;

### **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Na Tabela 10.3 apresenta-se os dados aferidos do número de espiras, diâmetro do fio, e diâmetro interno da espira.

Tabela 10.3: Dados do número de espiras (N), diâmetro do fio ( $\Phi_{fio}$ ) e diâmetro interno da espira ( $\Phi_{mola}$ ).

N=
$\Phi_{fio}$ =
$\Phi_{mola}$ =

### **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

Utilizando a Equação (10.2) e o resultado da constante elástica da mola selecionada obtida na parte Ia, obtenha o valor do módulo de rigidez desta mola, e compare seu valor com o da literatura e identifique o material da mola;

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **CONCLUSÃO**

## **PARTE II: CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLA – CASO DINÂMICO**

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Obter experimentalmente a equação da constante elástica de uma mola em oscilação.

### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- 3 molas helicoidais de mesmo diâmetro e comprimentos diferentes;
- 1 régua;
- massas de diferentes valores;
- 1 clipe para ser usado como porta massas;
- 1 trilho da Pasco com suporte lateral e roldana ou 1 trilho da Azeheb com suporte lateral, roldana, e compressor de ar;
- Fio inextensível;
- Balança
- Cronômetro

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

#### **PARTE II-A: COMPRIMENTO DA MOLA ( $\ell$ ) FIXO E MASSAS SUSPENSAS (M) VARIÁVEIS**

1) Escolha uma mola, uma massa  $m$ , e monte o sistema da Figura 10.2;

**OBS: Lembre-se de anotar os valores das massas a serem suspensas ( $m$ ).**

- 2) Desloque o sistema da condição de equilíbrio (pequena força externa, faça uns testes antes, para que a mola não solte do suporte, e anote qual foi esse deslocamento para liberar da mesma posição nas repetições) e coloque-o para oscilar;
- 3) Com o auxílio de um cronômetro meça o tempo total para realizar 3 oscilações completas (1 período – processo de ida e volta); Repita o

procedimento mais 2 vezes. Anote os resultados na Tabela 10.4

- 4) Varie a massa  $m$  e repita o processo. Faça isso para 4 massas diferentes (cuidado para não deformar a mola por excesso de massa ( $m$ ), não coloque mais do que 150 g no suporte);

### DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:

Na Tabela 10.4 apresenta-se os resultados obtidos experimentalmente dos tempos de 3 oscilações completas para cada massa suspensa (colocadas acumulativamente), considerando uma única mola (comprimento fixo).

Tabela 10.4 – Dados experimentais:  $m$  massa do sistema em g,  $\ell$  o comprimento da mola e  $t_i$  os tempos de 3 períodos.

$\ell =$			
$m(g)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$

### INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:

Com os dados da Tabela 10.4 obtenha os respectivos valores dos tempos e períodos médios com os desvios. Anote os resultados na Tabela 10.5.

Tabela 10.5 – Dados Experimentais.  $m$  massa do sistema,  $t_m$  tempo médio de 3 períodos e  $T_m$  período médio.

$m(g)$	$t_m(s)$	$T_m(s)$

II.a1 – Por meio dos dados da Tabela 10.5, confeccione no **papel di-log** o gráfico  $m \times T_m$  ( Figura 10.4).

II.a2 - Utilizando o gráfico da Figura 10.4, escreva a relação entre  $m$  e  $T_m$  ?

### PARTE II - B – COMPRIMENTO DA MOLA ( $\ell$ ) VARIÁVEL E MASSA SUSPensa (M)

**FIXA**

**PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

Utilizando as mesmas molas da parte I (cujas constantes já conhecemos da parte estática) e uma massa fixa (a escolha fica a critério do grupo) repita o procedimento descrito nos itens 1) a 5) na parte II-a; Coloque os dados na Tabela 10.6;

**DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Na Tabela 10.6, apresenta os dados dos tempos de 3 oscilações completas obtidos experimentalmente, para cada mola, considerando a massa suspensa fixa.

Tabela 10.6 – Dados Experimentais, valor fixo da massa suspensa ( $m$ ), comprimento da mola  $\ell$  variável; e  $t_i$  o tempo de 3 períodos.

$m=$			
$\ell$ (cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)

**INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

Complete a Tabela 10.7 com os dados do comprimento da mola, os valores da constante elástica de cada mola obtida na parte estática e o tempo e o período médio de oscilação, os resultados devem ser expressos com seus respectivos desvios.

Tabela 10.7 – Dados Experimentais.  $\ell$  comprimento da mola;  $K$  constante elástica obtidas na parte I (estática);  $t_m$  e  $T_m$  é o tempo e o período médio respectivamente.

$m=$			
$\ell$ ( )	$K$ ( )	$t_m$ (s)	$T_m$ (s)

II. b1 - Confeccione o gráfico  $K \times T_m$  (Figura 10.5) no **papel di-log**.

II. b2 - A partir do gráfico da Figura 10.5, obtenha a relação entre essa duas

grandezas;

## **Parte III - União da Parte II-a e II-b:**

### **Interpretação dos Resultados**

III.1 -Das relações obtidas entre  $m$  e  $T_m$  como também entre  $K$  e  $T_m$  obtenha uma única relação envolvendo o período, a massa e a constante elástica;

III.2 - Obtenha a constante de proporcionalidade do item III.1) (da união IIa e IIb) Por meio de um gráfico (Figura 10.5). Ajuste a reta utilizando o método dos mínimos quadrados.

III.3 - Auxilie-se na análise dimensional e **escreva a equação final da constante elástica para o caso dinâmico.**

III.4 - Compare o resultado final experimental com o resultado teórico (obtido via Eq. 10.4). Calcule o desvio percentual entre os resultados da constante elástica para cada mola.

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **CONCLUSÃO (ÕES)**

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II – Capítulo 10 e apêndice E, (2008 a 2017);

[2] J. H. Vuolo – Fundamentos da Teoria de Erros – 2ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);

[3] J. Goldemberg – Física Geral e Experimental - 1º Volume - Companhia Editora Nacional - EDUSP – página 494 (1970);

# Capítulo 11

## **CORDA VIBRANTE<sup>1</sup>**

Em Física, ao estudarmos ondas, que são perturbações periódicas no tempo que se propagam oscilantes no espaço, consideramos as mecânicas e as eletromagnéticas. As ondas mecânicas necessitam de um meio para se propagar, já as eletromagnéticas não, estas se propagam no vácuo. Neste capítulo, realizaremos um experimento de ondas mecânicas em que iremos gerar uma onda transversal estacionária em uma corda (fio de cordonê).

### **Ressonância – ondas estacionárias:**

Consideremos um fio fixo nas suas extremidades e sujeita a uma tração (Figura 11.1). Se excitarmos um ponto deste fio por meio de um alto-falante, toda a extensão do fio entrará em vibração. São as chamadas Oscilações Forçadas. Quando a frequência de vibração emitida pelo alto-falante, for igual a uma das frequências próprias do fio, dizemos que a vibração e o fio estão em ressonância. Neste caso, a amplitude de vibração do fio é máxima e formam-se ondas estacionárias.

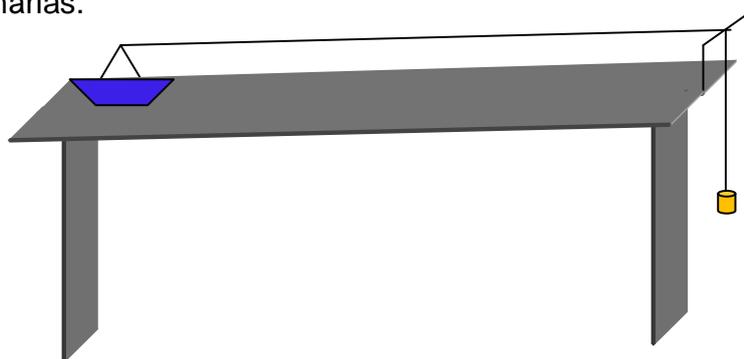


Figura 11.1: Figura esquemática de um fio (cordonê) fixo a um suporte que está acoplado a um alto-falante, sujeito a uma tração causada por uma massa suspensa que passa por um suporte em forma de um L invertido. Figura laborada pela autora.

<sup>1</sup> Os créditos da montagem experimental e proposta de implementação do DFI são dos Professores: W. R. Weinand, E. A. Mateus e I. Hibler. Bem como ao texto original – Referência [1], cedido pelo Prof. Irineu Hibler.

Para que se possa colocar a frequência em relação ao número de ventres, necessitamos saber como é a equação de uma onda progressiva. Esta equação (considerando-se a propagação na direção de  $x_+$ ), em termos da amplitude ( $y_m$ ), número de onda ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda), frequência angular ( $\omega$ ) e tempo (t), é dada pela equação (11.1):

$$y = y_m \text{sen}(kx - \omega t). \quad (11.1)$$

Uma onda estacionária se forma pela superposição de duas ondas que tenham a mesma frequência, velocidade e amplitude e que se propaguem em sentidos opostos. Assim, **a equação final** de duas ondas superpostas ( $y_1 = y_m \text{sen}(kx - \omega t)$  e  $y_2 = y_m \text{sen}(kx + \omega t)$ ), levando em conta o princípio de superposição de uma onda,  $y = y_1 + y_2$ , temos que<sup>2</sup>:

$$y = 2y_m \text{sen}(kx) \cos(\omega t). \quad (11.2)$$

Na onda estacionária, cada ponto (cada valor de x), tem sua amplitude dada por:

$$y'_m = 2y_m \text{sen}(kx). \quad (11.3)$$

Na equação (11.3) temos que a amplitude será máxima, e igual a  $2y_m$ , para:

$$kx = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \dots, \text{ ou}$$
$$x = \frac{\lambda}{4}; \frac{3\lambda}{4}; \frac{5\lambda}{4}; \dots .$$

Esses pontos são denominados de *antinodos* ou *ventres*, estando distanciados entre si de meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ), Fig. (11.2).

---

<sup>2</sup> Onde foi utilizada a seguinte propriedade matemática:

$$\text{sen}(a \pm b) = \text{sen}a \cos b \pm \text{sen}b \cos a .$$

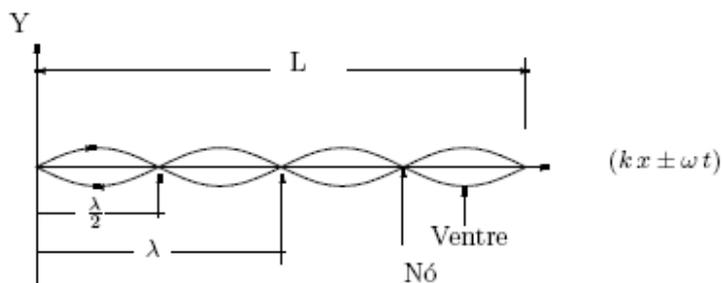


Figura 11.2 - Figura esquemática de uma onda Estacionária, onde  $L$  é o comprimento do fio,  $\lambda$  o comprimento de onda. (Figura confeccionada e cedida pelo Prof. Irineu Hibler).

Também pela equação (11.3), temos que a amplitude será mínima, e igual à zero, quando:

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, \text{ ou}$$

$$x = \frac{\lambda}{2}; \lambda; \frac{3\lambda}{2}; \dots$$

Tais pontos denominam-se nodos, e também estão distanciados entre si de meio comprimento de onda (Fig. 11.2).

Em nosso experimento, usaremos um fio de comprimento ( $L$ ), fixo em ambas as extremidades. Uma das extremidades é presa a um alto-falante que vibra com frequência ( $f$ ) e amplitude pequena e a outra extremidade ligada a uma massa, após passar por uma roldana (Fig. 11.3). Este experimento é uma adaptação do experimento de Melde<sup>[6]</sup>, onde no lugar do autofalante utilizava-se um diapasão.

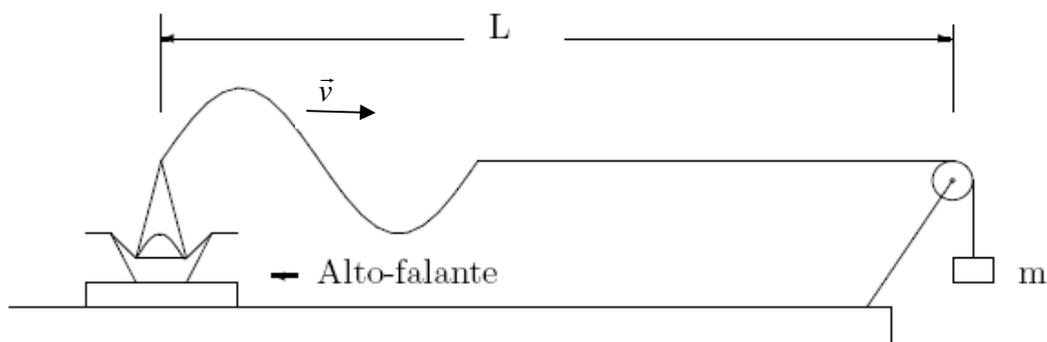


Figura 11.3 - Figura esquemática da montagem experimental. Sendo  $m$  a massa suspensa,  $\vec{v}$  a velocidade com que a onda se propaga, e  $L$  o comprimento do fio. (Figura confeccionada e cedida pelo Prof. Irineu Hibler).

As ondas provocadas pelo alto-falante percorrem o fio, são invertidas pela reflexão fixa, no suporte em L invertido, e retornam à extremidade inicial com uma variação de fase de  $180^\circ$ . Como a amplitude do alto-falante é pequena, ele reflete a onda como se fosse um suporte fixo, e a onda é novamente invertida voltando a percorrer o fio no sentido inicial.

Como as ondas incidentes e refletidas possuem a mesma frequência e se propagam em sentidos opostos, sob condições apropriadas, elas podem combinar-se produzindo ondas estacionárias. Nesse momento, o fio e o alto-falante estão em ressonância, sendo o comprimento ( $L$ ) do fio um múltiplo inteiro de meios comprimentos de onda, Fig. (11.2). Portanto, na ressonância

$$L = n \left( \frac{\lambda}{2} \right) \quad (11.4)$$

onde  $n = 1, 2, 3, \dots$  representa o número de ventres. Isto quer dizer que, para valores diferentes de ( $n$ ), teremos vários modos de vibração (ou ressonância) do fio.

A velocidade com a qual a onda percorre um meio é determinada pelas propriedades deste. Para o caso de um fio longo e flexível, é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}, \quad (11.5)$$

em que,  $F$  é a tensão aplicada no fio, e  $\rho$  a massa por unidade de comprimento  $\left( \rho = \frac{m}{L} \right)$ .

O comprimento de onda ( $\lambda$ ) de uma onda progressiva é dado pela distância entre dois máximos sucessivos, isto é, a distância em que a forma da onda se repete, num intervalo de tempo igual ao período ( $T$ ). Dessa forma, a relação entre a frequência  $f$ , o comprimento de onda  $\lambda$ , e a velocidade  $v$ , de uma onda harmônica é dada pela equação:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (11.6)$$

Combinando as equações (11.4), (11.5) e (11.6) temos que a expressão geral para as frequências de vibração (ou ressonância) do fio, também chamados

de harmônicos é:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (11.7)$$

A equação 11.7 é conhecida como *fórmula de Lagrange*. Para  $n=1$ , tem-se o 1º harmônico ou frequência fundamental. As outras frequências chamadas de 2º harmônico, 3º harmônico, etc..., (Figura 11.4) são múltiplos da frequência fundamental, ou seja,

$$f_n = n f_1 \quad \text{com} \quad f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho}} . \quad (11.8)$$

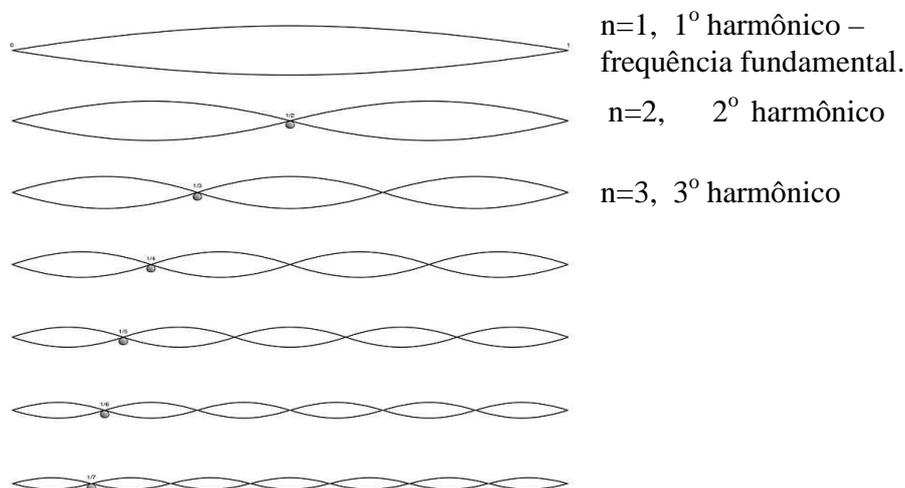


Figura 11.4: Figura esquemática das ondas para as frequências de ressonância, número de ventres (n) e os harmônicos.

