UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Manual de Laboratório de Física I

Profa. Hatsumi Mukai e Prof. Paulo R. G. Fernandes

Março/2018

Capítulo 1

Como se faz um relatório?

O relatório deve conter as informações necessárias para o entendimento do experimento realizado. Nesse sentido, para que todos os acadêmicos de Laboratório de Física I tenham uma orientação sobre como se deve fazer um relatório estamos sugerindo o seguinte modelo:

Capa : Modelo sugerido para a capa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Disciplina - código

TÍTULO DO EXPERIMENTO

ACADÊMICO(S) : RA:

TURMA: PROFESSOR(A):

LOCAL E DATA

Conteúdo:

O conteúdo do relatório é constituído de itens, e cada item deve estar em destaque (negrito) e devidamente enumerado na sequência da apresentação. Para uma melhor apresentação, procurem colocar no corpo do texto (exceto resumo) a separação das linhas com no mínimo de espaçamento entre linhas de 1,5, e margens tanto da direita quanto da esquerda justificadas (alinhadas). Ficando claro que existem várias formas de apresentar um relatório, com menos itens, mas esta é a forma que achamos adequada para direcionar a compreensão do conteúdo estudado. As normas aqui seguem parte a da ABNT e parte da APA (American Psychological Association).

A seguir apresentamos os itens que devem ser apresentados no relatório e o que cada um deles deve conter de acordo com o assunto do experimento executado. São eles:

1. **Resumo:** Este item deve sintetizar todo o trabalho apresentado. Deve conter a proposição da finalidade do estudo, apresentar uma visão direta e rápida do conteúdo, contendo o tema principal abordado, qual o principal método utilizado, e o(s) equipamento(s) (ou instrumento(s)) principal(is) (com marca e precisão), as condições iniciais adotadas e um sumário dos resultados obtidos e conclusão (ou principais conclusões). Este item deve ser apresentado sem parágrafos e espaçamento simples.
2. **Introdução Geral:** Escrever em poucas linhas um histórico sobre o conhecimento do tema principal do experimento e a sua importância. Este item é baseado em pesquisa bibliográfica sobre o tema do experimento.
3. **Objetivo(s)**: Citar os objetivos do experimento, tanto os gerais como os específicos.
4. **Fundamentação teórica**: Escrever a teoria necessária, baseada em uma revisão bibliográfica, para o desenvolvimento, compreensão do experimento e interpretação de seus resultados. As equações devem ser

devidamente numeradas para futura citação. As figuras devem ter legendas e também enumeradas na sequência da apresentação.

5. Desenvolvimento Experimental:

Nessa parte do relatório deverá conter:

5.1. **Materiais Utilizados:** cite, em itens, todo o material utilizado no experimento, bem como a sua precisão e marca quando houver.

5.2. **Montagem Experimental:** Faça um desenho esquemático, ou insira uma foto da montagem experimental. Lembre-se de identificar os principais equipamentos e colocar a sua legenda que devem ser autoexplicativas. **A legenda das figuras é colocada na parte inferior**, e enumerada em ordem crescente, e na legenda deve ainda constar o conteúdo da mesma (Ex.: Figura 1: escrever o que se está apresentado na figura (foto ou desenho));

5.3. **Descrição do Experimento:** descreva o experimento detalhando o procedimento de execução dando ênfase aos detalhes. Ressaltando as observações especiais que influenciaram as medidas.

5.4. **Dados Obtidos Experimentalmente:** Neste item apresentar somente os resultados obtidos por meio das aferições no experimento. Colocar os resultados em tabelas (de preferência na vertical). Colocar a **legenda das tabelas na parte superior,** e enumera-las em ordem crescente de apresentação do texto, e na legenda deve ainda constar o conteúdo da mesma (Ex.: Tabela 1: escrever o que se está apresentado na tabela);

5.5. **Interpretação dos Resultados**: Utilizando os dados obtidos experimentalmente, item (5.4), há um desenvolvimento a ser realizado para se atingir o objetivo. Assim, neste item obtenha na sequência, a partir dos dados obtidos, os resultados por meio de cálculos (citar o número da equação utilizada que deve estar na fundamentação teórica) e, se necessário, os resultados devem ser tabelados. Da mesma forma apresentar os gráficos, na sequência, e assim por diante. Os gráficos devem ainda ser apresentados com as respectivas curvas de ajustes quando houver. Ainda em relação aos gráficos, estes são considerados figuras. As legendas são colocadas na parte inferior da Figura. Exemplo: Figura 1: Gráfico de espaço (S) em centímetros versus tempo (t) em segundos. Confeccionado com os dados da Tabela 1. Observem que devem ir escrevendo o raciocínio do que se está obtendo, como, com quais dados, o que vão apresentar, até atingir o objetivo.

6. **Análise (Discussão) dos Resultados:** Discuta todos os resultados obtidos. Escreva o que você observou, levando em consideração as possíveis fontes de erros e as aproximações feitas em relação ao teórico (ou ao resultado ideal). Analise os gráficos e principalmente os parâmetros obtidos a partir das curvas de ajuste. Ao escrever a análise, especifique em qual resultado você se refere, ao justificar o referido resultado. Busque sempre que possível uma conexão entre as partes experimental e teórica.
7. **Conclusões:** A conclusão deve estar ligada diretamente ao(s) objetivo(s). Salientando os principais resultados obtidos no experimento.
8. **Referência Bibliográfica:** Coloque todas as referências utilizadas de acordo com as normas da ABNT ou APA. Ex. Autor(es), Título da obra, Editora, página e ano da edição. Este item é muito importante, pois vai mostrar o que você leu teoricamente para compreensão do experimento realizado.

Referência Bibliográfica:

[1] Manual de Laboratório – Física 1 – Instituto de Física – Universidade de São Paulo, 40-41, (1983);
[2] A. A. Cervo e P. A. Bervian, Metodologia Científica, Mc Graw-Hill – Porto Alegre (1975).
[3] site: http://www.ufpi.br/downloads/uploads/ABNT-10719-Relatriostcnico-cientficos.pdf, pagina visitada em 03/2008;
[4] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Manual de laboratório – Física I – DFI/UEM – 2008 a 2017;
[5] site: https://moodle.fct.unl.pt/pluginfile.php/85576/mod_resource/content/0/rac-guia-ap.Normas.APA.pdf, página visitada em 24/03/2017.

Capítulo

2

Medidas e Noções sobre a Teoria de Erros[1-3]

Neste Capítulo, iniciaremos por apresentar o que é uma medida experimental. Posteriormente, será apresentado como esta é representada, para isso é necessário classificar os tipos de medidas. Veremos que toda medida experimental possui um desvio na medida, e essa obedece uma teoria conhecida com teoria de "erros", apresentaremos somente pontos principais desta teoria, os de nosso interesse. Por fim, serão apresentados os equipamentos que utilizaremos para medir as grandezas fundamentais: comprimento, tempo e massa.

2.1 – O que é uma medida?

Uma medida é um resultado quantitativo, proveniente de qualquer resultado obtido experimentalmente, direta (via instrumento ou equipamento) ou indiretamente (por meio de equações que utilizam resultados de medidas diretas).

2.2 - Como se representa uma medida (resultado experimental)?

Uma medida terá sentido somente quando se puder determinar, de uma forma ou de outra, o "erro" a que está afetada.

Quando efetuamos uma medida ou várias medidas (nas mesmas condições, de uma mesma grandeza), o valor dessa grandeza é expresso pela relação:

$$x = (\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}) \quad unidade\,. \tag{2.1}$$

Em que, no caso de uma única medida $\bar{x}$ é a própria medida e para várias medidas é a média dos valores medidos (média aritmética simples), e $\sigma_{\bar{x}}$, chamada de incerteza para uma única medida, e de desvio padrão para várias medidas. **Observe que ao utilizar o valor da medida (ou seu valor médio) em uma equação, não somamos ou subtraímos o seu desvio. Isto é uma representação**. Significa que o valor está neste intervalo $[\bar{x} - \sigma_x, \bar{x} + \sigma_x]$, sendo este o intervalo de confiança do valor desta medida. Como obter $\bar{x}$ e $\sigma_{\bar{x}}$, é o que veremos a seguir. E para isso primeiramente vamos falar a respeito da classificação das medidas, e uma noção erros estatísticos.

2.3 - Classificação das Medidas

As medidas são classificadas de duas formas: diretas e indiretas.

- **Medida Direta:** É a medida (leitura) obtida diretamente do instrumento de medida. Ex. altura (a leitura é feita diretamente na trena); tempo (leitura feita diretamente no cronômetro). Nesta categoria ainda temos:
  - **Medida direta de uma única medida:** Quando somente uma leitura é suficiente. Ex.: Medida da largura de uma mesa. Basta medirmos uma única vez, devido a precisão do equipamento, no caso a trena, pois obteremos sempre a mesma leitura.
  - **Medida direta de várias medidas:** Quando é necessário medirmos várias vezes a mesma grandeza para minimizar a imprecisão na medida. Ex.: tempo de queda de um corpo. Medimos várias vezes e tiramos à média (valor médio).
- **Medida Indireta:** É quando o resultado da medida é obtida com o auxílio de uma equação, que envolve resultados de medidas diretas. Por exemplo: a determinação da velocidade final de um corpo preso por um fio, quando em movimento de translação na direção vertical (aceleração constante). A velocidade final é expressa por: $v = \frac{2h}{t}$. Para determinar a velocidade, utilizamos os resultados de medidas diretas: da altura e do tempo médio de percurso.

2.4 - Noções sobre Teoria Estatística de Erros

Se tentarmos efetuar uma série de medidas de uma mesma grandeza (tal como tempo de percurso de uma dada massa a uma altura fixa) empregando os mesmos métodos, os mesmos instrumentos de medida e nas mesmas condições experimentais, obtém-se resultados diferentes. Sendo assim, que número deverá ser assumido como medida da grandeza? Qual o valor que melhor a representará? Qual a confiabilidade que uma série de medições pode inspirar? Como comparar entre si duas ou mais séries de medidas? A resposta a essas perguntas constitui o objeto da Teoria de Erros.

Para isso precisamos saber quais são os tipos de erros e a origem dos mesmos.

2.4.1 Classificação dos Erros:

- **Erros Grosseiros:** exclusivo da falta de prática do experimentador; erros de leitura.

- **Erros Sistemáticos:** ocorrem sempre num mesmo sentido. Podem ser devido ao experimentador, como atraso (ou antecipação) ao acionar um cronômetro; a um erro de paralaxe ou erro de calibração, bem como de uma falha conceitual.

- **Erros de Flutuação**: decorrem de fatores imprevisíveis, pois são causados por variações das quais não temos controle.

Os erros grosseiros e sistemáticos podem ser eliminados; Após eliminar ou reduzir um erro sistemático o que resta são os de flutuação, que serão estudados pela teoria dos erros, conhecidos também como erros estatísticos.

2.4.2 - Variáveis Estatísticas

Uma variável estatística é um elemento qualquer de um conjunto de dados da qual se faz uma análise estatística. Estas podem ser qualitativas ou quantitativas. Neste capítulo trataremos os dados referentes às quantitativas.

2.4.2 a - Uma única medida (incerteza):

O critério é o seguinte: Quando efetuamos uma única medida tomamos como incerteza da medida a metade da menor subdivisão, no caso de

equipamentos analógicos, e no caso dos equipamentos digitais leva-se em consideração o número de digitos sendo o último o incerto. Em ambos os casos considera-se que a incerteza não foi fornecida pelo fabricante, caso tenha sido, vale a do fabricante. Ressaltando ainda, que os equipamentos estejam calibrados.

Exemplo: Efetuando uma medida de um comprimento - largura de uma mesa, por exemplo: $62\,cm$ utilizando uma trena com precisão de $1\,mm$. A incerteza na medida será de: $0,5\,mm$ que corresponde à metade da menor divisão da trena. Tal que a representação ficará então $l = (620,0 \pm 0,5)\,mm$. O que significa que o valor medido está entre $619,5\,mm$ e $620,5\,mm$, ou seja, possui uma incerteza de $0,5\,mm$ para mais ou para menos. No caso de um paquímetro, veremos que o fabricante informa a incerteza sendo de 0,05 mm, portanto o resultado seria mais preciso do que a realizada com uma régua de incerteza 0,5 mm. Um outro exemplo, no caso agora de um equipamento digital: uma balança com 3 dígitos possui uma incerteza de 0,01 g, supondo que o último digito varie de ± 1. E, a precisão neste caso será de 0,1 g.