## PARTE EXPERIMENTAL

### Experimento 11: Corda Vibrante

#### OBJETIVOS:

**Objetivo Geral:** Gerar ondas estacionárias em uma corda (fio cordonê<sup>3</sup>);

**Objetivos específicos:** Analisar a dependência da frequência de vibração do fio, com o número de ventres, com o comprimento do fio, e com a tensão aplicada. E, obter a velocidade de propagação de uma onda em estado estacionário;

<sup>3</sup> CORDONÊ - Linha Extra Forte de Algodão, Nº 0.

## **MATERIAIS UTILIZADOS**

- Fio tipo cordonê;
- 5 massas de valores diferentes;
- Suporte lateral;
- Trena;
- Balança;
- Auto-falante;
- Gerador de funções;
- Amplificador;
- Leitor da frequência (caso não tenha no gerador de funções);
- Papel de fundo escuro para contraste;

## **MONTAGEM EXPERIMENTAL**

A montagem do sistema experimental está apresentada na foto da Figura 11.5. Esta é constituída por: uma massa suspensa por um fio (1), suporte em L (2), demais massas a serem utilizadas (3) e, na outra extremidade da mesa, e na foto em destaque, o alto falante, gerador de funções com leitor de frequência, e sobre ele o amplificador (4).

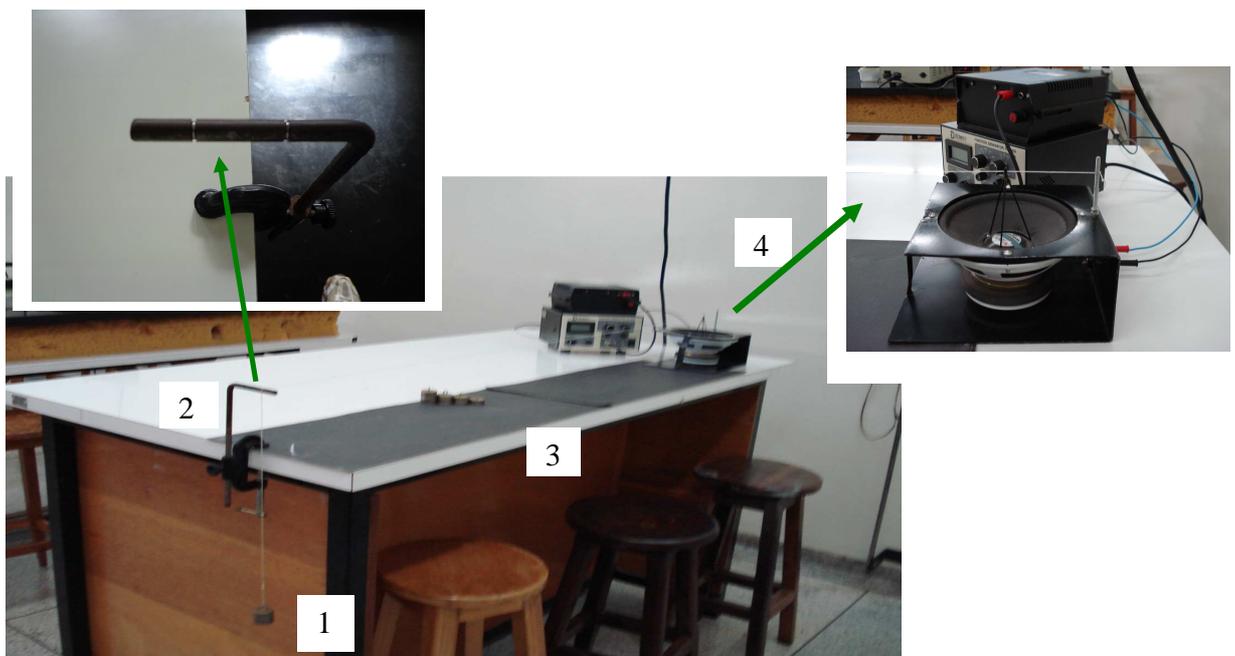


Figura 11.5 – (a) Foto da montagem experimental. (1) Massa suspensa por um fio, (2) suporte em L invertido e a ranhura em destaque onde apoiar o fio, (3) demais massas a serem utilizadas e (4) na outra extremidade da mesa e em destaque o alto falante, gerador de funções e sobre ele o amplificador.

## **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

- 01- Afira os valores das massas em ordem crescente de tamanho e anote os seus valores na Tabela (11.1);
- 02 - Monte o sistema, como especificado na Fig. (11.3 e 11.5), utilizando a menor massa e adequando as escalas dos instrumentos;
- 03 – Alinhe o sistema tal que o fio fique paralelo à mesa, e alinhado com relação a ranhura do suporte em L invertido;
- 04- Selecione a escala de 50 Hz no gerador, mantenha o amplificador na metade da escala, e a partir do zero, aumente lentamente a frequência do gerador até o fio entrar em ressonância, no modo de vibração fundamental ( $n=1$ ) – Figura 11.4. Anote o valor desta frequência na Tabela (11.1). Caso o botão do gerador já esteja no limite, aumente a escala para 500 Hz, ao ocorrer à vibração o mesmo deve ser silencioso, caso fique realizando zunidos, diminua a escala do amplificador, ou gerador; Estas escalas são para os geradores mostrados na Figura 11.5. [Há outros geradores em que se deve iniciar na escala de 10 Hz e depois mudar para 100 Hz.](#)

**Obs. 1: Antes de aumentar de escala no gerador de ondas, sempre diminua ou zere a amplificação e zere o botão seletor da frequência.**

- 05- Obtenha agora as frequências de ressonância para os harmônicos  $n = 2, 3, 4$  e  $5$  e anote os valores na Tabela (11.1).

**Obs. : Procurar a máxima amplitude, em cada caso.**

- 06 - Meça o comprimento ( $L$ ) do fio entre o alto-falante e o suporte em L invertido, a medida deve ser tomada do primeiro nodo ao último nodo, e anote na Tabela (11.1);
- 07- Repita a experiência para outros 4 valores da massa ( $m$ ) na ordem crescente. Registre os resultados obtidos, na Tabela (11.1);
- 08- Zere a fonte e o amplificador e desligue o sistema;

09 – Meça o comprimento ( $\ell_{\text{fio}}$ ) e a massa ( $m_{\text{fio}}$ ) de um fio de mesmo material que o utilizado no experimento (adote um comprimento maior que 2 metros, devido a precisão da balança). Anote os dados na Tabela 11.1.

## DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE

Na Tabela 11.1 apresenta-se os obtidos experimentalmente das frequências de ressonância para os números de ventres variando de 1 a 5 formadas para cada massa suspensa.

Tabela 11.1 – Medidas das frequências (f) em função do número de ventres (n) e da tração aplicada ao fio de comprimento L sob a atuação de uma força peso de massa m.

	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
$m \times 10^{-3}$ (Kg)	f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)	f(Hz)
$L_{\text{experimento}} =$	Para o cálculo da densidade				
$m$	$m_{\text{fio}} =$				Kg
	$\ell_{\text{fio}} =$				m

## INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

- Determine a densidade linear do fio  $\left( \rho = \frac{m_{\text{fio}}}{\ell_{\text{fio}}} \right)$ :

### 11.1 - Dependência da frequência de ressonância com o número de ventres (modo de vibração) <sup>[1-4]</sup>.

- Para verificar a dependência da frequência de ressonância com o número de ventres (modo de vibração), utilize os dados da Tabela (11.1) e confeccione o gráfico ( $f \times n$ ) no papel milimetrado.
- Interprete o seu gráfico, obtendo a relação entre as variáveis envolvidas.

c) Qual o significado físico da constante de proporcionalidade? (Compare o valor dos coeficientes angulares com os dados da Tabela 11.1).

### 11.2 – Dependência da frequência de ressonância com o comprimento do fio:

Utilizando os dados da Tabela (11.1), obtenha a dependência da frequência com o comprimento do fio, para isso considere como fio, a parte da mesma compreendida entre dois nós consecutivos. O novo comprimento ( $L_n$ ) será então

$$L_n = \frac{L}{n}.$$

a) Com base nesta mesma linha de raciocínio, utilizando os dados da Tabela 11.1, complete a Tabela (11.2):

Tabela 11.2 - Dados obtidos via dados experimentais da Tabela 11.1 - Frequência em função do comprimento.

N	L=	m	
	$f(s^{-1})$	$L_n = \frac{L}{n} (m)$	$\frac{1}{L_n} (m^{-1})$
1			
2			
3			
4			
5			

b) Confeccione o gráfico  $f \times \frac{1}{L_n}$ , no papel milimetrado; Ajuste a reta. Qual equação você obteve e o que significa fisicamente o coeficiente linear e angular desta equação?

c) Escreva a relação matemática entre as variáveis envolvidas;

d) Qual o significado físico da constante de proporcionalidade? Reescreva sua relação considerando essa grandeza física;

e) Obtenha a equação de Lagrange com o auxílio da equação (11.4).

### 11.3 – Dependência da frequência de ressonância com a força tensora:

- a) Por fim, obtenha ainda com os dados da Tabela 11.1, a dependência da frequência de ressonância com a força tensora ( $F=T = P= m_s g$ ), para isso escolha um modo de vibração 9ª que apresentou melhor resultado no item 11.1) e complete a Tabela 11.3. Considere  $g = 9,80665m/s^2$ .

Tabela 11.3 – Frequência em função da força tensora.

n=		
$f(s^{-1})$	$f^2(s^{-2})$	$F(N)$

- b) Confeccione o gráfico  $f^2 \times F$ , Ajuste a reta, e escreva a equação da reta ajustada. O que significa fisicamente o coeficiente linear e angular desta equação? (Estão relacionadas com quais grandezas físicas?)
- c) Escreva a relação matemática entre os parâmetros envolvidos.
- d) Faça a análise dimensional e obtenha a equação de Lagrange.

### Questões:

- a) Utilizando a equação (11.8) obtenha as frequências dos harmônicos ( $f_i$ ,  $i = 1 - 5$ ) e compare com os resultados experimentais (Tabela(11.1)), obtendo o desvio percentual. Coloque seus resultados em uma tabela ( $f_T$ ,  $f_{Exp.}$ ,  $D\%$ ).
- b) Desconsiderando os erros experimentais, você acha que a equação de Lagrange prevê as conclusões tiradas da experiência?
- c) Usando a equação de Lagrange e os valores das constantes de proporcionalidades ( $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$ ) obtidas nos itens: 11.1, 11.2. e 11.3 obtenham os valores para a densidade linear ( $\rho$ ) do fio utilizado. Ache o desvio percentual e justifique qual o melhor resultado, em relação ao valor calculado anteriormente (antes do item 11.1) com os valores medidos diretamente de  $m$  e  $L$ .

d) Utilizando a Eq. (11.5), calcule a velocidade ( $v$ ) do trem de ondas para cada massa suspensa. Qual fornece o melhor resultado? Justifique sua resposta.

e) Teste o resultado obtido no item anterior (d), por meio da Eq. (11.6).

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

## **CONCLUSÃO (ÕES)**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] W. R. Weinand, E. A. Mateus e I. Hibler, Óticas e Ondas, UEM, DFI, pág. 3 a 9 (2006);

[2] D. Halliday.; R. Resnick, Gravitação, Ondas e Termodinâmica. 3a ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Vol. 2, Cap. 17. (1991);

[3] J. Goldemberg, Física Geral e Experimental. São Paulo - SP, Companhia Editora Nacional USP, Vol. 1, (1968);

[4] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II, DFI/UEM (2008 a 2017).

[5] P. Tipler, Gravitação, Ondas e Termodinâmica, 3a ed. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Koogan S.A., Vol. 2, (1991);

[6] M. W. White e K. Manning, Experimental College Physics – Third Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc., pág. 147 (1954);

# Capítulo 12

## VELOCIDADE DO SOM<sup>1</sup>

As ondas sonoras são ondas longitudinais, que podem se propagar em sólidos, líquidos e gases.

As partículas do meio oscilam paralelamente à direção de propagação da onda, de modo que, quando a onda sonora se propaga em um meio material, como o ar, ou um gás qualquer, produzem neste, zonas de compressão e rarefação<sup>[2]</sup>, enquanto a onda passa.

As ondas sonoras se propagam em todas as direções a partir da fonte, no entanto, é mais fácil tratar da propagação em uma dimensão.

A velocidade com a qual uma onda sonora percorre um meio, quando a variação da pressão não é muito grande, é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}} \quad (12.1)$$

onde,  $\rho$  é a densidade e  $\beta$ , o módulo volumétrico de elasticidade do meio, que se define como a razão entre a variação de pressão ( $p$ ) e a variação relativa de volume ( $V$ ), ou seja:

$$\beta = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} \quad (12.2)$$

A Eq. (12.1) é válida para qualquer meio, seja ele um gás, um líquido ou um sólido, entretanto, para sua dedução, é assumido que o meio esteja confinado em um tubo, de modo que a onda se mova em uma só direção. Esta condição é

---

<sup>1</sup> Os créditos da montagem experimental e proposta de implementação do DFI são dos Professores: W. R. Weinand, E. A. Mateus e I. Hibler. Bem como ao texto original – Referência [1], cedido pelo Prof. Irineu Hibler.

geralmente satisfeita para um gás ou um líquido. Para um sólido, é necessário substituir  $\beta$  por  $Y$  -- módulo longitudinal de Young.

Podemos modificar a Eq. (12.1), apresentando-a de uma forma, que mostra claramente, que a velocidade da onda sonora depende da temperatura absoluta  $T$  (Kelvin) do meio, onde ela se propaga. Para isso, a partir da Primeira Lei da Termodinâmica aplicada a um gás ideal, em um estado de equilíbrio termodinâmico, **obtenha** para a velocidade da onda sonora a equação:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (12.3)$$

onde:  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  é a razão entre o calor específico do gás, a pressão constante, e o seu calor específico, a volume constante (para o ar  $\gamma \approx 1,402$ );  $M$  - massa molecular (para o ar  $M = 29,0 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/mol}$ );  $R$  - constante universal do gases ideais ( $R = 8,31 \text{ J/mol K}$ ) e  $T$  – temperatura absoluta.

Com base na Equação (12.3) encontramos que a velocidade do som no ar, a  $0^\circ\text{C}$  é, aproximadamente  $331,5 \text{ m/s}$ . E, esta equação nos mostra que a velocidade do som, em qualquer gás é diretamente proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta. Tal que, a razão entre as velocidades a temperatura  $T_1$  e  $T_2$  fornece a equação:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (12.4)$$

Neste experimento (Figura 12.1), as ondas percorrem a coluna de ar, sendo refletidas no nível da água (extremidade fechada do tubo), com uma defasagem de  $180^\circ$  retornando à extremidade aberta, onde são novamente refletidas, porém, sem inversão de fase. A interferência dessas ondas dá origem a ondas estacionárias, sempre que a coluna de ar, de comprimento  $L$ , satisfizer a condição de ressonância, isto é, vibrar com a mesma frequência do gerador.

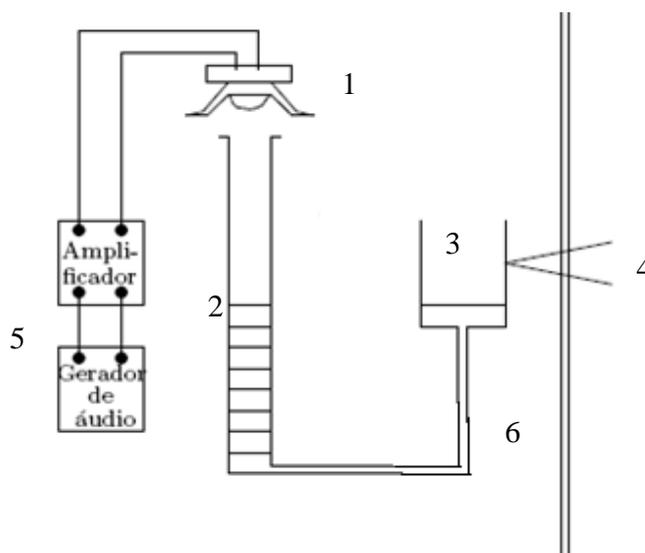


Figura 12.1 – Figura esquemática do experimento tubo de Kundt. Constituído por: 1 - alto-falante; 2 - tubo de vidro; 3 - reservatório de água, 4 - suporte; (5) do amplificador e gerador de função (gerador de áudio) e (6) a mangueira de conexão do reservatório para o tubo de vidro. Figura cedida pelo Prof. Irineu Hibler e adaptada pelos autores.

Para um tubo com uma extremidade aberta e outra fechada, a condição é

$$L_n = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \quad (12.5)$$

onde  $n=1,2,3,\dots$  representa o  $n^{\circ}$  de ventres.

A Eq. (12.5) nos mostra que só estarão presentes os harmônicos de ordem ímpar e a configuração da onda estacionária (de deslocamento), consiste de um nodo na superfície da água e de um antinodo próximo à extremidade aberta, como mostra a Fig. (12.2).

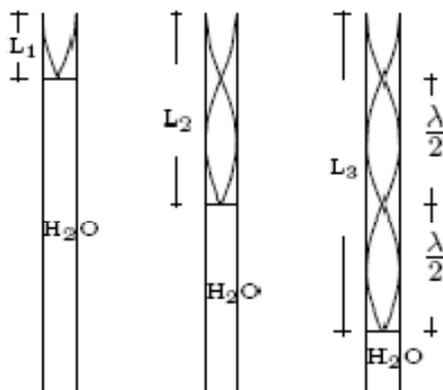


Figura 12.2 - Figura esquemática, dos tubos com uma extremidade fechada – Ondas de deslocamento.

Na prática, os antinodos de pressão (nodos de deslocamento) são percebidos pelo aumento da intensidade do som. Assim, se medirmos a distância entre dois antinodos sucessivos, que equivale a meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ), e conhecendo-se a frequência ( $f$ ) do gerador, podemos determinar a velocidade do som, à temperatura ambiente, através da Eq.(12.6), a seguir:

$$v = \lambda f . \quad (12.6)$$

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **EXPERIMENTO 11 – VELOCIDADE DO SOM NO AR**

#### **OBJETIVOS**

**Objetivo Geral:** Determinar a velocidade do som no ar.

#### **Objetivos específicos:**

- Gerar ondas estacionárias no ar contido em um tubo de Kundt;
- Determinar a velocidade do som no ar, à temperatura ambiente, a partir de medidas do comprimento de onda, para uma dada frequência;
- Determinar a velocidade do som no ar a 0 °C.

#### **MATERIAIS UTILIZADOS**

- 1 tubo de vidro
- 1 reservatório de água;
- 1 mangueira de conexão entre o reservatório e o tubo de vidro;
- 1 alto-falante;
- fios conectores para o amplificador (parte de trás);
- 1 gerador de funções;
- 1 amplificador;
- recipiente com água;
- Giz, ou caneta de quadro branco (3 cores)
- 1 Trena
- 1 Termômetro

#### **MONTAGEM EXPERIMENTAL**

A Figura (12.3) apresenta a foto da montagem experimental. Este consta de um tubo de vidro (3) que encerra uma coluna de ar à temperatura ambiente, limitada na parte inferior por uma coluna de água que se comunica com um reservatório de água (1). Dessa forma, o comprimento “L” da coluna de ar pode ser variado pelo movimento (para cima e para baixo) do reservatório, enviadas para o interior do tubo, através de um alto-falante acoplado a um gerador de funções, de frequência conhecida. Na Figura apresentamos 2 tipos de gerador de funções (7) e (8).

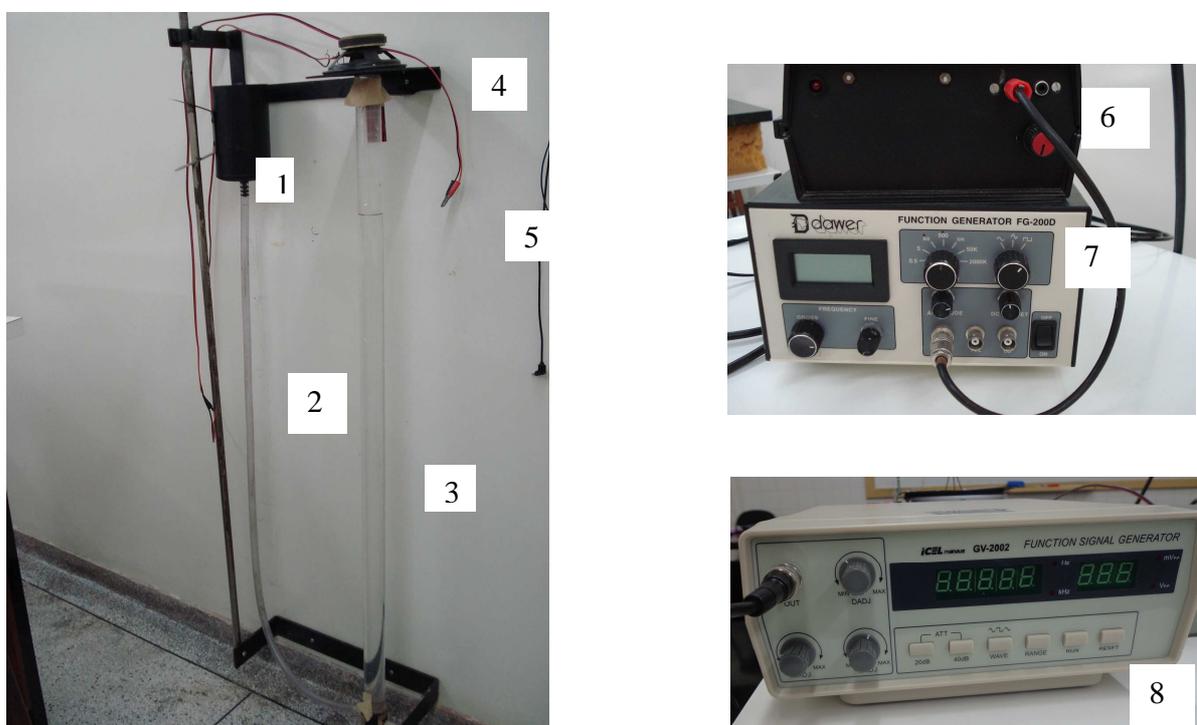


Figura 12.3 – Fotos da montagem experimental. 1- reservatório de água; 2- mangueira de conexão entre o reservatório e o tubo de vidro; 3- tubo de vidro; 4 – alto-falante; 5 – fios conectores para o amplificador (parte de trás); 6 – amplificador; 7- gerador de funções (DOWER) ou 8 – gerador de funções (ICEL).

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1 – Posicione o reservatório na sua posição mais baixa e coloque água no mesmo, observando que a água se eleva no tubo de vidro. Acrescente água até que o tubo de vidro esteja quase cheio;

2 - Ligue o gerador de funções, o amplificador e escolha uma frequência entre 700 a 1.000 Hz.

3 - Lentamente, vá elevando o reservatório, isso fará com que o nível da água vai abaixando no tubo de vidro. Conforme o nível de água vai variando, procure identificar os antinodos de pressão (nodos de deslocamento), por meio do aumento da intensidade do som nesses pontos. Com um pincel de quadro branco, marque a posição desses pontos, no tubo (utilize uma cor para cada frequência).

**Obs.:** Procure precisar, a posição dos antinodos, elevando e abaixando o nível da água, várias vezes.

3 - Com a trena meçam a distância entre cada par de antinodos consecutivos ( $\lambda/2$ ) e anote na Tabela (12.1). Repita mais duas vezes.

04 - Repita os procedimentos (2) e (3) para mais duas frequências e anote na Tabela 12.1.

5. Anote a temperatura ambiente na Tabela 12.1.

**OBS:** Como temos somente um equipamento por sala, sugerimos que dividam a turma em 3 grupos e cada grupo afira os dados para uma determinada faixa de frequência, e para preencher a Tabela 12.1, troquem as informações entre os grupos.

## DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE

Nas Tabelas 12.1, 12.2 e 12.3, apresenta-se os dados das medidas de meio comprimento de onda,  $\lambda$ , (distância entre dois nós consecutivos), repetidas três vezes para cada frequência (f). Onde T é a temperatura ambiente durante o processo de medida.

Tabela 12.1 – Medidas do comprimento de onda ( $\frac{\lambda}{2}$  (m)), frequência (f) e temperatura ambiente (T).

	$f_1 = ( \quad \pm \quad ) \text{ H z}$		
$\frac{\lambda}{2}$ (m)			
T=			

Tabela 12.2 – Medidas do comprimento de onda ( $\frac{\lambda}{2}$  (m)), frequência (f) e temperatura ambiente (T).

	$f_2 = ( \quad \pm \quad ) \text{ H z}$		
$\frac{\lambda}{2}$ (m)			
T=			

Tabela 12.3 – Medidas do comprimento de onda ( $\frac{\lambda}{2}$  (m)), frequência (f) e temperatura ambiente (T).

	$f_3 = ( \quad \pm \quad ) \text{ H z}$		
$\frac{\lambda}{2}$ (m)			
T=			

## INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

- a. Complete a Tabela (12.4), calculando, em cada caso, a frequência média para cada caso e o valor médio do comprimento de onda ( $\lambda_m$ );

Tabela 12.4 - Medidas do comprimento médio de onda para diferentes frequências (média).

	$f_1 = ( \quad \pm \quad ) \text{ Hz}$	$f_2 = ( \quad \pm \quad ) \text{ Hz}$	$f_3 = ( \quad \pm \quad ) \text{ Hz}$
$\lambda_m$ (m)			

- b. Usando a Eq.(12.6), encontre a velocidade (v) do som, à temperatura ambiente, para cada uma das frequências apresentadas na Tabela 12.4. Anote o seu resultado na Tabela 12.5.
- c. Com o auxílio da Eq.(12.4), encontre também a velocidade do som a 0 °C e preencha a Tabela 12.5;

Tabela 12.5 – Velocidade de propagação da onda à temperatura ambiente e a zero graus centígrados (absoluta) de onda para diferentes frequências.

	$f_1 = ( \quad \pm \quad ) Hz$	$f_2 = ( \quad \pm \quad ) Hz$	$f_3 = ( \quad \pm \quad ) Hz$
$v_a (m/s)$			
$v_0 (m/s)$			

- d. Confeccione o gráfico de  $v$  (m/s) x  $T$  ( $^{\circ}C$ ) (para as 3 frequências usando os dados da Tabela 12.5 e suas respectivas temperaturas. Obtenha a equação das retas ajustadas.
- e. Comparando os resultados da questão (c) com o valor tabelado ( $v=331,5$  m/s), escolha a melhor determinação, para a velocidade do som à temperatura ambiente;
- f. Usando a Eq. (12.5), mostre que, a distância entre dois antinodos sucessivos, vale  $(\lambda/2)$ ;
- g. Faça as figuras equivalentes às da Fig. (12.2), considerando, agora, uma onda de pressão. A Eq. (12.5) continua válida, neste caso?
- h. A partir da Eq. (12.4), e fazendo um desenvolvimento em série, mostre que a velocidade do som no ar, à temperatura  $T$  ( $^{\circ}C$ ), é dada, aproximadamente por:
- $$v = (331,5 + 0,61 T) m/s . \quad \text{Eq. (12.7)}$$
- i. Compare com os seus resultados do item d, com a Eq. 12.7, o que você observa em entre elas?

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

## **CONCLUSÃO (ÕES)**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] W. R. Weinand, E. A. Mateus e I. Hibler, Óticas e Ondas, UEM, DFI, pág. 3 - 9 (2006);
- [2] J. Goldemberg, Física Geral e Experimental. São Paulo - SP, Companhia Editora Nacional USP, Vol. 1 (cap. V e VII), (1968);
- [3] PHYWE. University Laboratory Experiments Physics, 3<sup>a</sup> edition. Göttingen Germany, Vol. 1-5, (1995);
- [4] R. M. Herman, Introductory Physics 215/265, Pennsylvania State University, Physics Department, USA, Kendall/Hund Publishing Company, Laboratory Manual (1993);
- [5] D. Halliday, R. Resnick, Gravitação, Ondas e Termodinâmica. 3<sup>a</sup> ed.. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Vol. 4, Cap. 18. (1991);
- [6] F. W. Sears, Física I – Mecânica, Calor, Acústica, Rio de Janeiro, Editora Livro Técnico Ltda, Cap. 26 e 27, (1960);
- [7] M. W. White e K. Manning, Experimental College Physics – Third Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc., 153 (1954);
- [8] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II, DFI/UEM (2008 a 2017).

Capítulo  
**13**

## **TERMÔMETRO A GÁS A VOLUME CONSTANTE<sup>1</sup>**

A Temperatura é uma das grandezas físicas fundamentais do Sistema Internacional (SI). A unidade mais utilizada é o Kelvin (K) e o grau Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Seu conceito está incluso na **Lei Zero** da termodinâmica:

“Se dois corpos A e B estão, cada um deles, em equilíbrio térmico com um terceiro corpo T, então estão em equilíbrio térmico entre si”.

O instrumento que utilizamos para medir a temperatura é aquele que chamamos de termômetro. Para construí-lo, é necessário estabelecer uma determinada escala termométrica. E esta é estabelecida pela escolha de uma substância termométrica, e de uma determinada propriedade termométrica. Por exemplo: um termômetro clínico, a substância termométrica é o mercúrio, e a propriedade termométrica a variação do comprimento da coluna de mercúrio, com a variação da temperatura. Neste experimento, utilizaremos o termômetro a gás a volume constante, para avaliar a temperatura do zero absoluto, via o processo de extrapolação gráfica. E, utilizando o resultado do coeficiente angular do gráfico da pressão (P) em mmHg versus a temperatura (T) em K, obter a constante dos gases ideais.

A temperatura de qualquer corpo em contato térmico com o bulbo é definida por:  $T = C P$ , onde  $C$  é constante, que é a equação de uma reta. Este vem da lei dos gases ideais (equação de estado):  $PV=nRT$ , neste caso o volume é constante, além de  $n$  (número de moles) e  $R$  (constante dos gases ideais).

Outras informações:

$$T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15$$

$$R = 8,3144621 \text{ J/mol K ,}$$

1 mmHg = 133,322 Pascal (Pa), onde  $\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$  que é a unidade no SI de Pressão ( $P=F/A$ ).

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **EXPERIMENTO 13: TERMÔMETRO A GÁS A VOLUME CONSTANTE**

#### **OBJETIVOS GERAIS:**

- Explorar a Lei zero da Termodinâmica, o conceito de Temperatura e de equilíbrio térmico;

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Determinar por extrapolação o zero absoluto (0 K).
- Determinar a constante dos Gases Ideais ( $R$ );

#### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

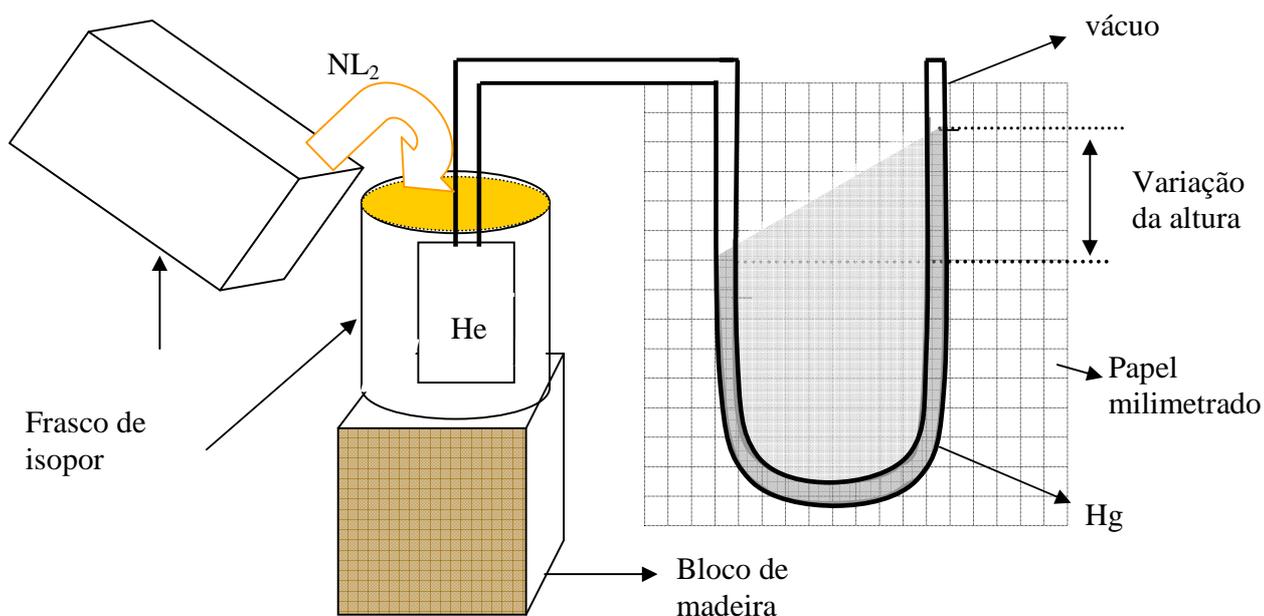
- Termômetro a gás a volume constante;
- Nitrogênio Líquido ( $\text{NL}_2$ );
- Apoio de madeira;
- Frasco de isopor;
- Papel Milimetrado;
- Termômetro Digital com haste.