2.4.2 b – Medidas Diretas de Várias Medidas:

Necessitamos primeiramente tirar a média das medidas (que será o valor mais provável da medida) e calcular o desvio, neste caso, chamado de desvio padrão, assim vejamos como se calculam essas quantidades.

➢ Valor médio

Vamos representar uma medida da grandeza x por x_1, uma segunda medida realizada nas mesmas condições de x_1 da mesma grandeza x será representada por x_2 e sucessivamente para as demais medidas. Dessa forma, x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 ,..........., x_n , representam um conjunto de medidas realizadas, da mesma forma e com as mesmas condições, de uma dada grandeza x .

Caso se tenha diferentes medidas para uma mesma grandeza, como expressamos o valor dessa grandeza?

Para isso, utilizamos o valor médio. Uma vez que todas as medidas foram obtidas da mesma forma (com as mesmas condições), o peso atribuído a cada medida será o mesmo. Portanto, a média que utilizaremos será uma média aritmética simples:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \, , \qquad (2.2)$$

em que n corresponde ao número total de medidas realizadas.

Obs: A barra horizontal sobre a grandeza x indica valor médio e o símbolo $\sum$ significa somatório.

➢ Desvio Padrão

O desvio padrão[1] atribuído à medida de uma dada grandeza é uma dispersão estatística. Este informa o quanto de variação ou dispersão existe em relação à média ou o valor esperado da medida, e é dado por:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{(n-1)}} \, , \qquad (2.3)$$

em que i corresponde a i-ésima medida e n o número total de medidas realizadas.

Obs: Utilizaremos o símbolo σ (sigma) para o desvio padrão. E a letra em subescrito é referente a grandeza física envolvida. Esta equação é utilizada quando temos menos de 100 medidas, ou seja, poucas medidas, **sendo esta a equação que utilizaremos neste curso**.

Quando temos mais de 100 medidas, o desvio padrão da medida é expressa por:

---

[1] Termo introduzido na Estatística por Karl Pearson, em seu livro "S*obre a dissecção de curvas de frequência assimétricas*" em 1894.

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n(n-1)}} \quad . \tag{2.4}$$

➢ Cálculo do valor médio e do desvio padrão via calculadora[2]:

Esta sugestão é útil, somente após o acadêmico compreender as equações do valor médio e do desvio padrão, para a Casio fx 82 Ms [9], mas deve ser semelhante para outras calculadoras:

Primeiro escolha a função SD (Standard Deviation – Desvio Padrão) para isso aperte as teclas mode e o número 2 (SD)

2- Limpe o que está na memória: Aperte na sequência as teclas: shift clr 1 (Scl) irá aparecer escrito start clear;

3 – Comece inserir os números: digite o número e aperte a tecla M+ (DT), aparecerá n=1, digite o segundo número e aperte M+ (DT), aparecerá n=2, e assim por diante;

4 – Para saber a media tecle as seguintes teclas na seqüência: tecla shift e o número 2, irá aparecer:

$$\begin{matrix} \bar{x} & x\sigma n & x\sigma n-1 \\ 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

Tecle 1 para o valor médio e a tecla igual (=) aparecerá o resultado;

5 - Para saber o desvio padrão utilizado na sala equivalente a equação (2.3):

Tecle shift e o número 2 , após aperte o número 3 e a tecla =, irá aparecer o valor.

2.4.3 c - Medidas Indiretas e Propagação de Erros:

Para obter o desvio de medidas indiretas:

- **Multiplicação ou divisão**, aplica-se logaritmo neperiano[3] (ln) (as regras do logaritmo neperiano (base e) são as mesmas do logaritmo na base 10) em

---

[2] **Esta sequência é somente um auxílio para o usuário, não deve ser colocado como teoria do assunto em relatórios**. No relatório deve se colocar a teoria envolvida que inclui as equações que fornecem estes resultados.

[3] **O logaritmo natural é o logaritmo de base *e***, em que *e* é aproximadamente igual a à 2,71828... (e é um número irracional). Este é definido para todos os números reais estritamente positivos x, e também pode ser definido para números complexos diferentes de zero. O logaritmo natural é uma função, que é o expoente de uma potência de e, e aparece freqüentemente nos processos naturais (o que explica o nome "logaritmo natural"). Esta função torna possível o estudo de fenômenos que evoluem de maneira exponencial. Também é chamado de logaritmo neperiano, do nome de seu “inventor”, o matemático escocês John Napier (ou John Naper)[4].

ambos os lados da equação e considera-se que $\ln x = \frac{\sigma_x}{x}$, sendo x a grandeza física envolvida. E, ainda devido a teoria de propagação de erros, como o erro nunca diminui no caso de uma subtração esta passa a ser uma adição.

Observação: A notação utilizada no desvio possui a grandeza física em subscrito σ_x que é diferente de se escrever σx.

Principais Propriedades logaritmicas:

- ln(ab)= ln a + ln b (2.5a)
- ln(a/b) = ln a – ln b (2.5b)
- ln a^b = b ln a (2.5c)

Exemplo: Obter a equação do desvio para a área de um objeto retangular de lados a e b.

A= a b
ln A = ln a + ln b
$\sigma_A/A = \sigma_a/a + \sigma_b/b$

Assim: $\sigma_A = A(\sigma_a/a + \sigma_b/b)$ unidade.

Se fosse uma divisão envolvida: v=x/t
ln v = ln x – ln t

Este sinal negativo passa a positivo, devido a teoria de propagação de erros.

$\sigma_v/v = \sigma_x/x - \sigma_t/t$

$\sigma_v/v = \sigma_x/x + \sigma_t/t$ logo $\sigma_v = v\ (\sigma_x/x + \sigma_t/t)$

Um outro exemplo: $v = \frac{2h}{t}$

$\ln v = \ln(2) + \ln(h) - \ln(t)$, utilizando a definição $\ln x = \frac{\sigma_x}{x}$

$\frac{\sigma_v}{v} = \frac{\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_h}{h} + \frac{\sigma_t}{t}$, como 2 é um número exato, seu desvio é nulo, logo a equação para o desvio da velocidade é dada por:

$$\sigma_v = v\left(\frac{\sigma_h}{h} + \frac{\sigma_t}{t}\right) \text{ (cm/s).}$$

Um estudo mais aprofundado sobre a propagação de erros e medidas indiretas pode ser encontrado na referência [2] e [7]. A equação fornecida nestas referências não muda a ordem de grandeza nos resultados obtidos.

- **Adição ou subtração** utilizaremos diretamente a seguinte equação:

W= x + y +..... ou W= x – y - .....

$$\sigma^2_w = \sigma^2_x + \sigma^2_y + \ldots\ldots \quad (2.6)$$

com sua respectiva unidade. Observando que devido a teoria de propagação de erros, como o erro nunca diminui no caso de uma subtração esta passa a ser uma adição.

2.5 - Algarismos Significativos? O que é isso?

Algarismos significativos são os números que representam uma dada medida. Essa medida deverá conter os algarismos exatos (valores dos quais temos certeza da medida) mais o primeiro algarismo duvidoso ou incerto.

Exemplo: O número 1,57 x 10^{-5} contém 3 algarismos significativos que são os números 1, 5 e 7 sendo o número 7 o algarismo duvidoso.

Outros exemplos:

- $R = 0{,}082\dfrac{atm\,l}{mol\;K} \Rightarrow 2$ algarismos significativos;
- $x = 2{,}52\,m \Rightarrow$ 3 algarismos significativos;
- $v = 32\,m/s \Rightarrow$ 2 algarismos significativos;
- $t = 150{,}0\,s \Rightarrow$ 4 algarismos significativos .

OBS: Zeros a esquerda não são significativos, mas zeros a direita são significativos.

2.5 a - Regra de arredondamento:

Acima de 5 (inclusive) arredonda-se o digito anterior de uma unidade para cima, se menor que 4 mantêm o valor do digito anterior.
Ex:

6,75 → 6,8

6,74 → 6,7

Tomando o cuidado que esta é a regra que nós iremos seguir para simplificar, de acordo com a NORMA BRASILEIRA ABNT NBR 5891-2014, as regras de arredondamento na numeração decimal levam ainda em consideração se os números posteriores ao digito em consideração é ou não diferente de zero, e no caso de serem zeros, se o digito em consideração é par ou ímpar.

2.5 b - Operações com algarismos significativos? Como fazer?

Realizamos, nessa seção, uma breve descrição das operações com algarismos significativos.

Adição e Subtração

Suponha que se deseje adicionar as seguintes quantidades: 2807,5 + 0,0648 + 83,645 + 525,35. Para que o resultado da adição contenha apenas algarismos significativos, você deverá, inicialmente, observar qual (ou quais) das parcelas possui o menor número de casas decimais. Em nosso caso, essa parcela é 2807,5, que possui apenas uma casa decimal. Esta parcela será mantida como está. As demais parcelas deverão ser modificadas, de modo a ficar com o mesmo número de casas decimais que a primeira escolhida, abandonando-se nelas tantos algarismos quantos forem necessários. Levando em conta a regra de arredondamento (seção (2.5a)). Usualmente esta é a regra utilizada, mas nós iremos somar normalmente e arredondar somente o resultado final, mantendo o número de digitos da quantidade que possui o menor número de dígitos após a vírgula.

Exemplo: Somando normalmente os números:

2807,5xxx
xxx0,0648
xx83,645x
x525,35xx
3416,5598

O resultado arredondado correto é .... 3416,6.

Na subtração, deve-se seguir o mesmo procedimento.

Multiplicação e Divisão

Suponha que desejemos, por exemplo, multiplicar 3,67 por 2,3. Realizando normalmente a operação encontramos

$$3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}441.$$

Entretanto, procedendo desta maneira, aparecem, no produto, algarismos que não são significativos. Para evitar isto, devemos observar a seguinte regra: verificar qual o fator que possui o menor número de algarismos significativos e, no resultado, manter apenas um número de algarismos igual ao deste fator. No nosso caso, o fator que possui o menor número de algarismos significativos é 2,3, tal que devemos manter, no resultado, apenas dois algarismos, ou seja:

$$3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}4.$$

Na aplicação desta regra, devemos ao abandonarmos algarismos no produto, usar o critério de arredondamento.

Para a divisão o procedimento é análogo.

2.6 - Quantas casas depois da vírgula devemos utilizar quando efetuamos uma medida?

No laboratório de Física Experimental e II, isso será de acordo com o desvio ou incerteza do instrumento de medida, muitas vezes anotadas no próprio instrumento ou no manual do instrumento. Por exemplo, o paquímetro possui um desvio de 0,05 mm, assim a medida deve ser expressa também com duas casas após a vírgula.

Quando este valor não está anotado, observe quantas casas de precisão o instrumento fornece. Por exemplo, o cronômetro possui duas casas após a vírgula. Assim, devemos representar o resultado com duas casas após a vírgula, sendo o último incerto. No caso da trena, seria a metade da menor divisão, então 0,5 mm, tal que o resultado da medida deve ser expresso com uma casa após a vírgula na mesma unidade.

Quando temos um valor médio, como arredondar? Utilizaremos a regra do primeiro não nulo[4] (o uso desta regra vai depender do professor que ministra a

[4] Esta regra será utilizada aqui, porque os equipamentos que iremos utilizar mantêm a ordem de grandeza não influenciando no resultado final de forma signiticativa.

disciplina). Esta regra é dada pelo resultado da incerteza (ou desvio padrão) e o valor medido acompanha o número de casas definidas por este.

Ex: A medida foi de 12,333334 s, o desvio padrão 0,00158s, então a representação do resultado do tempo médio será:

$$t_m = (12{,}333 \pm 0{,}002)\ s.$$

No caso o primeiro digito não nulo no desvio padrão é o número 1, assim arredondamos o valor: o 8 faz com que o 5 vá para 6, e o 6 que o 1 vá para 2, ficando com 0,002 s, assim mantemos o valor do tempo médio também com 3 casas após a vírgula.

Obs: Ao considerar o valor numérico quando realizar o cálculo do desvio padrão utilizar todos os dígitos fornecidos pela calculadora e arredondar somente o resultado final pela regra do primeiro não nulo.