#### **MONTAGEM EXPERIMENTAL:**

---

<sup>1</sup> Este experimento foi proposto pelos professores do DFI que ministravam aula no início da década de 80, após a aquisição da máquina de nitrogênio líquido. O vidraceiro da UEM e o então técnico Pedro Marega confeccionaram o termômetro.

A Figura 13.1, ilustra a montagem experimental por meio de uma figura esquemática, representando o termômetro a gás a volume constante, que é constituído por um bulbo com o tubo de vidro em formato de U (contendo mercúrio) conectado ao bulbo de vidro (contendo gás de Helio), ambos fixados em um suporte de madeira (não ilustrado na figura), dois recipientes de isopor: sendo um para manter entorno do bulbo de vidro, este recipiente está apoiado sobre um bloco de madeira, e o outro para transferir o nitrogênio do “container” (“Dewar” - recipiente criogênico) para o frasco de isopor do aparato experimental. Entre o suporte de madeira onde está fixado o termômetro e este, há um papel milimetrado (representado pela folha quadriculada).



**Figura 13.1** – Figura esquemática da montagem experimental utilizando o termômetro a gás a volume constante. Figura elaborada pela autora.

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

- Coloque cuidadosamente um pedaço de papel milimetrado, entre o bulbo contendo mercúrio e o suporte de madeira, se necessário fixe com fita adesiva;

- Faça a leitura da variação entre o menisco inferior e o menisco superior da coluna de mercúrio, este será o valor da pressão requerida (em mmHg) correspondente à temperatura ambiente;
- Anote o valor da temperatura ambiente, obtida por meio de um termômetro comum;
- Posicione o isopor entorno do bulbo de vidro e coloque o bloco de madeira para apoiá-lo (este deve ficar bem centralizado com o frasco de isopor);
- Transfira o nitrogênio líquido do “container” para o recipiente de isopor (caixa).

**CUIDADO!** A temperatura do nitrogênio líquido é de aproximadamente  $-196^{\circ}\text{C}$ , portanto se manuseado errado, causa queimadura. Não brinque, e aguarde o professor explicar como utilizar no experimento.

- Leve a caixa com o nitrogênio com cuidado até a bancada e transfira o nitrogênio para o frasco de isopor da montagem experimental, coloque nitrogênio o suficiente para que todo o bulbo fique coberto, caso evapore, torne a completar o nível de nitrogênio; CUIDADO: Ao transferir o  $\text{NL}_2$ , segure nas laterais da caixa, evitando assim de deixar uma das mãos na parte inferior onde o líquido poderá escorrer;
- Aguarde o sistema entrar em equilíbrio térmico (quando a coluna de mercúrio fica constante), e faça a leitura no papel milimetrado da variação entre os meniscos superior e inferior da coluna de mercúrio. Anote o resultado na Tabela 13.1.

**ATENÇÃO!** NÃO MEÇA A TEMPERATURA DO NITROGÊNIO LÍQUIDO COM UM TERMÔMETRO COMUM! Utilize o valor da literatura :  $T=(-195,79 \pm 0,01)^{\circ}\text{C}$ .

**DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Na Tabela 13.1, apresenta-se os dados da pressão para a temperatura ambiente e para a temperatura do nitrogênio líquido ( $-195,79 \pm 0,01$ )°C. Lembre-se de que a pressão é dada pela variação do nível da coluna de mercúrio.

Tabela 13.1: Dados da Temperatura e da pressão obtidos experimentalmente.

T(°C)	P(mmHg)

### **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:**

- Transforme a temperatura para Kelvin e preencha a Tabela 13.2.

Tabela 13.2: Dados da Temperatura em K e da pressão em mmHg.

T(K)	P(mmHg)

- Faça um gráfico  $P(\text{mmHg})$  versus  $T(\text{K})$ , ajuste a reta, e faça uma extrapolação linear;
- Determine a temperatura correspondente ao zero absoluto, ou seja, a temperatura para a qual um gás ideal tem pressão nula;
- Obtenha o desvio percentual.
- Ainda por meio do gráfico  $P(\text{mmHg})$  versus  $T(\text{K})$ , obtenha a constante dos gases ideais, e compare com o valor encontrado na literatura.

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **CONCLUSÃO (ÕES)**

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] J. Goldemberg – Física Geral e Experimental - 1º Volume-- Companhia Editora Nacional EDUSP – página 346 (1970);

Manual de Laboratório – Física Experimental II- Hatsumi Mukai e Paulo Ricardo Garcia Fernandes - 2018

[2] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – vol 2 - 3ª edição – Editora Edgard Blücher LTDA – (1996);

[3] D. Halliday, R. Resnick , J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.2, LTC Editora, 6ª Edição, capítulo 19, 20 , 21 e 22 (2002).

[4] H. Mukai e P.R.G. Fernandes – Manual de Laboratório- Física Experimental I e II – 2008 a 2017.

[5] L. R. B. Holzle, O perigo do nitrogênio líquido – congelamento, asfixia, explosão e morte, <https://www.tabelaperiodica.org/o-perigo-do-nitrogenio-liquido-congelamento-asfixia-explosao-e-morte/> acesso: 09/08/2018.

### **CURIOSIDADE DO NITROGÊNIO LÍQUIDO:**

Natasha Romanzoti , “Nitrogênio líquido fica sólido em uma câmara de vácuo: assista!”, 2014. Disponível no site: <https://hypescience.com/nitrogenio-liquido/>

**Capítulo**  
**14**

## **DILATAÇÃO LINEAR<sup>1</sup>**

Na termodinâmica um dos conceitos que os sólidos, líquidos e gases estão sujeitos, é o da dilatação térmica. Ligado a este conceito está o de temperatura, como vimos no experimento do termômetro a gás (Capítulo 13).

Em nosso dia a dia, o processo de dilatação e suas consequências são muito comuns. Por exemplo, em uma construção ou reforma de pisos e paredes com azulejos, espaços deixados entre pisos e azulejos são para que em dias quentes tenha espaço o suficiente para dilatar sem quebrá-los, levando em consideração a flexibilidade do rejunte utilizado. E os espaços entre linhas férreas, pontes e calçadas, são pelo mesmo motivo, o da dilatação do material de que são feitos. No caso das linhas férreas, caso não se leve isso em consideração, esta dilatação deforma o trilho e pode provocar o descarrilamento de trens. Já nas pontes e calçadas provocam rachaduras, conduzindo perigo aos usuários. Temos um tipo de substância cuja dilatação não é comum (possui um comportamento anômalo) quando ocorre uma variação de temperatura, que é o caso da água. Este possui uma anomalia a 4 °C. Acima deste valor, seu volume aumenta, quando a temperatura aumenta, mas entre 0 e 4 °C se contrai com o aumento da temperatura. Este fato colabora com a preservação da fauna e flora nos países onde o inverno é rigoroso. Pois na superfície a água encontra-se congelada, mas no fundo possui uma temperatura de 4 °C, permitindo a sobrevivência.

Assim as consequências do dia a dia de variações na temperatura de um corpo ou substância podem preservar, mas também causar grandes danos, quando as variações ocorrem devido a alterações nas suas dimensões. Neste Capítulo,

vamos nos concentrar na dilatação linear (uma única direção) de um sólido, no caso uma barra metálica oca, onde iremos explorar: o conceito de dilatação linear, identificar através de seu coeficiente linear o tipo de material da qual é constituída, e compreender também como funciona um sensor de temperatura conhecido como PT100.

### **Dilatação Linear:**

O que ocorre em um corpo para este dilatar? O fato é que o corpo absorve calor, e isso provoca uma agitação térmica em suas moléculas. Quanto mais calor absorve maior é a agitação das moléculas, e isso provoca um aumento na temperatura do corpo. E quanto maior a agitação térmica maior é a amplitude de vibração de cada átomo ou molécula, e isso faz com que ocorra uma variação nas dimensões do corpo, pois é necessário um volume maior para acomodá-los, pois aumenta a distância média entre os átomos.

Considere uma barra de metal homogênea de comprimento inicial  $L_0$  na temperatura inicial (ambiente)  $T_0$ . Ao aquecermos a barra após um determinado tempo a barra com uma temperatura  $T$ , passa a ter um comprimento final  $L$ . Esta variação do comprimento que ocorreu na barra  $\Delta L = L - L_0$  é dada por:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad (14.1)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação linear e sua unidade é  $(^\circ\text{C})^{-1}$ . Este coeficiente depende do material e da faixa de temperatura. Na Tabela 14.1, apresentamos alguns coeficientes de dilatação linear.

Para materiais isotrópicos, a variação ocorre igual em todas as direções. Assim se tivermos uma dilatação superficial, esta pode ser escrita em termos do coeficiente de dilatação linear da seguinte forma:  $\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$ , e analogamente, caso seja uma dilatação volumétrica é dada pela equação:  $\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T$ .

Um processo de dilatação ocorre de forma mais significativa nos gases, de forma intermediária nos líquidos e de forma menos explícita nos sólidos.

---

<sup>1</sup> Experimento proposto pelo Prof. Antonio Medina Neto e Prof. Gutierrez Moraes em 2011, quando o segundo autor, era aluno de doutorado no PFI. O texto original é o da referência [1].

Tabela 14.1: Coeficientes de dilatação linear.

Substância	$\alpha(^{\circ}C)^{-1}$
Gelo (0 °C)	$51 \times 10^{-6}$
Chumbo	$29 \times 10^{-6}$
Alumínio	$23 \times 10^{-6}$
Ouro	$14 \times 10^{-6}$
Aço Inox	$17 \times 10^{-6}$
Ferro	$11 \times 10^{-6}$
Platina	$9 \times 10^{-6}$
Vidro (comum)	$9 \times 10^{-6}$
Vidro (pirex)	$3,2 \times 10^{-6}$

Vejamos agora o dispositivo que será utilizado como sensor de temperatura da barra, o PT100.

### **PT-100:**

Temos sensores de temperatura conhecidos como RTD (abreviação de *Resistive Temperature Detectors*). Estes são agrupados de duas formas: o PTC e o NTC. O PTC possui um coeficiente de variação de temperatura positivo, neste caso conforme a temperatura aumenta, aumenta a sua resistência. Já o NTC o coeficiente de variação de temperatura é negativo, ou seja, conforme aumenta a temperatura diminui a sua resistência. Assim, o PT-100, é um RDT, do tipo PTC restrito, ou seja, atua somente a parte linear de um PTC que é não linear.

O PT-100 é uma termoresistência de platina que a  $T_0 = 0^{\circ}C$  apresenta uma resistência de  $R_0 = 100,01 \Omega$ ,  $R_{100}$  é a resistência a  $100^{\circ}C$ , e o coeficiente de temperatura  $\delta = 3,850 \cdot 10^{-3} (^{\circ}C)^{-1}$  (norma de padrão europeu), e este foi obtido utilizando a seguinte equação:

$$\delta = \frac{R_{100} - R_0}{100(R_0)} \quad (14.2)$$

## **Resistência Elétrica de Metais:**

No caso do experimento, possuímos dentro da barra resistências elétricas de metais. Como iremos aplicar uma tensão na resistência esta irá aquecer como o que ocorre em uma resistência de chuveiro. A relação entre resistência elétrica e temperatura é dada pela equação de *Callendar-Van Dusen*:

$$R = R_0 [1 + aT + bT^2 + cT^3(T - 100)]$$

para a faixa de temperatura de  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . E,

$$R = R_0 [1 + aT + bT^2]$$

para a faixa de  $0^{\circ}\text{C}$  à  $850\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

As resistências elétricas de metais variam de uma forma quase linear, tal que a equação acima pode ser escrita na forma

$$R = R_0 [1 + \delta T]$$

Isolando T, temos:

$$T = \frac{1}{\delta} \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right) \quad (14.3)$$

onde  $R_0 = 100,01\ \Omega$  é a resistência a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\delta = 3,850 \cdot 10^{-3}\ (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$  (resultado da Equação 14.3 na forma 14.2 para o PT-100) e R é o valor medido no experimento. Utilizaremos esta equação para transformar os valores da temperatura obtidos em Ohms, para  $^{\circ}\text{C}$ .

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **EXPERIMENTO 14: DILATAÇÃO LINEAR**

#### **OBJETIVOS:**

- Determinar experimentalmente o coeficiente de dilatação linear de uma barra metálica.
- Identificar qual é o material da barra.

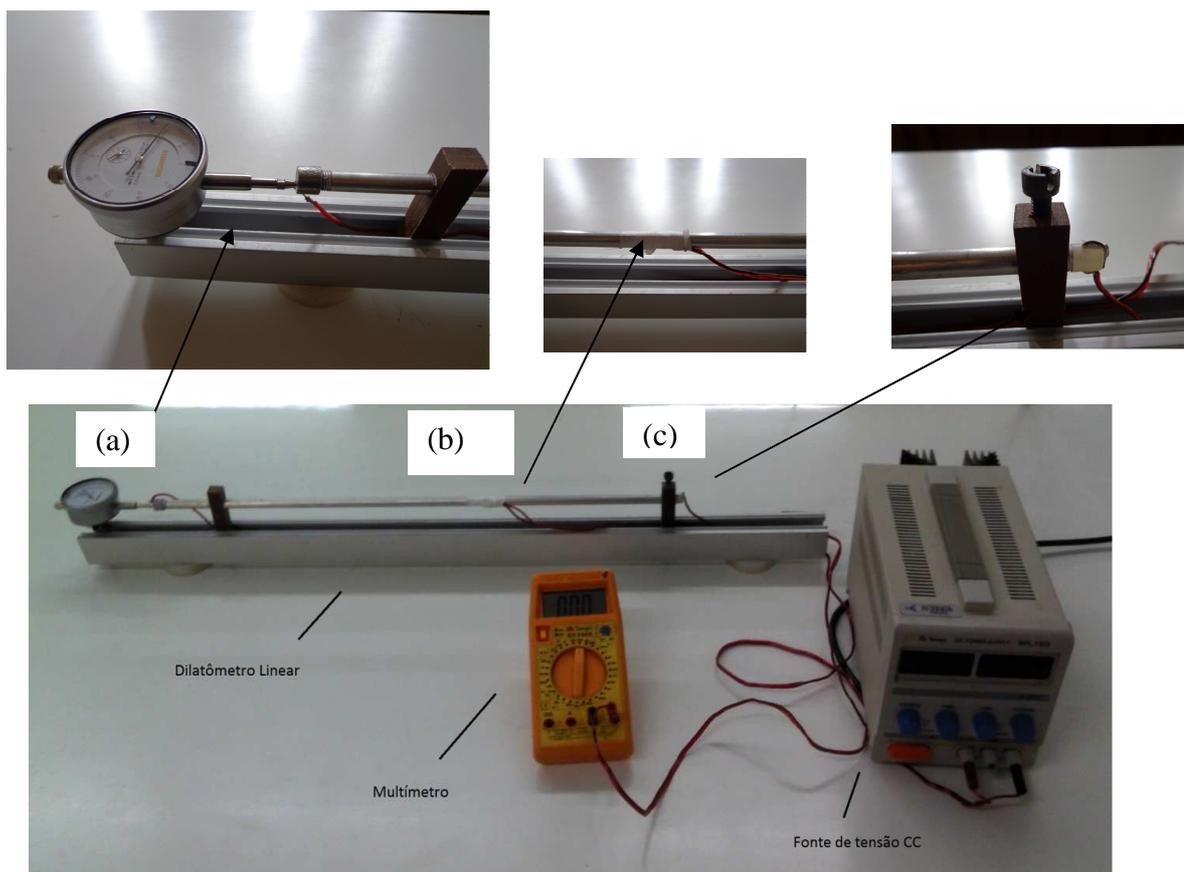
#### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- Dilatômetro linear
- Fonte de tensão DC

- Multímetro
- Trena

## **MONTAGEM EXPERIMENTAL**

Na Figura 14.1, apresentamos um dos dilatômetros linear elaborado pelo acadêmico de doutorado do DFI/UEM Gutierrez Morais, sob a supervisão do Prof. Dr. Antonio Medina Neto, em seu estágio docência II. Este dilatômetro foi construído com a acessoria do técnico de eletrônica Sergio Carlos da Silva e com o técnico Jurandir Alves Pereira da “Oficina Mecânica” (laboratório de auxílio de ensino, pesquisa e extensão) do Departamento de Física da UEM. O dilatômetro linear consiste de um tubo metálico que possui em seu interior 22 resistências de 5 W, um relógio comparador (Figura 14.2) e uma termoresistência PT100 fixada na barra (Figura 14.1 (b)). Este relaciona a resistência com a temperatura.