2.7 – Condições Iniciais:

Todas as medidas experimentais devem ser reprodutíveis, assim um fator muito importante **são as condições iniciais que estabelecemos para realizar determinado experimento**. Estas devem ser respeitadas toda vez que for realizar determinada medida para que a mesma seja reprodutível. E, devem ser as mesmas para todas as bancadas. Por exemplo: O móvel deve partir da posição inicial zero no tempo inicial zero; distância do percurso fixa; massa total do sistema constante; força dissipativas desprezíveis .....

2.8 - Desvios Percentuais

O Desvio Percentual é utilizado quando se compara uma medida experimental com um valor teórico. E, utiliza-se a seguinte expressão:

$$D_x = \left| \frac{Valor\ Te\acute{o}rico - Valor\ Experimental}{Valor\ Te\acute{o}rico} \right| 100\% \ . \qquad (2.11)$$

Em que a grandeza envolvida (x) é indicada subscrito. Esta equação informa o quanto o resultado obtido experimentalmente difere de um determinado valor já conhecido.

2.9 - Desvio Relativo Percentual

É o quociente entre o desvio e o valor da medida, representado pela letra delta minúsculo (δ) e a grandeza envolvida (x) indicada subscrito:

$$\delta_x = \frac{Desvio}{Valor\ (médio)\ da\ medida} 100\%. \qquad (2.12)$$

Esta equação é utilizada quando comparamos medidas de mesma grandeza, obtidas em escalas diferentes, a medida mais precisa será aquela que apresentar menor desvio relativo.

2.10 - Instrumentos utilizados em medidas das grandezas físicas fundamentais: comprimento, tempo e massa

2.10 a - Medidas de comprimento:

- **Régua (ou trena)**

A régua possui como menor divisão 1mm, ou seja sua precisão é de 1,0 mm, e sua incerteza é dada pela metade deste valor, ou seja 0,5 mm, a menos que seja informado a precisão pelo fabricante.

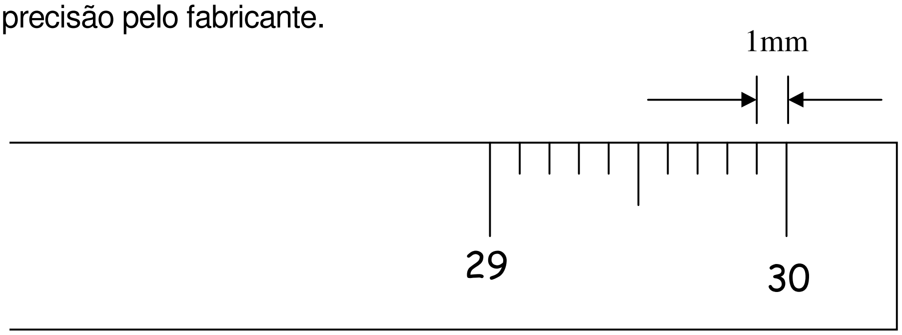


Figura 2.1 – Esboço de uma régua, com escala em milímetros.

- **Paquímetro**

O paquímetro[5] é um instrumento utilizado para medir pequenos comprimentos (medidas internas, externas, profundidades e ressaltos).

Constitui-se de um aparelho metálico (ou de plástico) com mandíbulas para medidas externas, orelhas para medidas de cavidades e ressaltos, vareta para medidas de profundidade. Ele contém uma escala graduada fixa como uma régua comum e uma escala graduada móvel denominada nônio[6] ou vernier[7]. O nônio fornece o décimo e o centésimo de milímetro.

[5] Do grego: Paqui: espessura, metro: medida.
[6] Nónio é um termo dado por Pedro Nunes da Universidade de Coimbra, em 1542.
[7] Vernier é uma escala auxiliar, inventada em 1631 por Pierre Vernier um geometra.

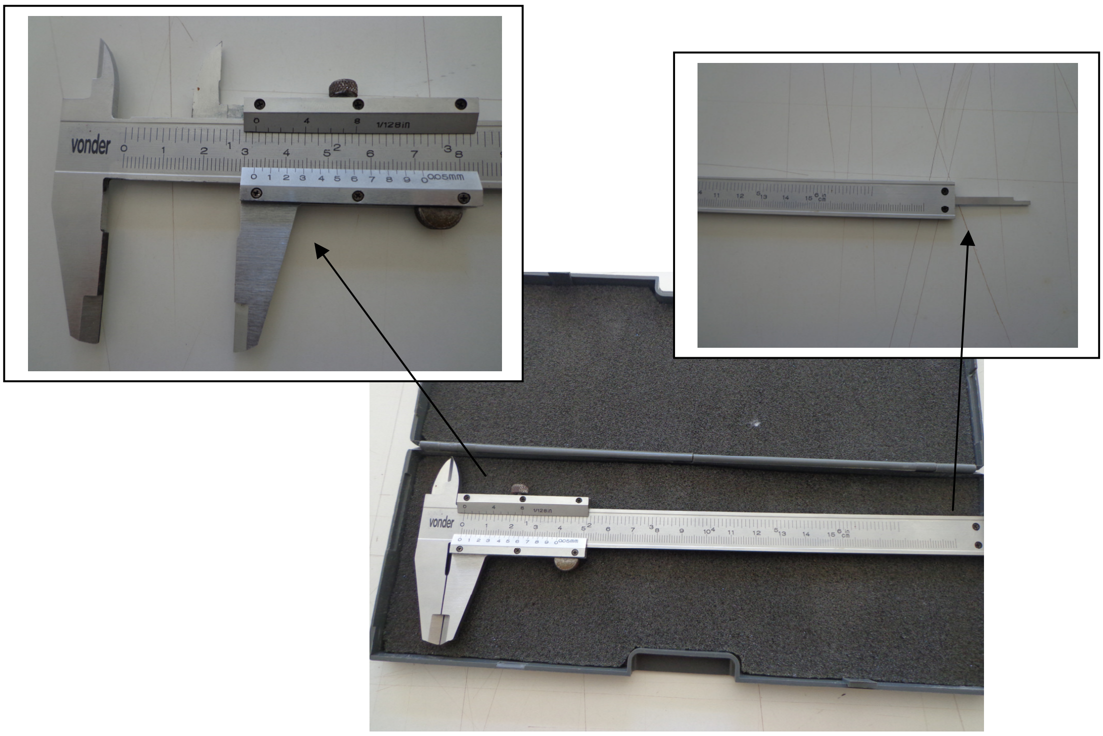


Figura 2.2 – Foto do paquímetro utilizado no laboratório DFI/UEM. Em destaque: à esquerda a mandíbula e orelhas e a direita a vareta.

A precisão de um paquímetro depende do número de divisões do seu vernier. Os mais comuns têm vernier com 10, 20 ou 50 divisões. Os paquímetros com 10 divisões no vernier apresentam uma precisão de 0,1 mm. Para encontrar a precisão podemos utilizar a seguinte equação:

$$Precisão = \frac{unidade\ \ da\ escala\ do\ \ paquímetro}{número\ de\ divisões\ do\ vernier}$$

Exemplo:

Um paquímetro possui a escala graduada em milímetros e o vernier com 20 divisões. A precisão do paquímetro será de: $\frac{1mm}{20} = 0{,}05mm$.

Nesse paquímetro ao coincidir o primeiro traço após o zero do vernier lê-se 0,05 mm. No segundo traço lê-se 0,10 mm. No terceiro 0,15 mm e assim por diante.

- **Vejamos como se faz uma leitura num paquímetro:**

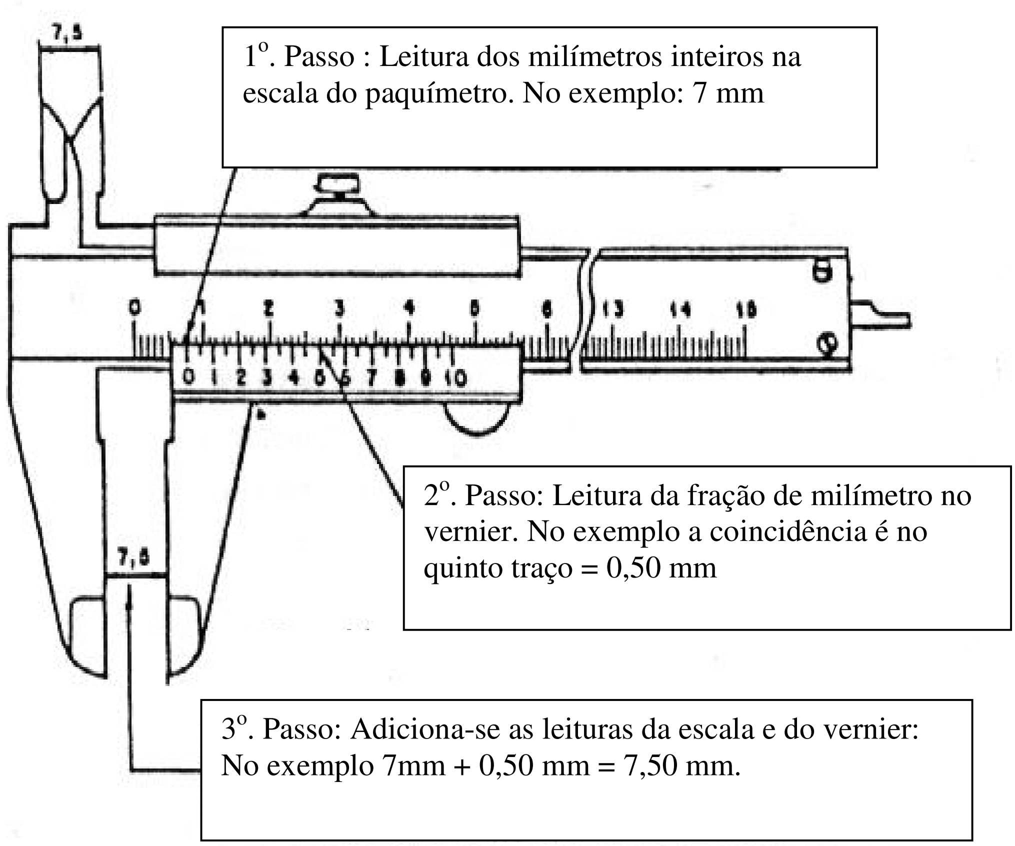


Figura 2.3 – Figura esquemática de leitura do paquímetro. Adaptada da referência [3].

No **caso do paquímetro a incerteza é igual ao valor da** precisão. No exemplo acima: 0,05 mm.

Questão 1: No laboratório temos um paquímetro que a precisão=incerteza de 0,02mm quantas divisões tem esse paquímetro?

2.9 b - Medidas de Tempo

Cronômetro

O cronômetro é um instrumento utilizado para medir tempo. Há vários tipos e modelos de cronômetros com diferentes precisões. No Laboratório de Física I utilizamos um cronômetro comum com precisão de 0,1 seg e incerteza de 0,01 segundos (Figura 2.4). E o cronômetro digital da Azeheb, possui uma precisão de 0,01 s e uma incerteza de 0,001 s.

Figura 2.4 – Foto de dois dos cronômetros digitais utilizados no Laboratório de Física I/DFI.

Questão 2: Qual a precisão e incerteza do cronômetro de seu celular? Qual a marca e modelo do mesmo?

2.9 c- Medidas de massa:

➢ Balança digital

A balança é um instrumento utilizado para aferir a massa de um determinado corpo. Há vários tipos e modelos de balanças com diferentes precisões. No Laboratório de Física I utilizamos uma balança digital possui uma precisão de 1 grama e um desvio (incerteza) de 0,1 g (Figura 2.5), mas observe sempre se o resultado fornecido pela balança está oscilando e se sim, de quanto em quanto. Por exemplo, se o valor fornecido na balança oscila de 0,5 g para cima ou para baixo, considere este valor como o desvio no lugar de 0,1 g. Lógico que o ideal é sempre a balança estar calibrada de forma que fique valendo a informação do fabricante.