**Figura 14.1** – Foto da montagem experimental do dilatômetro linear, da fonte de tensão e do multímetro digital. Em detalhes (a) relógio comparador; (b) PT 100, e (c) parafuso fixador da barra.



**Figura 14.2:** Foto do relógio comparador: para zerar gire a parte externa do relógio.

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

- Posicione o tubo metálico até que o mesmo entre em contato com o relógio comparador. Para isso solte o parafuso situado na parte superior do suporte (item 3 da Figura 14.2), e posteriormente aperte-o, mas cuidado para não amassar a barra.
- Zere o relógio comparador. Para tal, gire a parte superior externa do relógio. Veja em detalhes na Figura 14.2;
- Meça com uma trena o comprimento inicial ( $L_0$ ), da barra. Anote na Tabela 14.2.
- Selecione a escala de ohmímetro girando o botão seletor no multímetro até onde está o símbolo  $\Omega$ . Conecte os fios do PT100, no multímetro, observe que estes fios estão marcados com uma fita adesiva indicando PT100. Ligue o multímetro (Figura 14.3).



**Figura 14.3:** Multímetro ligado na escala de ohm, com os fios do PT 100 conectados.

- Anote o valor da resistência fornecida pelo multímetro. Este valor inicial será relativo à temperatura ambiente, anote na Tabela 14.2 - medida 1.
- Conecte o fio do tubo metálico a fonte de tensão DC (certifique-se que a fonte esteja zerada antes de ligá-la) Figura 14.4.



**Figura 14.4:** Foto da Fonte de tensão DC: botão liga e desliga; os dois botões à esquerda, são os que regulam a tensão (ajuste grosso e ajuste fino); e os dois à direita, são os liberam a corrente, e os pinos conectores da resistência interna da barra de metal.

- Com o relógio comparador zerado, aumente a tensão na fonte geradora até atingir 10 V.
- Monitore o multímetro até o mesmo atingir 112  $\Omega$  (medida 2). Quando chegar a este valor, anote na Tabela 14.2, coluna  $\Delta L$ , o valor da dilatação apresentada pelo relógio comparador. Observe que cada divisão do relógio comparador vale 10  $\mu m$ .
- Proceda da mesma forma para o valor de 114  $\Omega$  (medida 3). Após estas medidas, aumente a tensão da fonte para 15 V. Nesta tensão faça as medidas de 4 a 7 (116  $\Omega$  a 120  $\Omega$ ) para  $\Delta L(\mu m)$ . Após, aumente a tensão para 20 V e faça as medidas de 8 a 11 (122  $\Omega$  a 128  $\Omega$ ). Por fim, ajuste a tensão em 25 V e proceda as demais medidas, anotando sempre na Tabela 14.2 os valores do relógio comparador correspondente ao valor da resistência do PT100 indicada no multímetro.
- Após a tomada de dados, zere a fonte e desligue-a. Desligue o multímetro.

**ATENÇÃO!!!!**

1. O relógio comparador é um equipamento extremamente sensível, assim não apoie na mesa durante a tomada de dados;
2. Caso se observe que o valor da resistência estabilizou, aumente um pouco a tensão;
3. Não encoste na barra metálica após o término do experimento, lembre-se que ela foi aquecida;

**DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

Anote os resultados na Tabela 14.2 das medidas aferidas da variação de comprimento dada no relógio comparador, durante o aquecimento do tubo metálico, a tensão fornecida (V), e a leitura da variação do comprimento  $\Delta L$  feita no relógio comparador.

**Tabela 14.1:** Valores obtidos durante o aquecimento do tubo metálico que compõe o dilatômetro.

Medida	V(V)	Resistência R ( $\Omega$ )	$\Delta L$ ( $\mu\text{m}$ )
1			0
2		112	
3		114	
4		116	
5		117	
6		118	
7		120	
8		122	
9		124	
10		126	
11		128	
12		130	
13		132	
$L_0 =$			

## INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:

- 1- Utilize a expressão (14.3) para encontrar o valor da temperatura,  $T$ , para cada valor de resistência  $R$  da Tabela 14.2, e preencha a Tabela 14.3.

Tabela 14.3: Dados da temperatura para cada valor obtido no multimetro;

Medida	$\Delta L$ ( $\mu\text{m}$ )	$T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
1	0	
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		

- 2- Confeccione um gráfico de  $\Delta L$  ( $\mu\text{m}$ ) x  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ).
- 3- Utilizando este gráfico obtenha o coeficiente de dilatação linear do tubo metálico reescrevendo a expressão (14.1) como:

$$\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{\Delta(\Delta L)}{\Delta T} = \frac{k}{L_0} \quad (14.4).$$

onde  $k = \frac{\Delta(\Delta L)}{\Delta T}$  . **Lembre-se de transformar  $L_0$  para metros.**

- 4- Qual é o metal que constitui o tubo metálico do dilatômetro (veja Tabela 14.1), calcule o desvio percentual?

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS:**

## **CONCLUSÃO (ÕES):**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

- [1] G. Morais e A. Medina Neto, Dilatação Térmica Linear, relatório de estágio de docência II (2011);
- [2] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de Física, Vol. 2, Gravitação, Ondas e Termodinâmica, editora LTC, 4ª edição, (1993);
- [3] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – vol 2 – 3ª edição – Editora Edgard Blücher LTDA – (1996);
- [4] site: [www.demar.eel.usp.br/electronica/aulas/sensores\\_de\\_temperatura.pdf](http://www.demar.eel.usp.br/electronica/aulas/sensores_de_temperatura.pdf). Acesso em 08/09/2013;
- [5] T. R. Soares, Medição e Temperatura – unidade 3, Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - curso técnico em eletromecânica instrumentação e controle – (2009). site:[http://www2.pelotas.ifsul.edu.br/~taytche/lib/exe/fetch.php?id=cefet&cache=cache&media=instrumentacao:medicao\\_de\\_temperatura-if.pdf](http://www2.pelotas.ifsul.edu.br/~taytche/lib/exe/fetch.php?id=cefet&cache=cache&media=instrumentacao:medicao_de_temperatura-if.pdf). Acesso em 08/09/2013;
- [6] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório – Física Experimental I e II, 2014 a 2017.

Capítulo  
**15**

## **NÚMERO DE AVOGADRO<sup>1</sup>**

Uma das constantes mais utilizadas e conhecidas desde o ensino médio, é a constante que conhecemos como número de Avogadro. Esta constante aparece principalmente na Física e Química, bem como na Biologia. Em Física é fundamental, pois além dos aspectos termodinâmicos que veremos neste capítulo, tem relação matemática com a constante de Planck, portanto com a Mecânica Quântica, bem como indiretamente com vários campos da Ciência e da Tecnologia. Esta constante surgiu com o intuito de distinguir átomos e moléculas por **Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro**, Advogado e Físico Italiano, em 1811. Foi uma hipótese levantada por Avogadro que em 1858, Stanislao Cannizzaro esclareceu tanto essa hipótese, como também precisou a distinção entre peso atômico (massa atômica) e peso molecular (massa molecular).

O valor da constante de Avogadro foi primeiramente estimado em 1865, pelo físico Austríaco, Johann Josef Loschmidt, usando a teoria cinética dos gases, onde ele computou o número das partículas existentes em um centímetro cúbico de um gás contido em um recipiente em circunstâncias padrão. O fato de esta constante ter esse nome, foi devido Avogadro ter sido o primeiro a indicar que o volume de um gás ideal ser proporcional ao número de átomos e moléculas que o compõe, mas pelo que se conhece nunca o mediu. Somente em 1909, o químico francês Jean Baptiste Perrin o determinou em seu experimento e propôs nomear a constante em homenagem a Avogadro. É possível deduzir o número de Avogadro a partir de medidas de movimento Browniano (movimento aleatório de partículas, como

---

<sup>1</sup> Experimento proposto pelos autores na referência [1] e adaptada da referência [2].

grãos de pólen, investigados por Robert Brown, em 1827) como sugerido por Albert Einstein, em 1905.

### **Número de Avogadro:**

Formalmente, a constante de Avogadro é definida como o número de átomos de carbono-12 em 12 gramas<sup>2</sup>,

$$N_A = (6,02214179 \pm 0,00000030) 10^{23} .$$

Assim, 1 Mol é o número de átomos em 12 g de C-12, e 1 Mol contém aproximadamente  $6,02 \cdot 10^{23}$  átomos ou moléculas.

Para uma determinada substância temos que, o número de Avogadro por mol pode ser escrito como uma razão entre o valor da massa molar (M) e da massa (m) de uma molécula da substância:

$$N_A = \frac{M}{m} . \quad (15.1)$$

### **Número de Avogadro e Termodinâmica:**

A aplicação do número de Avogadro em termodinâmica está diretamente ligada ao estudo da teoria cinética dos gases, e associada à compreensão feita por Boltzmann em 1877: “de que a propriedade termodinâmica de uma dada substância, depende da energia que cada molécula que a constitui possui, tal que a somatória da energia de cada molécula fornecerá a energia da substância”.

Deste fato deduz-se que a energia cinética média de uma única molécula por cada grau de temperatura, conhecida como a constante de Boltzmann (k) é dada por  $1,38064852 \cdot 10^{-23}$  J/K. Ao dividir a constante universal dos gases R ( $8,3144621$  J/mol K) correspondente a massa molar (MM) da substância, pela constante de Boltzmann (k), obtém-se o número de molécula contida nessa massa molar de uma substância gasosa, ou seja, aproximadamente  $6,02 \cdot 10^{23}$  moles, que nada mais é que o número de Avogadro.

---

<sup>2</sup> Historicamente, o carbono-12 foi escolhido como substância de referência porque sua massa atômica podia ser medida de forma bastante precisa.

### Método de Langmuir:

Vejamos brevemente sobre o método de Langmuir ou método da gota de óleo como também é conhecido.

Quando uma gota de óleo cai sobre uma superfície de água, a parte hidrofílica (que possui afinidade com a água) das moléculas do óleo fica em contato com a água e a parte hidrofóbica (que tem repulsão à água) da molécula do óleo fica à superfície da água. As moléculas do óleo alinham-se sobre a superfície da água formando assim uma película com uma espessura equivalente ao comprimento de uma única molécula de óleo. Forma-se, portanto, uma camada monomolecular de óleo sobre a superfície da água.

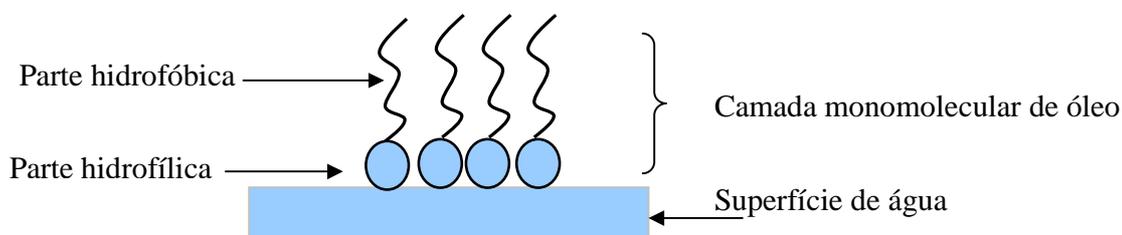


Figura 15.1 - Desenho esquemático de uma camada monomolecular de óleo sobre a superfície da água. Figura elaborada pela autora.

### Suposição Monomolecular:

O volume de uma molécula do ácido oléico ( $C_{18}H_{34}O_2$ ) é obtida considerando a mesma como um cilindro com 18 átomos de carbono empilhados numa altura total  $h$  e  $1C$  no diâmetro da base (Figura 15.2), suposição monomolecular. Lembre-se que, dessa forma, o diâmetro desse cilindro será  $h/18$  e o seu raio  $h/36$ ;

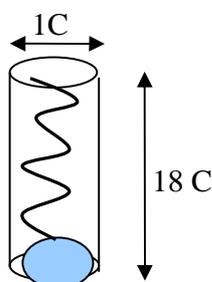


Figura 15.2 – Desenho esquemático para representar o formato de uma molécula de ácido oléico ( $C_{18}H_{34}O_2$ ). Figura elaborada pela autora.

O diâmetro então é dado por  $d=h/18$ . A equação do volume é a de um cilindro:

$$V = Ah = \pi r^2 h = \pi \left( \frac{h}{36} \right)^2 h \quad . \quad (15.2)$$

Experimentalmente, o valor do raio é obtido via diâmetro do círculo formado em uma superfície aquosa, de uma gota de solução alcoólica de ácido oléico ou do ácido oléico contido no azeite de oliva (parte miscível).

A utilização do azeite de oliva é devida o mesmo possuir de 50% a 80% de ácido oléico em sua composição. Portanto, é uma boa alternativa para determinar o número de Avogadro quando não há o ácido oléico puro.

**Informações:**

Fórmula estrutural do ácido oléico  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_7\text{CH}=\text{CH}(\text{CH}_2)_7\text{COOH}$   
( $\text{C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2$ )

Massa Molar do ácido oléico = 282,52 g/mol

Densidade do ácido oléico = 0,895 g/cm<sup>3</sup>

Portanto, conhecendo o diâmetro de uma gota de solução alcoólica de ácido oléico em uma superfície aquosa, considerando a geometria de camada monomolecular, e a sua forma estrutural, é possível obter o volume de uma molécula de ácido oléico. Com o valor da densidade, temos a sua massa. E por fim, juntamente com o valor da massa molar é possível obter experimentalmente o número de Avogadro através da equação (15.1).

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **EXPERIMENTO 15: NÚMERO DE AVOGADRO PELO MÉTODO DE LANGMUIR**

#### **OBJETIVO:**

Determinar o número de Avogadro (no mínimo, a ordem de grandeza) com o método de Langmuir utilizando a solução alcoólica com ácido oléico puro e como solução alternativa com o ácido oléico contido no azeite de oliva<sup>3</sup>.

### **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- 10 ml de solução alcoólica de ácido oléico;
- 10 ml de solução alcoólica de azeite de oliva (parte miscível)
- 2 conta-gotas;
- 2 seringas de insulina de 1,0 ml;
- 1 recipiente (copo plástico);
- 1 recipiente de plástico (bacia) com aproximadamente 30 cm de diâmetro, e 12 cm de altura;
- Giz colorido;
- Coador (ou peneira) de plástico de 10 cm de diâmetro ou maior;
- Régua graduada de 30 cm;
- Água;
- Calculadora;

### **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

- 1- Utilizando o conta-gotas, verifique quantas gotas perfazem um centímetro cúbico, seguindo as seguintes etapas:
  - 1.1 – Agite o frasco contendo a solução alcoólica. Pegue uma seringa e preencha com a solução de ácido oléico +álcool já diluído;
  - 1.2 - Mantenha o conta gotas vazio na horizontal o introduza a agulha da seringa em seu orifício e passe o conteúdo de 1,0 ml ( $1,0 \text{ cm}^3$ ) para o conta gotas; Observe que ao puxar o êmbolo da seringa, para preencher a seringa com a

---

<sup>3</sup> Aos professores que forem utilizar o azeite de oliva, devem trazer e entregar para a laboratorista Keila antecipadamente (2 semanas) para que ela possa fazer a diluição correta.

solução alcoólica, faça o de forma lenta para não introduzir bolhas de ar. Caso isso ocorra, vire a seringa com a agulha para cima e retire a bolha de ar;

1.3- Sobre um recipiente qualquer (copo plástico), mantenha o conta-gotas na vertical e pressione o êmbolo até que a gota de solução caia, e repita este processo contando quantas gotas se tem em 1,0 ml de solução. Anote este valor na Tabela 15.1.