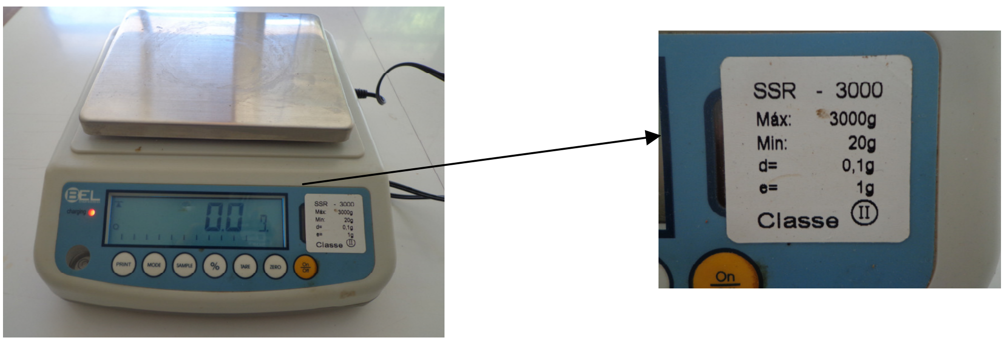


Figura 2.5: Foto da balança utilizada no laboratório, marca Bel, e em destaque as informações fornecidas pelo fabricante.

Sugerimos que os alunos façam medidas, utilizando os instrumentos de medidas para se familiarizarem-se e apliquem a teoria anteriormente vista, como atividade de casa. No laboratório há vários sólidos disponíveis para esse fim. Solicite a laboratorista.

Os alunos também podem treinar medidas utilizando os sites:

http://www.stefanelli.eng.br/paquimetro-virtual-simulador-milimetro-05/
http://paquimetro.reguaonline.com/

2.11 - Referência Bibliográfica:

[1] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Manual de laboratório de Física I – DFI/UEM – 2008 a 2017;

[2] J. H. Vuolo – Fundamentos da Teoria de Erros – 2ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);

[3] A. D. P. Filho, J. B. G. Canalle, J. R. Marinho, M. R. do Valle Filho, Física Básica - Experimental, 2ªEdição - (1990);

[4] http://pt.wikipedia.org/wiki/Logaritmo - acesso em 01/2008;

[5] P. Tipler – Física para Cientistas e Engenheiros – Vol 1 – 3ª Edição – LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. – (1995);

[6] D. Halliday, R. Resnick , J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.1, 3ª Edição LTC Editora S. A. - (1998);

[7] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – 1 – Mecânica – 3ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);

[8] Sonia Maria Soares Stivari -Medidas e erros - EAD – (2010);

[9] Manual da Calculadora Casio fx-82 MS

[10] M. White e K. V. Manning, Experimental College Physics – A laboratory Manual – Third Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc. (1954).

Capítulo

3

Equações da Cinemática – Parte I

O presente capítulo trata experimentalmente, sobre o movimento de um corpo de massa *m* em uma dimensão. O estudo será realizado a partir da análise gráfica das variáveis envolvidas, a saber: posição e tempo. Inicialmente, faremos uma breve discussão sobre a confecção de gráficos utilizando o módulo de escala. Ressaltando que o uso do módulo de escala fica a critério do professor que ministra a disciplina. Após essa discussão, estudaremos o movimento unidimensional obtendo as equações que regem esse tipo de movimento a partir da análise gráfica, respeitando as informações contidas no Capítulo 2.

3.1 - Gráficos

Um gráfico deve expressar a relação entre duas ou mais grandezas físicas em que uma delas representará a causa e a outra o efeito. No caso específico da Física Experimental I e II, priorizaremos relações somente entre duas grandezas; uma será a variável dependente e a outra a independente. Na construção do gráfico deve-se colocar a variável dependente no eixo das ordenadas (efeito) e a variável independente no eixo das abscissas (causa). Nos eixos (ordenada e abscissa) deve-se sempre expressar a grandeza correspondente com suas respectivas unidades entre parênteses. Para melhor visualização dos pontos experimentais adotaremos todo o espaço disponível do papel milimetrado, respeitando as demais informações que esta deve conter para identificação. Os eixos são duas retas perpendiculares, uma posicionada a esquerda do papel milimetrado (eixo da ordenada) e outro na parte inferior (eixo da abcissa). Neste capítulo, vamos ver como se confecciona um gráfico no papel milimetrado, como se ajusta uma reta via método do mínimo quadrado, e como obter a função horária do movimento de um móvel em determinada circunstância por meio da interpretação do gráfico.

A seguir, apresentamos como fazer a distribuição dos pontos nos eixos em um papel milimetrado.

3.1a - Como determinamos a escala do gráfico em papel milimetrado?

O papel milimetrado é um papel retangular e é subdividido de forma linear. No caso do formato A4, um de seus lados possui 180,0 mm (18,00 cm) e no outro 280,0 mm (28,00 cm), e a menor subdivisão equivale a um milimetro, daí o seu nome. Ao confeccionar um gráfico é necessário o bom senso, ou seja, não fazer um gráfico pequeno demais e nem um grande demais quando levamos em consideração a quantidade de dados que temos. Portanto, definimos uma escala para que os dados sejam distribuídos de forma linear dentro do intervalo máximo e mínimo que temos disponível no papel milimetrado.

A escala, de cada um dos eixos, deve ser simples. Para definir a escala, procure sempre escolher múltiplos que facilitem a divisão. Uma forma antiga, mas bastante útil para os que possuem dificuldade para definir a escala nos respectivos eixos, é utilizar o que se chama de módulo de escala, e para isso adota-se a Equação (3.1):

$$\text{Módulo de escala} = \frac{\text{intervalo disponível no papel milimetrado}}{\text{maior valor obtido experimentalmente}} \tag{3.1}$$

O intervalo disponível no papel milimetrado deve ser escolhido de forma a respeitar o espaço no eixo que indica a ordem crescente dos dados e o local para escrever a grandeza física envolvida e sua respectiva unidade. Definido o intervalo disponível e utilizado a equação (3.1), multiplica-se os valores da grandeza obtidos experimentalmente pelo seu módulo de escala (resultado da equação (3.1)). Dessa forma, você terá diretamente o valor medido no experimento, em milímetros, que corresponde à escala do papel milimetrado. Observe que cada eixo terá o seu módulo de escala, pois o gráfico envolve duas grandezas físicas diferentes, e os dados e intervalo disponível referem-se ao cada eixo separadamente.

Exemplo 3.1: A Tabela 3.1 ilustra os valores da posição (S) em função do tempo (t) de um móvel que se desloca sobre um trilho de ar.

Tabela 3.1: Dados obtidos experimentalmente, de espaço percorrido por um móvel e seu respectivo tempo em cada posição e o respectivo tempo médio (s).

S (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)
0,00 ± 0,05	0,000 ± 0,001	0,000 ± 0,001	0,000 ± 0,001
15,00 ± 0,05	0,901 ± 0,001	0,909 ± 0,001	0,906 ± 0,001
30,00 ± 0,05	1,836 ± 0,001	1,840 ± 0,001	1,824 ± 0,001
45,00 ± 0,05	2,760 ± 0,001	2,746 ± 0,001	2,800 ± 0,001
60,00 ± 0,05	3,658 ± 0,001	3,620 ± 0,001	3,776 ± 0,001

A seguir, calcula-se por meio das equações (2.2) e (2.3) os valores do tempo médio e o desvio respectivamente, respeitando a regra de arredondamento adotada no Capítulo 2. Resultados estes apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Dados do espaço percorrido por um móvel e seu tempo médio (s).

S (cm)	$\bar{t}$(s)
0,00 ± 0,05	0,000 ± 0,001
15,00 ± 0,05	0,905 ± 0,004
30,00 ± 0,05	1,833 ± 0,008
45,00 ± 0,05	2,77 ± 0,03
60,00 ± 0,05	3,69 ± 0,08

Os módulos de escala (Me),Equação (3.1), para a coluna dos dados da posição (S) e do tempo[1] (t), são respectivamente:

- Módulo de escala do eixo das ordenadas[2] (Posição):

$$Me_S = \frac{240\ mm}{60{,}0\ cm} = 4\ mm/cm\ . \qquad (3.2a)$$

- <u>Módulo de escala do eixo das abscissas (tempo):</u>

$$Me_t = \frac{150\ mm}{3{,}69\ s} \approx 40\ mm/s\ . \qquad (3.2b)$$

[1] Obtido o tempo médio, passaramos a denominá-lo simplesmente pela letra t, nas representações.

[2] Como os dados do eixo das ordenadas, são múltiplos de 15,00 cm, podemos escolher um valor máximo para 60 cm, no caso 240 mm. A metade será 120 mm que equivale a posição de 30,00 cm. Tomando a metade de 120mm teremos 60 mm onde posicionaremos os 15,00 cm a partir da origem (0,00 cm), e em 180 mm equivale a posição de 45,00 cm.

Na Tabela 3.3 apresentam-se os dados da Tabela 3.2 multiplicados pelo respectivo módulo de escala. Observe que o maior número de cada coluna, não ultrapassa o intervalo definido no papel, ficando próximo do espaço do valor escolhido (Equação 3.1) como “intervalo disponível no papel milimetrado”. Utilizar o módulo de escala facilita a distribuição dos pontos, aproveitando melhor o papel milimetrado, e apresentando o gráfico de forma agradável para visualizar. Mas o mesmo pode ser feito sem utilizar o módulo de escala, para isso o leitor deve ter noção de como fazer essa distribuição[3].

Multiplicando os dados de cada posição S da Tabela 3.2 pelo seu módulo de escala (Equação 3.2a) e os dados de cada tempo da Tabela 3.2 pelo módulo de escala dos tempos (Equação 3.2b) obtemos os dados apresentados na Tabela 3.3. Observe que, em ambos os resultados os dados ficarão com o resultado em milímetros, facilitando marcar os dados no papel milimetrado de forma bem distribuída.

Tabela 3.3: Valores de t e S com os respectivos módulos de escala.

$S \times Me_S$ (mm)	$t \times Me_t$(mm)
0	0
60	36
120	73
180	111
240	148

Na Figura 3.1 apresenta-se-se os dados correspondente a Tabela 3.1, utilizando a distribuição[4] da Tabela 3.3.

Observação: As escalas escritas nos eixos da Figura 3.1, são referentes aos valores originais e não os com o módulo de escala. Lembrando que o módulo de escala somente é utilizado para facilitar a localização e distribuição dos pontos no papel milimetrado.

Aos que não utilizarem o módulo de escala, informem na extremidade superior direita a escala utilizada em ambos os eixos, como por exemplo aparece em mapas.

[3] Como foi explicado na nota de rodapé 2.

[4] Lembrem-se que a menor divisão no papel milimetrado é 1 mm, portanto temos que arredondar os valores para inteiros de 1mm. Para isso, utilizamos a mesma regra de arredondamento já apresentado no Capítulo 2.

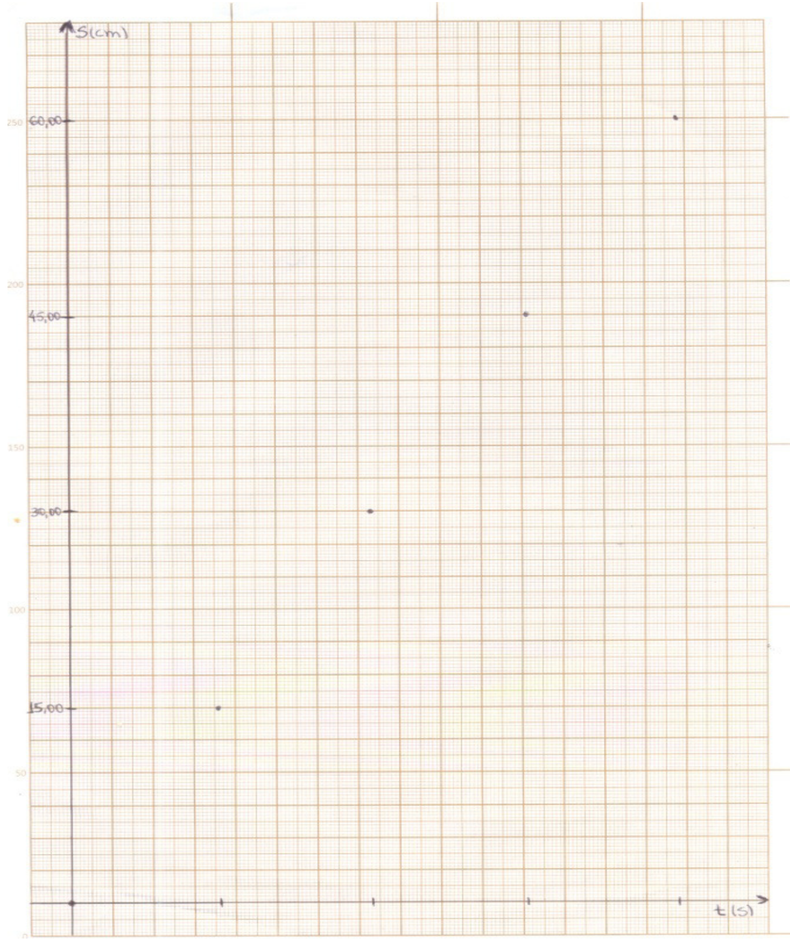


Figura 3.1 – Movimento unidimensional na horizontal de um corpo em translação; Exemplo do posicionamento dos pontos dos dados da Tabela 3.2 (com módulo de escala), representando os dados da Tabela 3.1. Os pares ordenados estão representados por • na ordem crescente indicada pela seta no final dos eixos. Direitos autorais do Papel milimetrado a *Canson* – Formato A4.

O próximo passo, é saber por onde traçar a reta na Figura 3.1? Para isso, utilizaremos o método dos mínimos quadrados, realizando um ajuste e por estes pontos traçaremos a reta.

3.1 b - Ajuste de reta (método dos mínimos quadrados):

Quando se trabalha com dados experimentais, nem todos os pontos de um gráfico ficam alinhados completamente, assim para um melhor resultado quando o gráfico é linear, utiliza-se o método dos mínimos quadrados para ajustar esta reta (regressão linear).

Neste método considera-se a seguinte equação da reta:

$$y = a + bx \tag{3.3}$$

em que o coeficiente linear (a) é dado por:

$$a = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} \tag{3.3a}$$

e o coeficiente angular (b) dada por:

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}, \tag{3.3b}$$

as unidades de a e b será de acordo com as grandezas envolvidas fisicamente, e n é o número de medidas inclusive o zero.

Exemplo 2: Ajuste da reta pelo método dos mínimos quadrados .

Utilizando os dados da Tabela 3.1, temos que y=S e x=t na equação (3.3). Para obter o valor de a e b desta equação, utiliza-se as equações (3.3a) e (3.3b). Assim, obtendo cada termo que aparece nestas duas equações temos:

$$\sum y = \sum_{i=0}^{5} S_i = 0{,}00 + 15{,}00 + 30{,}00 + 45{,}00 + 60{,}00 = 150{,}00cm$$

$$\sum x = \sum_{i-0}^{5} t_i = 0{,}000 + 0{,}905 + 1{,}833 + 2{,}77 + 3{,}69 = 9{,}198\ s$$

$$\sum xy = \sum_{i=0}^{5} t_i S_i = (0{,}000)(0{,}000) + (0{,}905)(15{,}00) + (1{,}833)(30{,}00) + (2{,}77)(45{,}00) + (3{,}69)(60{,}00) = 414{,}615 s\,cm$$

$$\sum x^2 = \sum_{i=0}^{5} t_i^2 = (0{,}000)^2 + (0{,}905)^2 + (1{,}833)^2 + (2{,}77)^2 + (3{,}69)^2 = 25{,}46791 s^2$$

$$(\sum x)^2 = (\sum_{i=0}^{5} t_i)^2 = (9{,}198)^2 = 84{,}603204\ s^2$$

$$n = 5$$

Obtendo para a e b os seguintes valores: $a = 0{,}15\ cm$, e $b = 16{,}22\ cm/s$, e a seguinte equação da reta:

$$S = 0{,}15 + 16{,}22t\ . \tag{3.4}$$

Regressão linear – via calculadora Casio – fx 82 MS ou similar, obter os valores de a e b:

Apague os dados: aperte as seguintes teclas na sequência: shift, clr, 1 (irá aparecer Stat clear) e aperte a tecla =
Aperte a tecla Mode

Aperte a tecla 3 (reg- regressão)
Aperte a tecla 1 (lin - linear)
Insira os dados x,y:
Para isso, digite um dado da coluna x tecle virgula (,) e insira o respectivo dado da coluna y (pares ordenados)
Tecle M+ ;

Repita este passo para todos os dados.

Aparecerá para cada conjunto de dados inseridos n=1, n=2, etc....

Aperte a tecla shift e depois a tecla 2 (S-var)
Aperte 2 vezes a tecla que indica voltando (→→) no botão grande central;
Aperte a tecla 1 e posteriormente a tecla igual (=) para mostrar o valor de *a*;

Para ler o valor de *b*, repita shift 2; aperte 2 vezes →→ e selecione o numero 2 e aperte o igual;

Os valores obtidos por meio da calculadora para a e b devem ser iguais aos obtidos pelas equações (3.3 a) e (3.3b).

- Obtidos os valores de a e b, devemos agora obter os valores para ajustar os dados do gráfico. Para isso, substitua os valores de $\bar{t}$ (valores do tempo médio) em t na equação S=0,15 + 16,22 t, e obtenha os valores de S. Resultados estes apresentados na Tabela3.4.

Tabela 3.4: Dados para a posição obtida por meio da equação S=0,15 + 16,22t para os tempos obtidos experimentalmente.

$\bar{t}$(s)	S (cm)
0,000 ± 0,001	0,15
0,905 ± 0,004	14,88
1,833 ± 0,008	29,90
2,77 ± 0,03	45,11
3,69 ± 0,08	60,04

O próximo passo é representar estes pontos na mesma figura dos dados experimentais (Figura 3.1), e traçar a reta por estes pontos ajustados (Figura 3.1). Utilizar um símbolo diferente ao dos dados experimentais na representação dos pares ordenados (Figura 3.2).

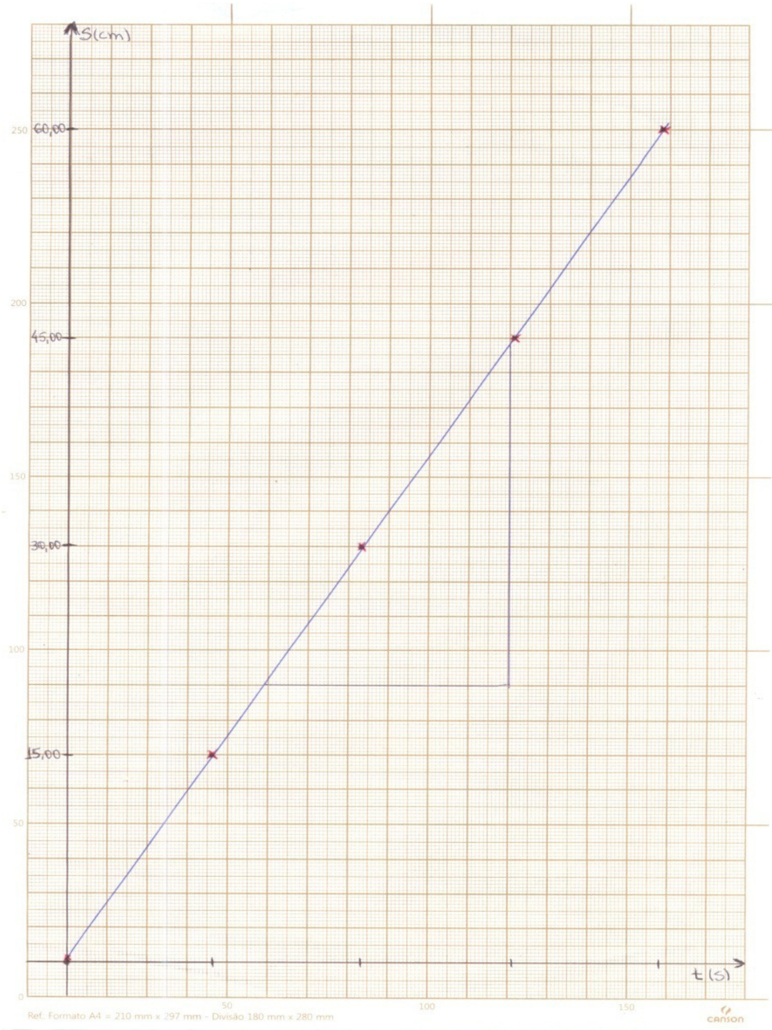


Figura 3.2: Gráfico da posição S (cm) versus tempo t (s) , confeccionado com os dados da Tabela 3.3 representado pelos • e por × os dados da reta ajustada (em azul) por meio da equação S= 0,15+ 16,22 t.

OBS: A Figura 3.2 apresenta a forma final que deve ficar um gráfico, que é a forma como deve ser apresentada. Portanto, a Figura 3.1 foi apresentada simplesmente para ilustrar cada passo da confecção do gráfico.

Obtido o gráfico, vamos agora interpretá-lo:

Vejamos de uma forma geral, qual é a relação entre os eixos da ordenada e da abcissa. Matematicamente, podemos expressar por meio da seguinte relação:

$$y \propto x^n \ . \tag{3.5}$$

Substituindo o símbolo de proporcionalidade por uma constante de proporcionalidade C, ficamos com a seguinte equação:

$$y = Cx^n \ . \tag{3.6}$$

Portanto, para obter a equação que representa o gráfico, necessitamos obter n e C, sendo n o grau do polinômio da função y(x).

No caso do exemplo, ficamos com a seguinte relação

$$S \propto t^n = Ct^n. \quad (3.7)$$

Como obtivemos uma reta, a função é linear, portanto n=1. E, ficamos com

$$S = C\,t \quad (3.8)$$

sendo C dado pelo coeficiente angular da reta apresentada no gráfico. Para isso, adota-se dois pontos sobre a reta ajustada: (x_1,y_1) e (x_2,y_2), e calcula-se o coeficiente angular: $C = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Observe que estes dados devem estar sem o módulo de escala, por exemplo: $C = \left(\frac{\frac{98mm}{\frac{4mm}{cm}}}{\frac{61mm}{\frac{40mm}{s}}} \right) = 16{,}07 cm/s$. Assim, obtemos que a equação de movimento do móvel dos dados experimentais da Tabela 1 é dada por: **S= 16,07 t**.

Mas, o que significa esta equação? Que tipo de movimento foi estudado?

Para responder estas questões, vamos analisar a Equação (3.8). Fazendo uma análise dimensional da variável que não conhecemos, no caso C, temos que C tem dimensão de comprimento [L] por tempo [T], e sabemos ainda que C é uma constante. O que leva a questão:

Qual é a única variável que se manteve constante no experimento, que possui dimensão de [L]/[T] e que fornece uma função linear?

No caso, vemos que está relacionada a uma velocidade. Mas qual velocidade? Como temos um gráfico linear crescente esta velocidade é a velocidade instantânea (no caso igual a velocidade média). Portanto, podemos escrever a equação como $S \propto vt$, ou que $S = C_1\, v\, t$, em que C_1 é uma constante adimensional. Para obter seu valor, podemos nos auxiliar novamente no gráfico, onde vemos que $C = v$. E,como $C_1 = C/v$ então $C_1 = 1$. A equação final que obtemos é:

$$S = vt, \qquad (3.9)$$

que é a equação de movimento da cinemática, para um corpo que percorre uma trajetória retilínea, com velocidade constante, para a posição inicial no tempo inicial igual a zero.Característica do Movimento Retilíneo Uniforme.

Visto isto, podemos observar que a equação de ajuste da reta, é uma correção desta equação, pois podemos observar que o coeficiente linear não é nulo como na equação obtida experimentalmente. Isto porque provavelmente foi adotado como condição inicial que a posição inicial deveria ser zero, no tempo inicial nulo. E, a equação de ajuste indica que o móvel iniciou sua trajetória a 0,15 cm do início.

3.2 –Parte experimental

Experimento 3.1 – Movimento Retilíneo e Uniforme

I –Objetivo(s):

Objetivo Geral: Obter experimentalmente, uma função S(t) para um móvel deslizando sobre um plano horizontal (sem inclinação) e sem atrito.

Objetivos Específicos: Obter dados experimentais e aprender a interpretar os resultados via gráficos, considerando também a teoria de erros.

II - Introdução Teórica:

O estudo da Física básica normalmente é dividido em cinco grandes áreas: Mecânica, Ondas e Gravitação, Termodinâmica, Eletricidade/magnetismo e Óptica Física/Geométrica.