2 – Coloque água no recipiente de plástico até aproximadamente 3,5 cm de altura do recipiente. Essa medida se refere ao recipiente utilizado nessa prática; Espere até que a superfície da água fique praticamente sem movimentação. A seguir, esfregue 1/2 giz contra o coador (ou peneira) e vá movimentando o para que o pó caia homoganeamente por toda a superfície da água. **Dica:** (escolha uma cor do giz de tal forma que permita o contraste com a cor do recipiente) Figura 15.3 (a).

Utilize o conta-gotas para pingar uma gota da solução de ácido oléico sobre a superfície da água; Pingue a gota de uma altura de, aproximadamente, 30,0 cm da borda do recipiente (Figura 15.3 (b)).



Figura 15.3 – (a) Foto da película formada por uma gota de solução alcoólica de ácido oléico. (b) Pingando a gota de solução; (c) Medir com a régua o diâmetro da película formada. Fotos tiradas pela autora.

3 - Com uma régua, meça o diâmetro do círculo formado na superfície da água (Figura 15.3 (c)), faça mais duas medidas aleatórias em torno do círculo (pois este pode não ficar uniforme) e anote os dados na Tabela 15.1;

4 - Jogue a água fora, e repita, no mínimo, duas vezes o mesmo procedimento dos itens 2 e 3. Anote os dados na Tabela 15.1.

5 – OPCIONAL: Repita todas as etapas anteriores utilizando a solução alcoólica de azeite de oliva. Mude a quantidade de giz usada  $\frac{1}{4}$  de giz, e libere a gota de solução (álcool + azeite) de uma altura de 40 cm da borda do recipiente. Anote os dados na Tabela 15.2. (Obs: Utilize outra seringa e outro conta gotas).

**Atenção:** Para evitar desperdício, não jogue o recipiente utilizado para a contagem de gotas, jogue fora somente o conteúdo e mantenha o recipiente sobre a bancada.

### **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE:**

A Tabela 15.1 apresenta os dados aferidos experimentalmente do diâmetro formado pela gota de solução alcoólica de ácido oléico. Anota-se 3 lados aleatórios da camada monomolecular devido a mesma ter formato irregular.

Tabela 15.1 – Medidas dos diâmetros formados pela gota de solução alcoólica de ácido oléico ao cair na água.

$d_1(\text{cm})$	$d_2(\text{cm})$	$d_3(\text{cm})$
Número de gotas (n) em 1 ml de solução=		

A Tabela 15.2 apresenta os dados aferidos experimentalmente do diâmetro formado pela gota de solução alcoólica de ácido oléico utilizando o azeite de oliva. Anota-se 3 lados aleatórios da camada monomolecular devido a mesma ter formato irregular.

Tabela 15.2 – Medidas dos diâmetros formados pela gota de solução alcoólica azeite de oliva ao cair na água.

$d_1(\text{cm})$	$d_2(\text{cm})$	$d_3(\text{cm})$
Número de gotas (n) em 1 ml de solução:		

### INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:

1. Conhecendo o número de gotas contidas em 1 ml, obtenha o volume de **uma** gota da solução, para ambas as soluções alcoólicas: ácido oléico puro e o contido no azeite de oliva. Que denominaremos de solução 1 e 2, respectivamente.

Solução 1	Solução 2

- 2 - Como a solução de ácido oléico foi diluído 200 vezes em álcool, para sabermos quanto de ácido oléico tem em uma gota, devemos dividir seu valor por 200. Anote este valor, chamaremos de  $V_0$ . Realize o mesmo cálculo para o ácido oléico contido no azeite de oliva.

Solução 1	Solução 2

3- A partir dos valores medidos (Tabela 15.1), determine o valor médio do diâmetro do círculo formado sobre a superfície da água, para ambas as soluções alcoólicas.

Solução 1	Solução 2

4 - Utilizando o valor médio do diâmetro do círculo formado sobre a superfície da água, calcule a área dessa superfície (Área do círculo =  $\pi r^2$  onde  $r$  = raio do círculo) para ambas as soluções alcoólicas. **Lembre-se** que Raio = Diâmetro dividido por dois;

Solução 1	Solução 2

5 - Considerando que a película de óleo sobre a superfície da água é uma película monomolecular, determine a espessura ( $h$ ) dessa película de óleo a partir do volume de ácido oléico depositado (resultado do item 2) sobre a superfície da água e a área da superfície formada sobre a água, para ambas as soluções alcoólicas.

Solução 1	Solução 2

6- Determine o **volume de uma molécula do ácido oléico** considerando suposição monomolecular (Figura 15.2). Utilizar a equação (15.2) para ambas as soluções alcoólicas.

Solução 1	Solução 2

7- Considerando a densidade do ácido oléico e o volume de uma molécula, determine a massa de ácido oléico contida na camada, para ambas as soluções alcoólicas;

Solução 1	Solução 2

8 - Sabendo que o ácido oléico é composto de  $C_{18} H_{34} O_2$ , e através da tabela periódica tem-se que o peso atômico é respectivamente, 12, 1 e 16, obtenha a massa molar do ácido oléico para ambas as soluções alcoólicas (lembrando que a massa molar é igual à massa molecular expressa em gramas).

Solução 1	Solução 2

9 - Como o número de moles de ácido oléico é dado pela razão entre a sua massa e a sua massa molar, determine o número de “Avogadro” que é dado pelo inverso do número de moles (Equação 15.1), para ambas as soluções alcoólicas.

Solução 1	Solução 2

10 - Calcule o desvio percentual, para ambas as soluções alcoólicas, comparando com o valor fornecido na teoria.

Solução 1	Solução 2

13. Caso tenha feito com as duas substâncias, compare os dois resultados.

### **QUESTÕES:**

- 1) Por que a altura com que se libera a gota é importante?
- 2) A altura do nível da água influencia no experimento? Como?
- 3) Qual o limite do diâmetro que fornece uma boa ordem de grandeza?
- 4) Caso você adote um outro formato molecular, como um cubo por exemplo, quanto você obteria de resultado?
- 5) No seu curso, onde você utiliza o número de Avogadro, e dentro de qual contexto?

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS:**

### **CONCLUSÃO (ÕES):**

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

[1] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Experimento 1 do curso de Fluidos Complexos no Ensino Médio: Propriedades e Aplicações em Física, Química e Biologia, DFI/UEM, julho de 2010; Capítulo II, Entre Sólidos e Líquidos Uma visão contemporânea e multidisciplinar, Organizadora: L. Q. do Amaral, Editora Livraria da Física, a ser publicado, (2013);

[2] D. S. de Freitas, Dissertação de Mestrado, Faculdade da Educação, UFMG, 2007, <http://www.cecimig.fae.ufmg.br/wp-content/uploads/2007/12/mono-daniela-silva-de-freitas.pdf>;

[3] R. Bigoni, “Misura della dimensione e Del peso di una molecola di acido oléico e stima Del numero di Avogadro”, <http://www.robortobigoni.it/Fisica/AcidoOleico/AcidoOleico.htm>;

[4] H. A. Bellintani, R. Casemiro, W. Spinelli, Textos de apoio à série de programas – Sala de Professor - Ministério da Educação, página 10, [http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/fichas/11\\_sala\\_mapeamento.pdf](http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/fichas/11_sala_mapeamento.pdf);

[5] R. A. Ricchi Junior, M. Tubino, J. A. Simoni, “Determinação do Número de Avogadro através de um experimento de fácil execução” IX PIBIC/CNPq/UNICAMP (2001);

[6] Universidade Federal Fluminense, Laboratório de Ciências Químicas –CCT, Laboratório de Química Geral I, experimento 2 “Determinação do número de Avogadro” , [luis.passoni.googlepages.com/apostilalabqgl.DOC](http://luis.passoni.googlepages.com/apostilalabqgl.DOC);

[7] “La constante de Avogadro y El volumen de las moléculas”, [depa.pquim.unam.mx/.../Practica9ConstantedeAvogadro\(Volumenmoleculas\)\\_9986.pdf](http://depa.pquim.unam.mx/.../Practica9ConstantedeAvogadro(Volumenmoleculas)_9986.pdf)

[8] Stima Del numero di Avogadro, <http://xoomer.virgilio.it/dioris/pdf/avogadro.pdf>;

[9] Determinación experimental Del numero de Avogadro, <http://usuarios.multimania.es/bergidumflavium/fisicayquimica/4eso-laboratorio/PRACTICAS/NUMERO%20AVOGADRO.pdf>,  
C:\DATOS\0CLASES\4ESO\LABORATORIO\PRACTICAS\NUMERO AVOGADRO.wpd

[10] You tube, Determinação do Número de Avogadro. <http://www.youtube.com/watch?v=5ZZT3uryHrU>

[11] J. S. de los Santos, J. L. Hernández Pérez y R. Fernández Cruz, GRUPO HEUREMA. EDUCACIÓN SECUNDARIA, ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y LA QUÍMICA, sección: PRÁCTICAS DE QUÍMICA, <http://www.heurema.com/PQ1.htm>;

[12] J. R. Hidalgo, Determinación experimental del número de avogadro con primero de bachillerato, DEP. Legal: GR 2922/2007 n6 – (2010), [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_26/JAVIER\\_RUIZ\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_26/JAVIER_RUIZ_2.pdf)

[13] J. M. Campbell, J. B. Campbell, Matemática de Laboratório – Aplicações Médicas e Biológicas – Capítulo 6 – Diluições – página 77, 3ª edição – Editora Roca, (1986).

Capítulo  
**16**

## **CALORIMETRIA<sup>1</sup>**

Calorimetria é um dos ramos de estudo no âmbito da Termodinâmica. O que se estuda é a troca de energia na forma de calor entre dois ou mais corpos ou substâncias. Este experimento envolve os conceitos de calor, lei de conservação de energia, capacidade térmica e calor específico de um líquido.

Existem vários equipamentos calorimétricos utilizados no âmbito da análise de substâncias e materiais, tanto na Física, quanto na Química e Biologia, bem como nas indústrias. Um dos equipamentos é o da técnica experimental denominada DSC, do inglês: *Differential Scanning Calorimetry*, ou Calorimetria Diferencial de Varredura. Esta técnica termoanalítica foi desenvolvida por .S. Watson e M.J. O'Neill em 1962, e no comércio foi lançada na Conferência de Pittsburg em Química Analítica e Espectroscopia Aplicada (Pittsburg Conference on Analytical Chemistry and Applied Spectroscopy) em 1963. Com esta técnica é possível detectar os pontos de transição de fase de uma determinada substância (como por exemplo, em Cristais Líquidos), pois fornece uma curva de fluxo de calor por temperatura, ou por tempo. Os conceitos básicos utilizados no DSC são os mesmos do nosso experimento, que utiliza entre eles a lei de conservação de energia, conceitos de calor e efeito Joule. Neste capítulo utilizaremos um calorímetro simples, em que iremos fornecer calor por meio de um sistema de aquecimento (resistência e tensão) e obter a capacidade térmica do calorímetro (recipiente) usando a água como substância e posteriormente sabendo o valor da capacidade térmica do recipiente, obter o calor específico de um óleo vegetal.

---

<sup>1</sup> Experimento proposto pelos professores do DFI dos anos 80, entre eles o Prof. Me. Arlindo Antonio Savi, e a parte elétrica elaborada e montada pelo técnico e Físico Sérgio Carlos da Silva.

## **Calor, Capacidade Térmica e Calor Específico:**

O calor ( $Q$ ) é definido como uma forma de energia em trânsito. Em um sistema termodinamicamente fechado contendo dois corpos de diferentes temperaturas, o calor cedido ( $Q_{\text{cede}}$ ) pelo corpo de maior temperatura será aquele absorvido ( $Q_{\text{recebe}}$ ) pelo corpo de menor temperatura. Pela lei de conservação de energia podemos escrever

$$Q_{\text{cede}} = Q_{\text{recebe}} \quad (16.1)$$

A capacidade térmica de um corpo é dada pela quantidade de calor que é necessária para elevar de uma unidade (seja em Kelvin ou em graus Celsius) a temperatura desse corpo,  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ , cuja unidade é dada em cal/K ou J/K. Sendo

esta relacionada com o calor específico pela equação:  $c = \frac{C}{m}$ , onde  $m$  é a massa do líquido ou sólido. A unidade do calor específico é cal/gK ou J/kgK. Portanto, temos que calor é escrito da como:

$$Q = mc\Delta T \quad (16.2)$$

Unidades: cal de calorías, ergs em cgs e J (Joule) em MKS.

Os dados a seguir foi estipulado pelo Escritório Internacional de Pesos e Medidas:

$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$ (valor exato) $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/gK} = 1 \text{ cal/g } ^{\circ}\text{C}$
--

## **Potência e Lei de Ohm**

Como no calorímetro a fonte de calor ( $Q$ ) é fornecido por uma tensão (diferença de potencial), vinda de uma fonte DC, que aquece uma resistência, como um chuveiro elétrico, necessitamos relembrar alguns conceitos da parte de eletricidade.

Potência instantânea em eletricidade é dada pelo produto da diferença de potencial entre dois terminais de um dispositivo pela corrente que nela transita:

$$P = V i \quad (16.3)$$

Unidade: W (watts). Temos da mecânica que potência é definida pela razão do trabalho realizado em um determinado intervalo de tempo ( $\Delta t$ ):

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad (16.4)$$

Unidade: J/s. Necessitaremos também da Lei de Ohm, que relaciona diferença de potencial (tensão), corrente ( $i$ ) e resistência (R):

$$V = R i \quad (16.5)$$

Unidade: V (volts), lembrando que a corrente ( $i$ ) é dada em Ampère (A) e resistência (R) em Ohm ( $\Omega$ ).

## **Equação da Capacidade Térmica para o Experimento:**

Para obter a capacidade térmica do calorímetro e por fim obter o calor específico de um óleo vegetal, com os equipamentos descritos na montagem experimental, (Figura 16.2). Esta é **deduzida** a partir da lei de conservação de energia (equação 16.1), considerando a equação (16.2), e com o auxílio das seguintes equações (16.3), (16.4) e (16.5), obtendo-se:

$$C = \frac{V^2}{Rk} - m_{subst} c_{subst} , \text{ onde } k = \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (16.6)$$

onde R é a resistência, T a temperatura, t o tempo, m a massa da substância (líquido), c o calor específico do líquido e V a tensão aplicada. Para obter a capacidade térmica do Calorímetro a substância é a água. E conhecido este valor, obtem-se o calor específico do óleo vegetal com a mesma equação isolando  $C_{subst}=C_{\text{óleo}}$ .

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **EXPERIMENTO 16: CALORIMETRIA**

## **OBJETIVOS:**

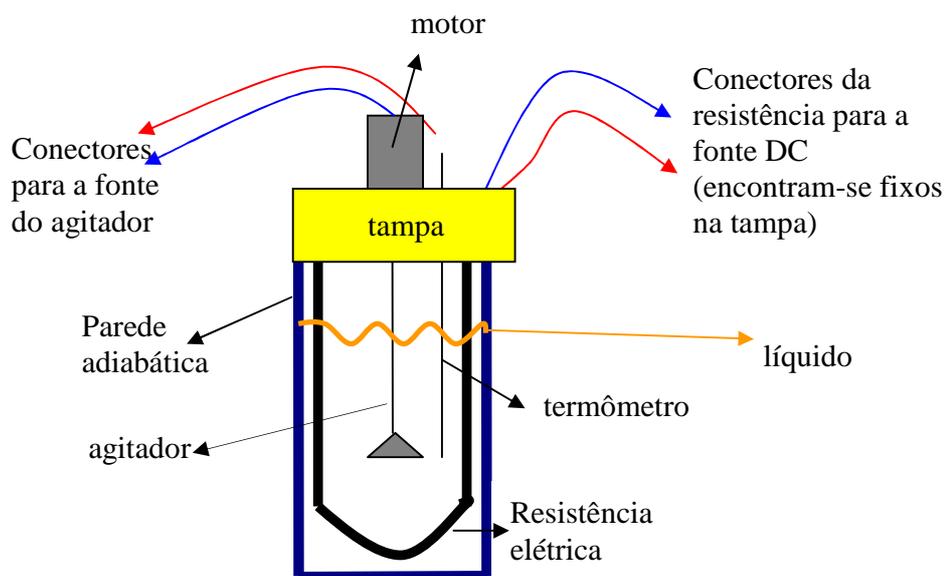
- Obter a capacidade térmica do calorímetro;
- Obter o calor específico de um óleo vegetal;

## **MATERIAIS UTILIZADOS:**

- 1 Calorímetro com tampa contendo agitador, motor do agitador, e resistor com cabo de conexão;
- 1 fonte DC;
- 1 fonte para o agitador;
- 2 cabos de conexão com jacarés;
- balança;
- 1 termômetro com borracha de vedação (*o-ring*);
- 1 cronômetro;
- 1 multímetro;
- líquidos: água e óleo;

## **DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO:**

O calorímetro é uma garrafa isolada termicamente, possuindo uma camada de vácuo entre as superfícies, sendo o lado interno revestido por uma camada refletora. Na tampa do mesmo, encontra-se acoplado na sua parte superior um motor conectado a uma pá giratória (agitador), cuja função é homogeneizar o calor no líquido, bem como conectores para a resistência, e um furo na tampa para que se possa acoplar um termômetro. Do lado inferior, que ficará dentro da garrafa, encontra-se a pá giratória e uma resistência elétrica em forma de U (Figura 16.1 e 16.2 (b)).