Neste experimento, exploram-se os conceitos relacionados à parte da Física que denominamos de Mecânica. No âmbito da Mecânica o Movimento Retilíneo e Uniforme (MRU) é o primeiro tipo de movimento que estudamos ao entrar em contato com a Física. E, como o próprio nome sugere, é um movimento que ocorre em linha reta (seja na horizontal ou na vertical) e de forma constante, tal que a aceleração seja nula.

O movimento estudado será na horizontal com o auxílio de um trilho de ar e seus componentes. O trilho de ar nos proporciona um movimento em que desprezamos a força de atrito entre o móvel e o trilho, visto que entre estes há um colchão de ar.

Denominaremos de S(t), a função da Posição do móvel em função do tempo, t, que é o tempo em que o móvel está a partir de uma posição de referência. Por meio do conjunto destes dois dados, podemos analisar a velocidade do móvel e sua aceleração. Estaremos assim obtendo a equação de movimento do móvel. Visto que, a equação de movimento é uma equação que fornece qual é a posição (S), a velocidade (v) e a aceleração (a) de um móvel em qualquer tempo (t).

III - Materiais Utilizados[5]:

- 1 trilho de ar;
-1 compressor de ar;
- 1 cronômetro digital;
- 1 móvel;
- 1 eletroimã;
- 5 sensores de tempo;
- 1 roldana;
- 1 trena;
- 1 nivelador;
- Fio
- massa(se necessário utilizar suporte)

IV - Descrição do Equipamento:

O trilho de ar utilizado do laboratório de Física I/DFI/UEM, é da marca Azeheb, adquirido no ano de 2009 (Figura 3.3).

1

[5] Para o relatório anote a marca e precisão dos instrumentos e equipamentos.

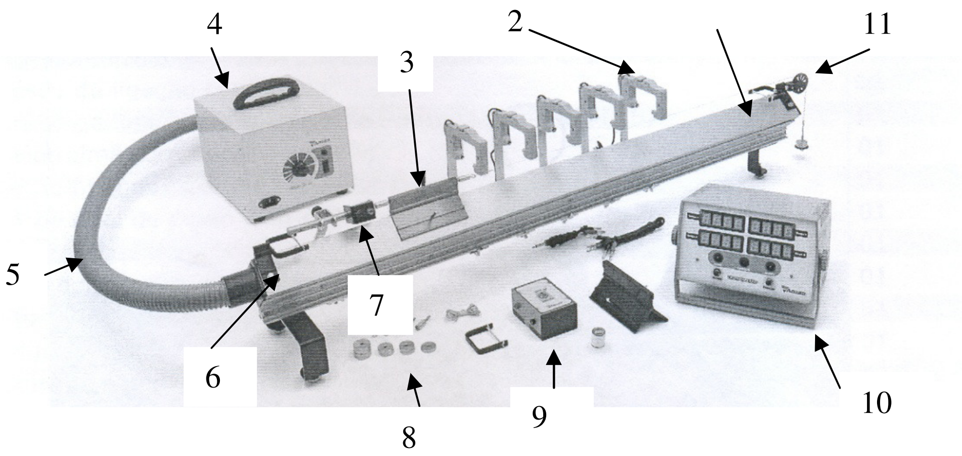


Figura 3.3 – Foto do equipamento da Azeheb utilizado para realização do experimento de cinemática e de dinâmica em uma dimensão no Laboratório de Física Experimental I - Figura adaptada da referência [1].

Na Figura 3.3, temos:

- **a- Trilho de ar (1)**: Trilho feito de alumínio, oco, em formato triangular. Na base lateral possui ao longo de seu comprimento uma escala milimétrica, e nas extremidades inferiores reguladores de altura. Possui na sua parte superior furos uniformes, por onde sairá o ar.
- **b- Sensores de tempo (2):** são sensores de luz que nos informa o tempo em que o móvel passa na devida posição; São cinco sensores, e estes devemestar conectados na parte de trás do cronômetro **(10**), cada qual na sua posição, como indica a Figura 3.4. O primeiro sensor é que ativa os demais sensores (tempo inicial).

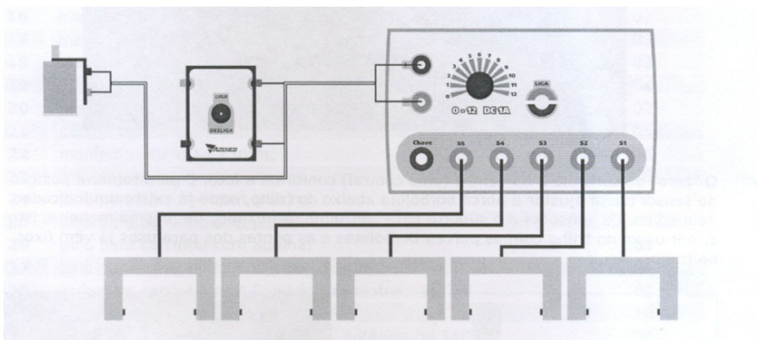


Figura 3.4 – Figura esquemática das ligações dos cabos. Figura extraída da referência [1];

- **c- Móvel (3)-** Este possui um formato triangular que se encaixa na parte superior do trilho. Possui um pino central na parte superior, utilizado para acionar os sensores de tempo, e em cada lateral devidamente centralizado para colocar massas adicionais (pequenos discos metálicos com furos) quando necessários. Também possui dois furos nas laterais à direita e àesquerda, onde conectam-se peças metálicas dependendo de cada experimento.

d- **Unidade de fluxo de ar (4) -** Gerador de ar que impulsiona o ar para o trilho por meio de uma mangueira (5). É um compressor bivolt, possui um controlador de fluxo. Em nosso laboratório deve estar ligado em 110 V, e manter o controlador de fluxo no seu máximo. Ao utilizar zerar o controlador de fluxo, antes de desligar o equipamento.

e- **Suporte lateral (6) -** Nas laterais da parte superior do trilho são fixados por meio de um parafuso suportes laterais em formato de U, estes possuem um elástico. Estes possuem como função, evitar o choque do móvel com a extremidade, bem como sua queda, entre outras funções;

f- **Eletroimã (7) -** é um dispositivo que utiliza corrente elétrica que gera um campo magnético, semelhantes àqueles encontrados nos imãs naturais. Este equipamento está fixado em uma das extremidades superiores do trilho (Figura 3.5); sua função é manter o móvel parado nesta posição, quando uma força age sobre o móvel.

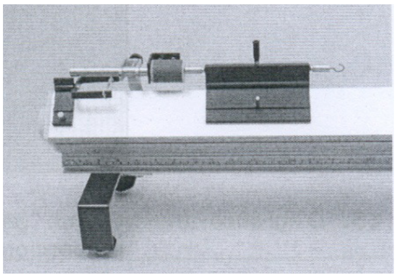


Figura 3.5 – Foto do eletroimã, móvel no trilho de ar da Azeheb. Figura extraída da referência [1].

g - Massas (8) - Massas em formato de discos, com gramaturas diferentes.

h - Acionador do eletroímã (9) - chave seletora nas posições LIGA e DESLIGA. Este está conectado tanto ao eletroímã quanto ao cronômetro.

i- Roldana (10) - É uma polia situada na extremidade do fio. Sua altura deve ser regulada tal que o fio que nela se apóia fique paralela ao trilho.

V – Montagem Experimental

Na Figura 3.6, apresenta-se uma figura esquemática da montagem experimental.

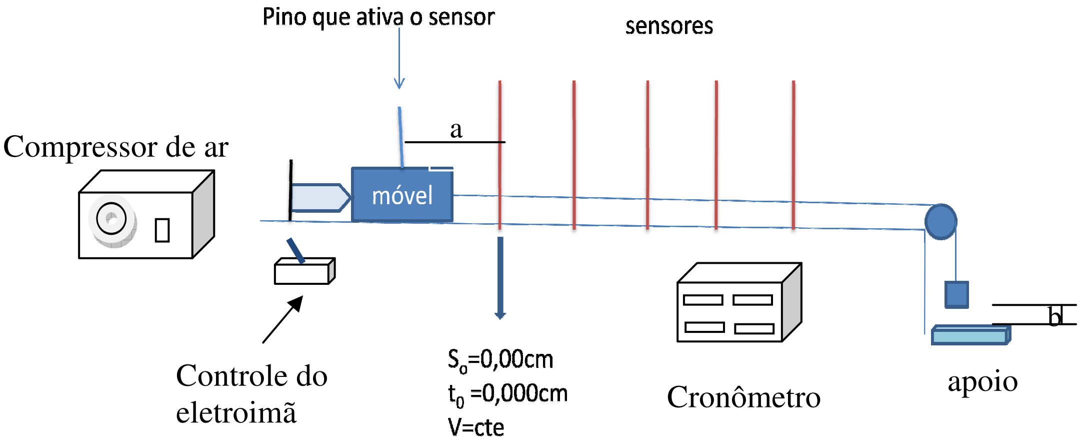


Figura 3.6: Figura esquemática da montagem experimental do experimento do movimento unidimensional (sem atrito) de um móvel, com velocidade constante. Observe que a>b, para que o móvel passe no primeiro sensor com velocidade constante.

VI - Procedimento Experimental:

Em hipótese alguma arraste o móvel sobre o trilho com o compressor de ar desligado. Isto danifica o trilho e o móvel.

1- Fixe o eletroímã na extremidade do trilho oposto ao lado de onde se encontra a roldana;

2- Se necessário, conecte todos os cabos de acordo com a figura esquemática (Figura 3.5).

3- Posicione os sensores de tempo ao longo do trilho: Ajuste o primeiro sensor próximo a posição 40,00 cm (sugestão) indicada no trilho (posição inicial, S_0=0). Os outros sensores devem estar equidistantes 15,00 cm (Figura 3.6). Verifique se o móvel ultrapassa o último sensor antes de colidir com o elástico no final do trilho (não arraste o móvel sobre o trilho).

ATENÇÃO:Não utilize a escala do trilho para posicionar os sensores, meça a distância com uma régua na parte superior dos sensores (entre os riscos).

4- Nivele o trilho, primeiro em relação a base maior, e posteriormente no sentido do comprimento do trilho. Para isso coloque o nível sobre a base maior do trilho e acerte a altura da base (girar um dos parafusos que se encontra na base do trilho). E, posteriormente no sentido do comprimento do trilho colocando o nível na extremidade superior do trilho, (segure o nivelador para evitar queda do mesmo) e veja se também está nivelado, mas agora em relação a outra base (o trilho deve estar sem inclinações em relação a bancada), caso não esteja, acerte a altura, agora do lado em que há somente um parafuso na base.

6- Ligue o cronômetro, colocando a chave na posição LIGA, que se encontra oposta ao lado do visor (atrás) do cronômetro. Coloque o cronômetro na posição F1, para isso aperte na tecla onde está escrito Função.

7 - Coloque o controlador de intensidade do eletroímã em uma posição maior que a metade, para isso gire o botão seletor que se encontra oposta ao lado do visor (atrás) do cronômetro.

8- Zere (reset) o cronômetro.

9- Ligue o eletroimã, mantendo a chave seletora na posição LIGA.

10- Coloque o móvel junto ao eletroímã (ele fica grudado).

11- Ligue o compressor de ar;

12- Amarre uma das extremidades do fio no suporte existente no móvel, e a outra extremidade no suporte de massas. O comprimento do fio, deve ser tal que a massa suspensa (aproximadamente 50g) deve atingir um apoio (bancada), antes do móvel passar pelo sensor 1 (Figura 3.6).

13- Verifique se o fio está sobre a roldana, e se a massa suspensa está parada (sem oscilar);

14 – Desligue o eletroimã, virando a chave seletora para a posição DESLIGA, liberando assim o móvel;

15 - **Anote os valores na Tabela 3.3;**

16 - Zere o cronômetro;

17 - Repita o procedimento por mais 3 vezes, anote seus resultados na Tabela 3.5;

18 – Zere todos os equipamentos e desligue-os. Guarde os materiais utilizados em seus respectivos recipientes.

VII - Dados Obtidos experimentalmente:

Os resultados obtidos experimentalmente estão apresentados na Tabela 3.5, represente seus resultados considerando a incerteza dos equipamentos utilizados.

Tabela 3.5 – Medidas experimentais do MRU, obtidas com o trilho de ar da Azeheb.

S(cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)
0,00				
15,00				
30,00				
45,00				
60,00				

OBS: Na Tabela 3.5, anotem o desvio para os dados da posição, e cada tempo individual deve ser anotada com seu desvio.

VIII - Interpretação dos Resultados:

- Quais foram as condições iniciais adotadas no experimento?

- Para obter a equação de movimento, necessitamos de uma equação que relacione as grandezas físicas envolvidas no experimento, no nosso caso é a posição (S) e o tempo (t). Para tal:

- Calcule, utilizando a equação (2.2) e os dados da Tabela 3.5, o tempo médio ($\bar{t}$) de cada sensor,bem como o desvio padrão utilizando a equação (2.3). Obtenha posteriormente utilizando a calculadora e verifique se o resultado é o mesmo. Anote os resultados já arredondados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Tempo médio para cada posição com os respectivos desvios.

S(cm)	$\bar{t}$ (s)

- Confeccione o gráfico S x t (sendo t o resultado do tempo médio) no papel milimetrado utilizando os dados da Tabela (3.6), esta será a Figura 3.7;

- Verifique a partir do gráfico S x t (Figura 3.7) o tipo de relação entre essas variáveis (se é do tipo linear ou não linear informando qual o tipo de relação);

- Faça o ajuste dos dados no gráfico da Figura 3.7, utilizando o método dos mínimos quadrados: primeiramente obtenha a equação da reta ajustada manualmente e depois utilizando a calculadora;

- Sabendo o tipo de relação, faça uma análise dimensional para determinar a dimensão da constante de proporcionalidade.
- Escreva a equação final que relaciona espaço e tempo, de forma geral e caracterize o tipo de movimento;

IX - Análise dos Resultados

X - Conclusão

3.3 - Referência Bibliográfica

[1] Azeheb – Laboratórios de Física – Manual de Instruções e Guia de Experimentos;
[2] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Manual de LaboratórioFísica I– DFI/UEM – 2008 a 2017;
[3] Manual de Laboratório – Física 1 – Instituto de Física – Universidade de São Paulo, 40-41, (1983);
[4] A. D. P. Filho, J. B. G. Canalle, J. R. Marinho, M. R. do Valle Filho, Física Básica - Experimental, 2ªEdição - (1990);
[5] E. A. Mateus, I. Hibler, L. W Daniel, Texto de Laboratório de Eletricidade e Magnetismo (Corrente contínua c.c.), Departamento de Física – Universidade Estadual de Maringá, (2003);
[6]D. Halliday, R. Resnick , J. Walker – Fundamentos de Física – Vol.1, 3ª Edição LTC Editora - (1998);
[7] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – 1 – Mecânica – 3ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);
[8] Manual da Calculadora Casio fx -82 Ms;

Capítulo
4

Equações da Cinemática – Parte II – Linearização

Neste capítulo, é proposto um experimento para explorar os conceitos relacionados ao Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Neste tipo de movimento, o móvel percorre uma trajetória em linha reta, cuja velocidade varia linearmente com o tempo, portanto a aceleração será constante. Para isto, utilizaremos um trilho de ar e suas componentes. O trilho de ar nos proporciona um movimento em que desprezamos a força de atrito entre o móvel e o trilho, visto que entre estes há um colchão de ar.

Denominaremos de S(t), a função da posição em função do tempo. Sendo S_i e t_i, a posição e seu respectivo tempo em que o móvel está a partir de uma posição de referência (S_0, t_0). Estaremos assim obtendo a equação de movimento do móvel. Por meio destes dados, podemos analisar a velocidade do móvel e sua aceleração. Visto que, a equação de movimento é uma equação que fornece qual é a posição (S) em função do tempo (t), desta utilizando o conceito de derivada, pode se obter a equação da velocidade (v) e consequentemente da aceleração (a) de um móvel em qualquer tempo (t).

As equações que regem o MRUV são:

$$S = S_0 + \mathrm{v}_o t + \frac{1}{2}at^2 , \qquad (4.1\text{ a})$$

$$\mathrm{v} = \frac{dS}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \mathrm{v}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} , \qquad (4.1\text{ b})$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} . \qquad (4.1\text{c})$$

Retornando aos gráficos, vimos no Capítulo 3 que no caso da relação entre as variáveis envolvidas for do tipo linear, uma reta expressa graficamente esse tipo de relação e se necessário basta ajustar a reta pelo método dos mínimos quadrados. Quando a relação for não linear, é útil torná-la linear para fins de facilitar a interpretação do gráfico. Neste capítulo, veremos como linearizar[1] um gráfico de duas formas: via papel milimetrado e via papel dilog, e aplicar estes métodos de linearização para auxiliar na interpretação do gráfico confeccionado utilizando os dados experimentais.

4.1 - Linearização

Vimos no Capítulo 3, que podemos relacionar as grandezas do eixo das ordenadas com o das abcissas da seguinte forma:

$$y \propto x^n = Cx^n. \qquad (4.2)$$

Vejamos agora, a partir da equação (4.2) como linearizar um gráfico não linear (n≠1), que nada mais é que transformar um gráfico não linear em um linear (n=1). Nesta seção, vamos apresentar as duas formas de linerização: via papel milimetrado e via papel dilog.

4.1. a – Linearização via papel milimetrado

Neste caso, confeccione o gráfico das grandezas envolvidas no papel milimetrado, e siga os seguintes passos:

i) Identifique a potência n na Equação (4.2) - esta é obtida de acordo com o comportamento do gráfico y versus x: se linear n=1, se quadrática n=2; se hiperbólica n=1/2, ...

ii) Obtenha utilizando os dados experimentais, uma nova coluna de dados referente a x^n (com o n obtido no item i);

iii) Confeccione o gráfico y versus x^n (com os dados obtidos no item ii) – Substitua y e x pelas grandezas envolvidas na interpretação.

iv) Como os pontos podem não ficar todos alinhados e evitar de traçar ou um guia de olho ou uma reta média, então utiliza-se o método dos mínimos quadrados visto no Capítulo 3, para obter a equação analítica da reta ajustada aos pontos experimentais.

[1] Linearizar é transformar um gráfico não linear em linear.

v) Obtenha os dados utilizando a equação obtida no item iv, e trace a reta pelos pontos obtidos por meio da equação (3.3) do método dos mínimos quadrados.

Exemplo 4.1: A Tabela 4.1 apresenta os valores da posição (S) em função do tempo (t) de um móvel que se desloca sobre um trilho de ar. A relação entre os dados do eixo das ordenadas (S(cm)) e a do eixo das abscissas (t(s)) é dada por:

$$S \propto t^n = Ct^n. \tag{4.3}$$

Para interpretar esta equação, temos que saber o grau deste polinômio, ou seja, determinar o valor de n. E, após saber o valor de n, confeccionar um gráfico linear (com a reta devidamente ajustada) e calcular o seu coeficiente angular que irá fornecer o valor de C.

Tabela 4.1: Dados obtidos experimentalmente, de espaço percorrido por um móvel e seu respectivo tempo em cada posição.

S (cm)	t (s)
0,00 ± 0,05	0,00 ± 0,01
0,05 ± 0,05	0,10 ± 0,01
0,20 ± 0,05	0,20 ± 0,01
0,44 ± 0,05	0,30 ± 0,01
0,78 ± 0,05	0,40 ± 0,01
1,22 ± 0,05	0,50 ± 0,01
1,76 ± 0,05	0,60 ± 0,01
2,40 ± 0,05	0,70 ± 0,01
3,14 ± 0,05	0,80 ± 0,01
3,97 ± 0,05	0,90 ± 0,01
4,90 ± 0,05	1,00 ± 0,01

Primeiramente, vamos confeccionar o gráfico Sxt, utilizando os dados da Tabela 4.1, para saber qual comportamento este apresenta. Este gráfico está apresentado na Figura 4.1 e foi confeccionado utilizando o seguinte módulo de escala:

- Módulo de escala do eixo das ordenadas (Posição):

$$Me_S = \frac{150\ mm}{5{,}0\ cm} = 30\ mm/cm \quad , \tag{4.3a}$$

- Módulo de escala do eixo das abscissas (tempo):

$$Me_t = \frac{150\ mm}{1\ s} = 150\ mm/s \quad . \tag{4.3b}$$

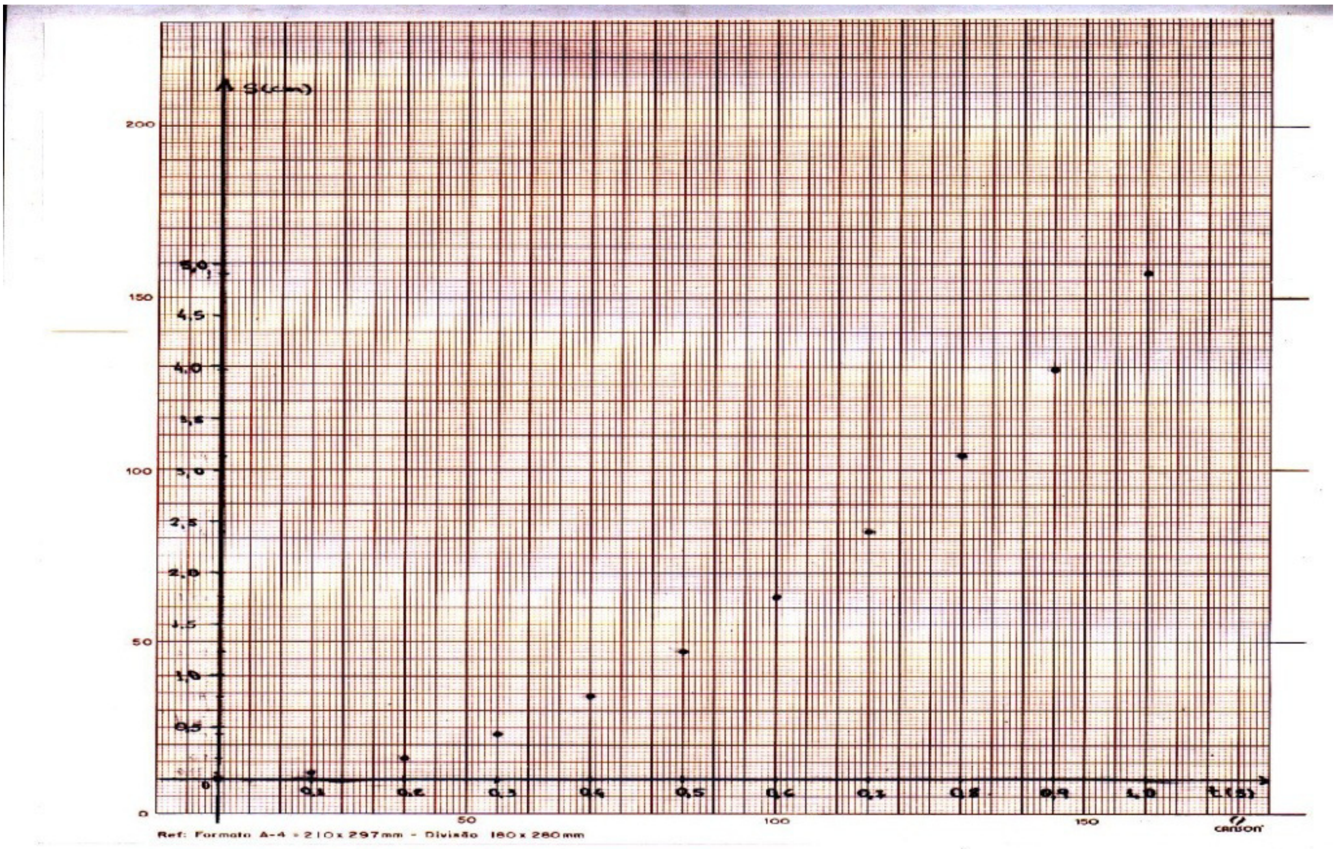


Figura 4.1 – Movimento de um corpo em uma dimensão; Gráfico confeccionado com os dados da Tabela 4.1.