**Figura 16.1** – Desenho esquemático do calorímetro e seus componentes. Figura elaborada pela autora.

## **MONTAGEM EXPERIMENTAL:**

O experimento consiste de um calorímetro com uma tampa e seus componentes (Figura 16.1 e 16.2 (a) item 4 e 6 e em destaque a tampa na Fig. (b)), uma fonte DC (item 2, Fig. 16.2 (a)) e uma fonte para o agitador (item 1 – Fig. 16.2 (a)). Além deste sistema necessitamos de um termômetro digital, inserido em um orifício na tampa e a parte um cronômetro para acompanhar o tempo da variação da temperatura. A substância a ser utilizada para obter a capacidade térmica do calorímetro é a água, cujo calor específico é conhecido ( $c=1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ). Este dado é necessário para se obter o calor específico de um óleo vegetal.

**CUIDADOS:** Verifique se ambas as fontes encontram-se desligadas, e todos os botões de ajustes zerados; Abra a corrente na fonte DC (2) no máximo; **Nunca ligue a fonte DC (item 2 – Fig. 16.2 (a)), sem que a resistência (item 8 da tampa – Fig. 16.2 (b)) esteja imerso dentro de um líquido; Controle na fonte do agitador (item 1 – Fig. 16.2 (a)) a rotação do motor do agitador (item 6 – Fig. 16.2(b)), este não deve ficar no máximo, somente mantenha girando o suficiente para manter a temperatura do líquido homogênea. Ao**



**encerrar o experimento, zere todos os botões e somente então desligue os equipamentos.**



(a)

(b)

**Figura 16.2** – Foto da montagem experimental do experimento de calorimetria. (1) Fonte para o agitador; (2) Fonte DC da resistência do calorímetro; (3) conectores da resistência para a fonte DC; (4) calorímetro; (5) conectores da fonte do agitador; (6) motor do agitador; (7) agitador; (8) resistência em formato de U. Foto tirada pela autora.

## **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:**

### **Parte I – Obter a capacidade térmica do calorímetro:**

1. Verifique se o agitador está funcionando, para isso acople os fios vindos da fonte (item 1 da Fig. 16.2) com o auxílio de “jacarés” nos terminais apropriados no motor do agitador (como no item 5 da Figura 16.2), ligue a fonte e aumente a intensidade do botão seletor. Caso negativo comunique o professor;
2. Meça a resistência, a temperatura ambiente, utilizando um multímetro. Para isso coloque os terminais da resistência que saem da tampa do calorímetro no multímetro (este deve estar na escala  $\Omega$ ). Anote o valor com o desvio na Tabela 16.1;

3. Coloque água no calorímetro, **faça a aferição da massa da água** e anote esse valor, tomando o cuidado para não transbordar ao colocar a tampa com o agitador e a resistência, e que fique o mínimo espaço possível entre a tampa e o líquido.
4. Tampe e feche bem o calorímetro;
5. Insira o termômetro no orifício existente na tampa, para evitar perda de calor, coloque uma fita adesiva vedando o orifício. O termômetro deve ficar na vertical e bem fixada. Verifique antes de vedar se o mesmo está imersa no líquido. Cuidado para que o termômetro não atinja a haste ou a pá do agitador.
6. Faça as devidas conexões dos fios e ligue o motor do agitador, para que o sistema entre em equilíbrio térmico;
7. Mantenha o agitador ligado e conecte o fio que sai da tampa do calorímetro (referente aos terminais da resistência) na fonte de tensão. Ligue a fonte (coloque em torno de 20 a 25 Volts, o valor colocado deve ser mantido constante durante toda a coleta de dados), espere que o termômetro acoplado junto à tampa atinja  $30^{\circ}\text{C}$ , **prestem atenção**, pois a partir desta temperatura, marque o tempo com a ajuda de um cronômetro de dois em dois graus, **sem interrupção**.
8. Mantenha a tensão constante e anote a variação de corrente, somente para verificar se a resistência se manteve constante durante a execução do experimento.
9. Preencha a Tabela 16.1 da temperatura  $T (^{\circ}\text{C})$ , do tempo  $t$  (s) e da corrente  $i$  (A);

## **Parte II: Obter o calor específico de um óleo vegetal**

- 1- Jogue fora a água na pia, seque bem o calorímetro e os componentes da tampa que entraram em contato com a água;
- 2- Afira e **anote** o valor da massa de óleo respeitando o mesmo procedimento do da água (item 3 da parte I);





2 c) Substitua o valor da capacidade térmica do calorímetro (obtido no item 1c) e o valor da inclinação da reta (item 2b), na equação na equação (16.6) ache o valor do calor específico do óleo. Cuidado com as unidades.

2 d) Compare o valor do calor específico do óleo, determinado no laboratório com aquele encontrado na literatura (**Pesquise este valor num *Handbook de química – Biology Data***).

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **CONCLUSÃO (ÕES)**

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] J. Goldemberg – Física Geral e Experimental - 1ºVolume-- Companhia Editora Nacional EDUSP – (1970);

[2] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – vol 2- 3ªedição – Editora Edgard Blücher LTDA – (1996);

[3] D. Halliday, R. Resnick , J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.2, LTC Editora, 6ª Edição, (2002).

[4] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II, DFI/UEM (2008 a 2017).

Capítulo  
**17**

## **MÁQUINAS TÉRMICAS<sup>1</sup>**

O estudo de máquinas térmicas é importante tanto, no nosso dia-a-dia, quanto o é em Física, Química, como também nas Engenharias. Este está contextualizado dentro da Termodinâmica, obedece a primeira lei da termodinâmica, e é uma aplicação da segunda lei da termodinâmica. A palavra máquina provém do grego *Mechane*, que significa qualquer dispositivo engenhoso ou invenção.

Os registros datam que nas primeiras décadas da Era Cristã, fenômenos térmicos, foram estudados por vários inventores, entre eles por Heron de Alexandria. Este propôs um dispositivo constituído de uma esfera de metal com 2 furos, nestes furos havia um tubo encurvado, por onde o vapor escapava e o fazia girar (Figura 17.1), denominado *Eolípila*.



Figura 17.1 – Desenho esquemático da Eolípila a máquina de Heron. Figura extraída do site <http://pt.wikipedia.org/wiki/Eol%C3%ADpila>.

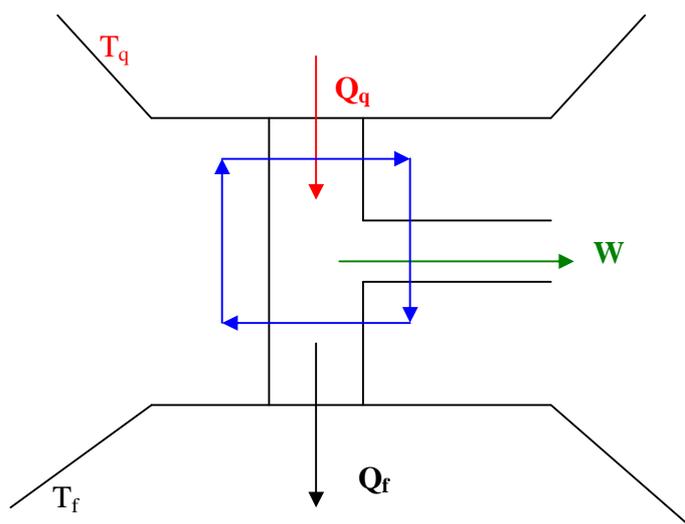
<sup>1</sup> Experimento este sugerido por Professores do DFI na década de 90, com a aquisição da máquina térmica da Pasco. Anteriormente a esta aquisição, utilizava-se um protótipo de uma máquina térmica a vapor construída no próprio DFI. Que foi desativada pela falta de peças de reposição.

Quinze séculos após, novos trabalhos utilizando vapor d'água surgiram, mas destinado para uso no auxílio de serviços. Um deles, um digestor de calor, foi inventado em 1679 por Denis Papin, médico e Físico Francês, atualmente conhecido por panela de pressão. Ele também construiu em 1689 uma bomba centrífuga. O objetivo era elevar água de um canal entre duas cidades alemãs: Kassel e Karlshaven utilizando uma “máquina” a vapor. Este o levou a um sistema de êmbolo. Posteriormente, entre outros, foi construída a máquina de Newcomen, que é uma máquina construída por Thomas Savery (inventor e engenheiro inglês) em 1698 e aperfeiçoada pelo inventor e engenheiro inglês Thomas Newcomen 7 anos após. Essa máquina era um dispositivo que produzia vácuo pela condensação de vapor d'água. Esse dispositivo, conectado com um tubo longo era utilizado para aspirar água de minas de carvão devido à formação do vácuo, mas possuía muitas limitações, a principal era porque envolvia pressões acima de 8 atm. Assim, Newcomen construiu a máquina com cilindros polidos onde eram ajustados pistões (êmbolos). O movimento de vaivém desses pistões devia-se, respectivamente, à expansão do vapor, já que, por causa do resfriamento decorrente dessa expansão, havia a formação de vácuo e, conseqüentemente, a pressão atmosférica baixava o pistão. A máquina de Newcomen mesmo sendo utilizada por longos anos, tinha uma limitação: a água destinada a condensar o vapor esfriava também o cilindro, e grande quantidade de calor era desperdiçada. Em 1769 James Watt, engenheiro escocês, patenteou um dispositivo denominado condensador, utilizado para resfriar o vapor de água, adaptando o a máquina de Newcomen. Treze anos após ele abandonou o uso da pressão atmosférica ao propor o sistema em que o próprio vapor fazia com que os pistões mexessem de forma alternativa, levando ao movimento das máquinas. Sua proposta conduziu ao uso dessa máquina em bombas d'água, locomotivas, barcos a vapor e para acionar os fatores que motivaram a era da Revolução Industrial. Foi Watt quem introduziu, em 1783, o termo cavalo-vapor (horse power - hp) quando mostrou que um cavalo pode elevar um massa de 68 Kg a uma altura de 1,20 m. Essa grandeza que conhecemos como Potência, hoje tem sua unidade em MKS, W (Watts). Lazare Nicolas Marguerite Carnot, general e engenheiro militar em 1803,

iniciou o estudo sobre o rendimento de uma máquina a vapor. Este estudo foi retomado pelo seu filho, Nicolau Leonard Sadi Carnot, físico francês. Que é o que conhecemos como Ciclo de Carnot. Sendo este o limite teórico para uma máquina térmica. Em 1825, uma locomotiva transporta pela primeira vez 450 pessoas a uma velocidade de 24 Km/h na Inglaterra. Quem o construiu foi o engenheiro e inventor George Stephenson. Um histórico detalhado pode ser lido no site: <http://www.seara.ufc.br/folclore/folclore246.htm>, escrito pelo Prof. José Maria Bassalo. Neste capítulo iremos entre outros estudar como funciona uma máquina térmica, os princípios básicos, as leis da termodinâmica envolvida e calcular os rendimentos da máquina térmica e a de Carnot. E também ver sobre o efeito Seebeck.

### **Máquina Térmica:**

Uma máquina térmica é um sistema termodinâmico que funciona entre dois reservatórios com diferentes temperaturas [2,3,4]. Esse sistema retira calor do reservatório de maior temperatura ( $T_q$ ), realiza trabalho e rejeita o restante do calor para o reservatório de menor temperatura ( $T_f$ ), operando em ciclos (Figura 17.2).



**Figura 17.2** – Desenho esquemático do funcionamento de uma máquina térmica, sendo  $Q_q$  e  $Q_f$  o calor do reservatório de maior temperatura ( $T_q$ ) e calor do reservatório de menor temperatura ( $T_f$ ) respectivamente, e  $W$  o trabalho realizado pela máquina.

O rendimento de uma máquina térmica é dado por:

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = \left| 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \right| 100\% . \quad (17.1)$$

O principal conceito envolvido é a segunda lei da termodinâmica:

“Não é possível transformar completamente calor em trabalho, sem a ocorrência de outra mudança”.

O rendimento de Carnot (limite teórico de uma máquina térmica) é dado por:

$$\eta_{Carnot} = \left| \frac{T_q - T_f}{T_q} \right| 100\% \quad (17.2)$$

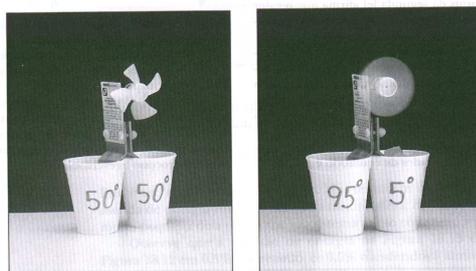
### **Dispositivo Peltier [5]:**

O dispositivo que será utilizado para o estudo do rendimento de uma máquina térmica é um conversor termoelétrico chamado dispositivo Peltier. Esse dispositivo (descoberto em 1834 por Jean Charles Athanase Peltier) constitui-se de uma junção de metais diferentes. Quando circula uma corrente elétrica através dessa junção há uma liberação de calor. Quando o sentido da corrente elétrica é invertido há uma absorção de calor. No entanto, o processo inverso também ocorre, ou seja, quando os dois lados do dispositivo são mantidos a diferentes temperaturas surge uma corrente elétrica. Esse efeito oposto é denominado de efeito Seebeck e foi descoberto pelo físico russo-germânico Thomas Johann Seebeck 13 anos antes do efeito Peltier. Atualmente, utilizam-se junções pn para obtenção do Efeito Seebeck.

O efeito Seebeck será utilizado para simular uma máquina térmica; um lado do dispositivo Peltier é mantido a baixa temperatura (constante), por meio do bombeamento de água gelada e o outro lado, a alta temperatura (constante), utilizando um resistor colocado no seu interior e conectado a uma fonte de tensão DC. As temperaturas são medidas com termopares adequadamente conectados ao dispositivo. [O dispositivo Peltier \(sistema termodinâmico\) extrai calor da fonte](#)

quente (resistência elétrica) realiza trabalho (através da queda de tensão num resistor de carga) e transfere calor para a fonte fria (mistura de água com gelo). O rendimento desta máquina pode ser obtido experimentalmente e comparado com o valor máximo do rendimento teórico. Quando usado como refrigerador o calor é transferido da fonte fria para quente.

A Figura 17.3 mostra uma aplicação do dispositivo Peltier realizando trabalho.



**Figura 17.3** – Atuação de um Dispositivo Peltier. Figura extraída da Referência [6].

## Máquina Térmica via Dispositivo Peltier:

Na máquina térmica alternativa (Dispositivo Peltier) o rendimento é dado por [5]:

$$e = \frac{P_w}{P_q}, \quad (17.3)$$

em que:

$$P_w = \frac{V_w^2}{R_w} \quad (17.4)$$

é a potência elétrica dissipada no resistor de carga e

$$P_q = V_q i_q \quad (17.5)$$

é a potência elétrica fornecida pelo resistor correspondente à fonte quente.

A equação  $Q_q = W + Q_f$  é idêntica a  $P_q = P_w + P_f$ .

## Conversões da Temperatura:

A temperatura do reservatório quente e frio será fornecida por intermédio de um termopar conectado no interior da máquina térmica. Este valor será primeiramente aferido em Ohms, e posteriormente convertido em  $^{\circ}C$  e por fim em Kelvin (K).

Para converter de  $K\Omega$  para  $^{\circ}C$  utilizem a Tabela 17.4. Quando não tiver o valor apresentado, utilizem a seguinte equação para converter:

$$T(^{\circ}C) = T_a(^{\circ}C) + \delta T(^{\circ}C) \quad (17.6)$$

onde

$$\delta T(^{\circ}C) = (T_a(K\Omega) - T(K\Omega)) \left( \frac{1^{\circ}C}{T_a(K\Omega) - T_b(K\Omega)} \right) . \quad (17.7)$$

Na equação (17.6) e (17.7) denota-se por  $T_b$  o valor posterior a  $T_a$  em  $K\Omega$  na ordem crescente da Tabela 17.4, e T a temperatura que se quer saber quanto vale.

Exemplo, vamos adotar o intervalo entre  $T_a = 269K\Omega$  ( $=4^{\circ}C$ ) e  $T_b = 255K\Omega$  ( $=6^{\circ}C$ ), e queremos saber qual a temperatura de  $T = 260K\Omega$  em  $^{\circ}C$ . Primeiro vamos calcular a variação  $\delta T(^{\circ}C)$  utilizando a equação 17.7:

$$\delta T(^{\circ}C) = (269 - 260)(K\Omega) \left( \frac{1^{\circ}C}{269(K\Omega) - 255(K\Omega)} \right) = 0,64 ,$$

$$\text{e } T(^{\circ}C) = 5^{\circ}C + 0,64^{\circ}C = 5,64^{\circ}C$$

E, para converter de  $^{\circ}C$  para K:

$$T(K) = 273,15 + T(^{\circ}C) . \quad (17.8)$$

## **PARTE EXPERIMENTAL**

### **Experimento 17: Máquina Térmica**

#### **OBJETIVOS:**

- Mostrar o funcionamento da máquina térmica;
- Demonstrar a possibilidade de converter calor em trabalho;

- Verificar a 2ª. Lei da Termodinâmica para processos reversíveis;
- Obter o rendimento da máquina térmica e o rendimento de Carnot.

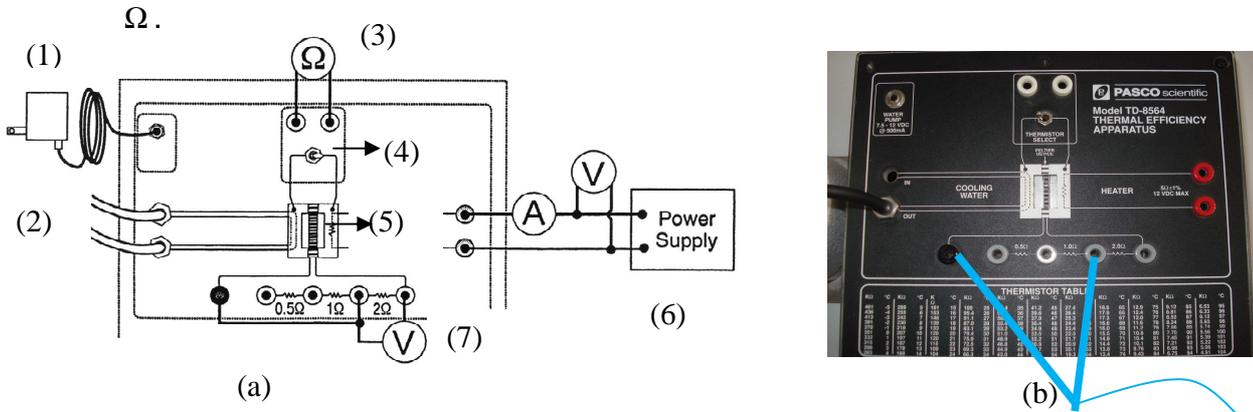
## **MATERIAIS UTILIZADOS**

- 1 Máquina Térmica da Pasco;
- 2 Multímetros;
- 1 fonte DC com dois visores: para tensão e amperagem (caso não tenha é necessário mais um multímetro);
- 1 cabo conector com 3 pontas;
- 5 cabos conectores simples;
- 1 seringa grande;
- gelo picado;
- água o suficiente para cobrir a mangueira inferior do reservatório frio;
- Frasco de isopor conectado a máquina térmica;

## **DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO**

A Figura 17.4 ilustra a montagem experimental de uma máquina térmica (dispositivo Peltier) embasada no efeito Seebeck. (1) O terminal conector para uma tomada 110V, que aciona o motor interno do circulador de água; (2) Mangueiras de circulação de água da fonte fria (frasco de isopor com água e gelo); (3) Terminal para a ligação de um multímetro na escala de leitura de resistência  $\Omega$  (ohm) onde se fará a leitura da temperatura da fonte fria e quente; (4) Chave seletora para fazer a leitura das temperaturas da fonte quente e fria: quando voltada para o lado da fonte de alimentação, a leitura no multímetro será a temperatura do reservatório quente ( $T_q$ ) e quando viramos a chave para o lado do frasco de isopor, a leitura será da fonte fria ( $T_f$ ); (5) Dispositivo Peltier; (6) Fonte de alimentação (fonte quente), conectada se necessário a um amperímetro em série e a um voltímetro em paralelo ao terminal da máquina; (7) Multímetro na escala de leitura de voltagem conectado ao resistor de carga, onde se fará a leitura da

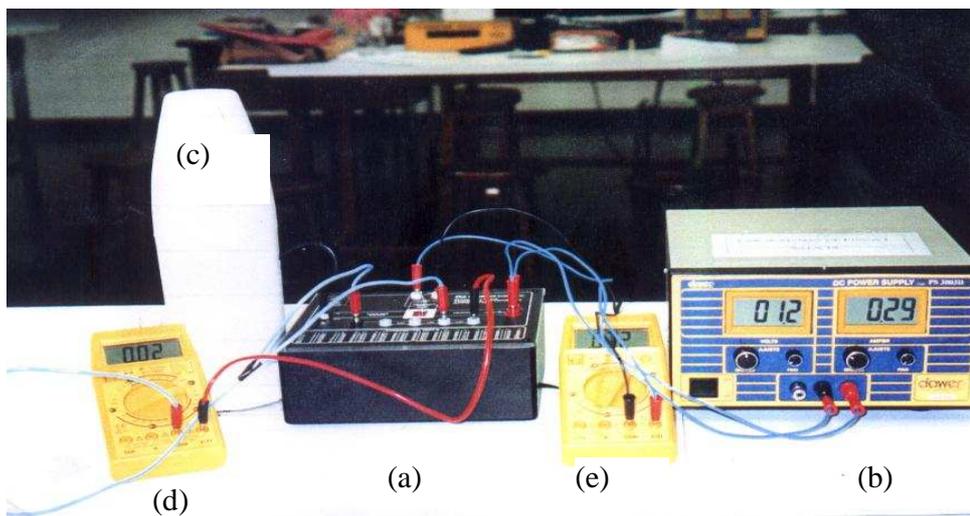
voltagem do trabalho realizado pela máquina térmica, o intervalo escolhido em 2



**Figura 17.4** – (a) Desenho esquemático da montagem da máquina térmica alternativa (dispositivo Peltier); V = voltímetro; A = amperímetro;  $\Omega$  =ohmímetro. Power Supply (Fonte de alimentação). Figura extraída da referência [5]; (b) Foto da máquina térmica da PASCO.E a indicação de onde conectar o cabo de 3 pontas.

## MONTAGEM EXPERIMENTAL

Na Figura 17.5 apresentamos uma foto da montagem experimental, já com as devidas conexões: (a) A máquina térmica; (b) fonte de alimentação DC; (c) (frasco de Isopor com água e gelo); (d) multímetro para leitura da voltagem do resistor de carga; (e) Multímetro para leitura das temperaturas quente e fria da máquina térmica.



**Figura 17.5** – Máquina térmica (Pasco): (a) Dispositivo Peltier com os conectores elétricos; (b) fonte de alimentação para o resistor (Fonte Quente); (c) frasco de isopor com mistura de água e gelo (Fonte Fria); (d) Voltímetro conectado no resistor de carga (Trabalho); (e) Multímetro na escala de Ohmímetro (para medir o  $T_q$  e o  $T_f$ ).

## **PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

1. Coloque no recipiente termicamente isolado (frasco de isopor) um pouco de água (o suficiente para cobrir a entrada do tubo inferior), e verifique se a água está circulando, caso não esteja, retire o tubo do frasco, encaixe a seringa na sua extremidade e retire a água do tubo, até que o tudo fique livre de “sujeiras” e a água fique circulando livremente;
2. Acrescente gelo até a borda e tampe o recipiente;
3. Conecte os cabos ligando o ohmímetro (multímetro na escala de  $\Omega$ ) nos terminais do termistor ((3) na Figura 17.4);
4. Conecte os cabos da fonte DC aos terminais da máquina térmica, caso este não apresente os leitores de voltagem e amperagem, conecte também o voltímetro e o amperímetro nos terminais do bloco aquecedor, de acordo com (6) na Figura 17.4.
5. Conecte o resistor de carga de  $2\Omega$  (ohm) como mostrado detalhadamente em (7) na Figura 17.4, utilize o cabo de 3 pontas, onde duas pontas será conectada no resistor de cargas e a ponta simples será conectado no multímetro no COM, Posteriormente com um cabo simples coloque na última conexão no intervalo de  $2\Omega$  e a outra extremidade deste cabo conecte ao multímetro (na escala de voltímetro) que fornecerá o valor de  $V_w$ . A escolha do resistor de carga de  $2\Omega$  é arbitrária. Quaisquer das resistências de carga podem ser usadas.
6. Zere todos os botões de ajuste e ligue a fonte de alimentação DC. Ajustar a voltagem para 11,0V.

NOTA: Este é o valor sugerido para tornar a temperatura quente quase o máximo permitido. Qualquer voltagem menor que 12 V é satisfatória. O Aparato de Eficiência Térmica não pode permanecer mais que 5 minutos com o lado quente acima  $80^\circ\text{C}$ . Um interruptor térmico cortará automaticamente a corrente do bloco de aquecedor se a temperatura exceder  $93^\circ\text{C}$  para prevenir danos no dispositivo.

7. Espere o sistema atingir o equilíbrio tal que as temperaturas quente e fria sejam constantes. Isto pode levar 5 a 10 minutos e pode depender das temperaturas iniciais. Se desejar esfriar o lado quente, a voltagem pode ser diminuída momentaneamente. Lembre-se que a resistência de termistor abaixa com os aumentos de temperatura.
8. Leia os valores das “resistências de temperatura” do lado quente e o lado frio, para isto basta girar a chave seletora para a leitura desejada, e faça a leitura no multímetro em Ohm. Registre as leituras na Tabela 17.1.
9. Registre a voltagem ( $V_q$ ) do resistor de aquecimento, a corrente ( $I_q$ ) e a voltagem do resistor de carga ( $V_w$ ) na Tabela 17.1.
10. Abaixar a voltagem do resistor de aquecimento de aproximadamente 2 V, para isso varie o valor na fonte de alimentação DC. Valores sugeridos para  $V_q$ : (11,0 V, 9,0 V, 7,0 V, 5,0 V, e 3,0 V).
11. Repita os passos de 7 até 10 para cinco temperaturas quentes diferentes.

## **DADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE**

Tabela 17.1 - Tabela dos dados experimentais.  $T_q$ - temperatura no reservatório quente,  $T_f$  – temperatura no reservatório frio,  $V_q$  tensão no reservatório quente;  $I_q$  -corrente no reservatório quente;  $V_w$  – tensão de saída do trabalho realizado;

$V_q$ (V)	$I_q$ (A)	$T_f$ (k $\Omega$ )	$T_q$ (k $\Omega$ )	$V_w$ (V)

## **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS**

- 1) Transforme os valores das temperaturas de  $k\Omega$  para  $^{\circ}C$ , de  $^{\circ}C$  para K utilizando a tabela (17.4) e as equações (17.6) e (17.7). Represente seus resultados na Tabela 17.2.

Tabela 17.2 – Conversão de  $k\Omega$  para  $^{\circ}C$  e de  $^{\circ}C$  para K para os dados das temperaturas da tabela 15.1.

$T_q (^{\circ}C)$	$T_q (K)$	$T_f (^{\circ}C)$	$T_f (K)$

- 2) Para cada conjunto de dados da Tabela 17.1, **calcule** a potência fornecida para o reservatório quente  $P_q$ , a potência consumida pelo resistor de carga  $P_w$ , dadas pelas equações (17.4) e (17.5) respectivamente. Escreva seus resultados na Tabela 17.3.

- 3) Calcule e anote na Tabela 17.3, a diferença de temperatura para cada conjunto.

- 4) Calcule e anote na Tabela 17.3 os rendimentos por meio das potências.

- 5) Calcule utilizando a equação (17.2) e anote na Tabela 17.3 o rendimento de Carnot (máximo) a partir das temperaturas. As temperaturas são expressas em graus Kelvin.

**Obs:** Note que o rendimento é sempre menor que 1 (um). Para que o rendimento seja igual a 1 (ou 100%) é necessário que todo o calor fornecido seja integralmente e indefinidamente convertido em trabalho.

**Tabela 17.3** –Valores calculados utilizando dos dados da Tabela 17.1 e 17.2.

$P_q$ (W)	$P_W$ (W)	$\Delta T$ (K)	$\eta_{\text{real}}$ (%)	$\eta_{\text{Carnot}}$ (%)

6) Confeccione ambos os gráficos dos rendimentos de Carnot e do rendimento real em uma única figura (utilize para o módulo de escala, o maior valor entre os dois rendimentos) versus variação de temperatura em Kelvin, esta será a Figura 17.5;

7) Compare os rendimentos e diga qual é a proporção entre ambos.

**Questões:**

- O rendimento de Carnot é o rendimento máximo possível para uma determinada diferença de temperatura. De acordo com o gráfico da Figura 17.5, o rendimento real é sempre menor que o rendimento de Carnot? Justifique.
- O rendimento de Carnot aumenta ou diminui como os aumentos de diferença de temperatura? Justifique.
- O rendimento real aumenta ou diminui como os aumentos de diferença de temperatura?

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

## **CONCLUSÃO (ÕES)**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] J. L. Bassalo, Uma breve história das máquinas térmicas, disponível no sítio: <http://www.seara.ufc.br/folclore/folclore246.htm>; Acesso em 19/09/2013.

Manual de Laboratório – Física Experimental II- Hatsumi Mukai e Paulo Ricardo Garcia  
Fernandes - 2018

[2] J. Goldemberg – Física Geral e Experimental - 1ºVolume-- Companhia Editora Nacional EDUSP – página 346 (1970).

[3] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – vol 2- 3ªedição – Editora Edgard Blücher LTDA – (1996).

[4] D. Halliday, R. Resnick , J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.2, LTC Editora, 6ª Edição, capítulo 19, 20 , 21 e 22 (2002).

[5] Manual de Instrução da PASCO, Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific - Model TD-8564, (1991).

[6] R. A. Serway, J. W. Jewett, Jr, Princípios de Física – Vol. 2 – Movimento Ondulatório e Termodinâmica – Editora Thomson, página 658 (2004).

[7] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I e II, DFI/UEM (2008 a 2017).

**Anexo 1 -Tabela de conversão:**

Tabela 17.4 – Tabela de conversão. Retirado do Manual da Pasco [5].

kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C
461	-5	146	17	53.2	39	21.7	61	9.76	83
436	-4	139	18	51.0	40	20.9	62	9.43	84
413	-3	133	19	48.9	41	20.1	63	9.12	85
391	-2	126	20	46.8	42	19.3	64	8.81	86
370	-1	120	21	44.9	43	18.6	65	8.52	87
351	0	115	22	43.0	44	17.9	66	8.24	88
332	1	109	23	41.2	45	17.3	67	7.96	89
315	2	104	24	39.6	46	16.6	68	7.70	90
298	3	100	25	37.9	47	16.0	69	7.45	91
283	4	95.4	26	36.4	48	15.5	70	7.21	92
269	5	91.1	27	34.9	49	14.9	71	6.98	93
255	6	87.0	28	33.5	50	14.4	72	6.75	94
242	7	83.1	29	32.2	51	13.8	73	6.53	95
230	8	79.4	30	30.9	52	13.4	74	6.33	96
218	9	75.9	31	29.7	53	12.9	75	6.12	97
207	10	72.5	32	28.5	54	12.4	76	5.93	98
197	11	69.3	33	27.4	55	12.0	77	5.74	99
187	12	66.3	34	26.4	56	11.6	78	5.56	100
178	13	63.4	35	25.3	57	11.2	79	5.39	101
169	14	60.7	36	24.4	58	10.8	80	5.22	102
161	15	58.1	37	23.4	59	10.4	81	5.06	103
153	16	55.6	38	22.5	60	10.1	82	4.91	104