Neste exemplo, $n = 2$, pois observando o seu comportamento, vemos que é uma semi parábola, o que caracteriza uma função quadrática. E, a equação (4.3) pode ser reescrita como:

$$S = C\,t^2 \quad . \tag{4.4}$$

Podemos observar que a equação (4.4) é a equação de uma reta cujo coeficiente linear é nulo, o coeficiente angular é o valor de C e as variáveis do eixo das ordenadas é S e do eixo das abcissas é t^2 .Portanto, ao confeccionar o gráfico de $S \times t^2$ estamos linearizando-o, o que nos permite encontrar de forma fácil o valor de C. Para traçar a reta, obter os pontos da reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados. Este raciocínio é apresentado no exemplo 4.2.

Exemplo 4.2: A partir dos dados da Tabela 4.1, vamos confeccionar um gráfico S x t^2 para obter o valor de C. Os dados para este gráfico estão apresentados na Tabela 4.2 e foram obtidos considerando os dados do eixo das abcissas $x = t^2$, e a sua equação do desvio $\sigma_{x=}2t\sigma_t$ (Obtenha explicitamente esta equação).

Tabela 4.2: Dados da Tabela 4.1, com os dados dos tempos elevados ao quadrado, e seus respectivos desvios.

S(cm)	t^2 (s^2)
0,00±0,05	0,00±0,01
0,05±0,05	0,01±0,01
0,20±0,05	0,04±0,01
0,44±0,05	0,09±0,01
0,78±0,05	0,16±0,01
1,22±0,05	0,25±0,01
1,76±0,05	0,36±0,01
2,40±0,05	0,49±0,01
3,14±0,05	0,64±0,01
3,97±0,05	0,81±0,02
4,90±0,05	1,00±0,02

Para confeccionar o gráfico S x t^2, com os dados da Tabela 4.2, se achar necessário utilize os seguintes módulos de escala , equações (4.5) (sugestões):

$$m_{e_S} = \frac{250mm}{4{,}90cm} = 50\frac{mm}{cm} \text{ e } m_{e_{t^2}} = \frac{150mm}{1s^2} = 150\frac{mm}{s^2} \quad . \qquad (4.5)$$

Para evitar de traçarmos uma reta média, ou um guia de olho, vamos ajustar a reta utilizando o método dos mínimos quadrados apresentado no Capítulo 3.

Neste caso, na equação da reta (3.3), $y = a + bx$, temos que $y = S$, e $x = t^2$. Para obter o valor de a e b da equação (3.3), utiliza-se as equações (3.3a) e (3.3b). Obtendo cada termo separadamente:

$$\sum y = \sum_{i=0}^{11} S_i = 0{,}00 + 0{,}05 + 0{,}20 + 0{,}44 + 0{,}78 + ... + 4{,}90 = 18{,}86cm$$

$$\sum xy = \sum_{i=0}^{11} t^2{}_i S_i = (0{,}00^2)(0{,}00) + (0{,}10^2)(0{,}05) + (0{,}20^2)(0{,}20) + ... + (1{,}00^2)(4{,}90) = 12{,}4128s^2cm$$

$$\sum x = \sum_{i=0}^{11} t_i^2 = (0{,}00)^2 + (0{,}10)^2 + ... + (1{,}00)^2 = 3{,}85s^2$$

$$(\sum x)^2 = (\sum_{i=0}^{11} t_i^2)^2 = (3{,}85)^2 = 14{,}8225s^4$$

$$\sum x^2 = \sum_{i=0}^{11} (t_i^2)^2 = \sum_{i=0}^{11} t_i{}^4 = (0{,}00)^4 + (0{,}10)^4 + ... + (1{,}00)^4 = 2{,}5333s^4$$

$n = 11$,

temos, respectivamente para a e b os seguintes valores: $a = -0{,}0009\,cm \approx 0cm$, e $b = 4{,}90\,cm/s$, tal que:

$$S = 4{,}90t^2. \tag{4.6}$$

Para obter os novos pares ordenados, substitua os valores de t^2 da Tabela 4.2 na equação (4.6) e obtenha os respectivos valores de S. Represente estes pontos na mesma figura onde foi representado os dados experimentais, anotar com símbolos diferentes, e traçar a reta por estes pontos ajustados. Este gráfico está apresentado na Figura 4.2.

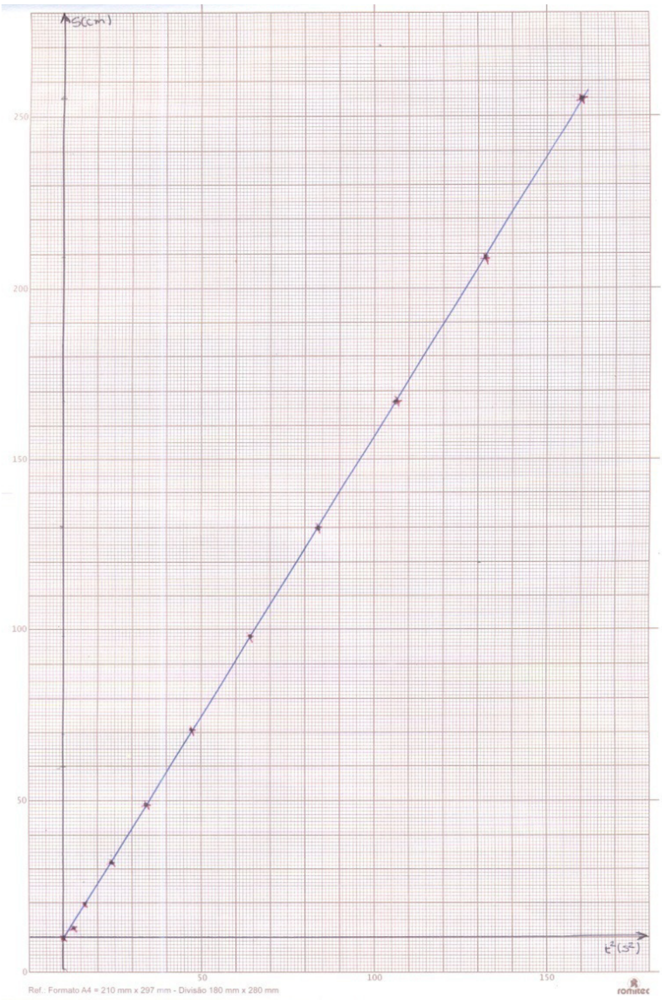


Figura 4.2 – Gráfico de S versus t^2, onde S é dado em cm e t em s. Confeccionado com os dados da Tabela 4.1, onde • são os pontos experimentais e × os pontos da reta ajustada (em azul) pela equação $S(t)=0{,}49\ t^2$, obtida por meio do método dos mínimos quadrados.

E, a partir do gráfico da Figura 4.2, é possível obter o coeficiente angular tendo assim o valor de C da equação (4.4) dando um valor de[2] $4{,}90\ cm/s^2$.

Temos assim, que a equação horária do móvel é:

$$S(t)=4{,}90\ t^2, \tag{4.7}$$

para as seguintes condições iniciais $S_0=0$ em $t_0=0$. A quantidade 4,90 cm/s^2 deve ser interpretado, analogamente ao que foi feito no Capítulo 3, para caracterizar o tipo de movimento.

A seguir, apresentamos a outra forma de linearizar que é utilizando o papel di-log.

4.1. b – Linearização via papel dilog

O papel di-log é um tipo de papel quadriculado, mas com escala logarítmica (base 10) em ambos os eixos; Neste **papel coloca-se diretamente os valores obtidos experimentalmente**, sem o uso do módulo de escala. Quando necessário faz–se uma variação em potências de 10.

Como extrair os valores de n e C do gráfico do papel di-log:

Vamos considerar um gráfico Sxt. Temos que a relação entre estas duas variáveis é dada por: $S \propto t^n \Rightarrow S = Ct^n$, aplicando log de ambos os lados ficamos com a seguinte equação da reta:

$$\log S = \log C + n \log t. \tag{4.8}$$

Observe agora, que *n* é o coeficiente angular e log C representa o coeficiente linear do gráfico S x t confeccionado em papel dilog. Como obter n e C?

- **Para obter o valor de n (coeficiente angular do gráfico dilog)**:

O coeficiente angular pode ser obtido de duas formas:

1. Adote dois pontos sobre a reta e substitua na equação (4.9):

$$n = \frac{\log S_2 - \log S_1}{\log t_2 - \log t_1}. \tag{4.9}$$

[2] Obtida adotando-se dois pontos sobre a reta do gráfico da Figura 4.2.

2. Ou, meça diretamente as variações ΔY e ΔX com uma régua e dividindo um valor pelo outro ($n = \dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$) como indica a Figura 4.3:

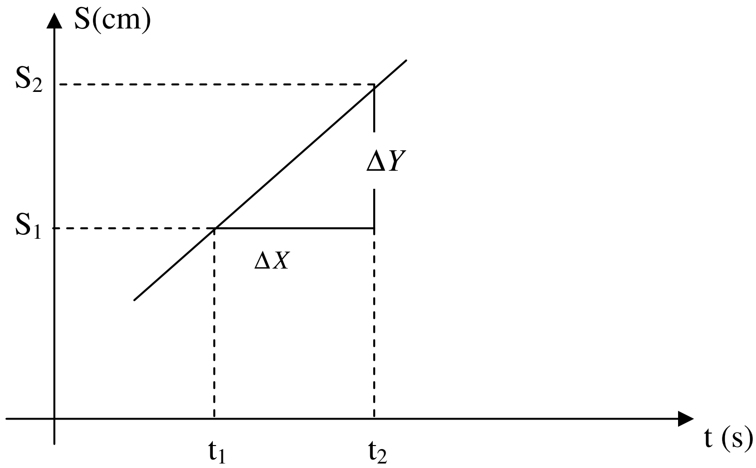


Figura 4.3 – Desenho ilustrativo para indicar como extrair o valor do coeficiente angular (n) diretamente do gráfico dilog S x t.

O método 2 só é possível porque ambos os eixos estão em escala logarítmica.

- **Para obter o valor de C** (constante de proporcionalidade):

Também temos duas formas para obter o valor de C:

1. Substitua o valor de n na equação da reta, equação (4.8), assuma um ponto sobre a reta do par ordenado (S, t) no gráfico di-log e obtenha a inversa na base 10, utilizando uma calculadora.

2. Uma outra forma, é substituir *t=1 seg,* na equação (4.8), tal que[3] *n log t=0*, assim *log S= log C* e por fim *S=C*. Assim, para saber o valor de C, observa-se no gráfico di-log *S x t,* em *t=1 seg* quanto vale *S, que será o valor de C (somente o valor numérico). Uma figura esquemática deste procedimento está apresentada na* Figura 4.4.

[3] Lembre-se que log1=0.

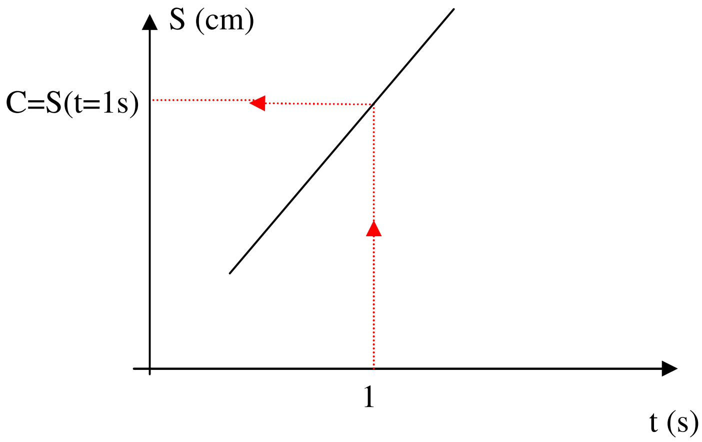


Figura 4.4 – Desenho ilustrativo para indicar como extrair o valor da posição diretamente do gráfico dilog S x t. C é lido diretamente no gráfico para t= 1 seg, como indicado por meio da trajetória pontilhada indicada pela seta.

Exemplo 4.2: linearização por meio do papel dilog com os dados da Tabela 4.1.

Primeiramente, vamos distribuir os pontos da Tabela 4.1:

- Eixo das abcissas (tempo): como o papel di-log inicia com a escala em 1, e os valores da Tabela 4.1, são menores do que 1, fazemos um reescalonamento, tal que, onde está 1 considera-se 0,1; onde está 2 considera-se 0,2, assim por diante (onde for 1^1 será 1), ou equivalentemente multiplique por 10^{-1} a escala do eixo dos tempos (t) . Isto é feito para facilitar a leitura e aproveitar melhor a distribuição dos dados no papel dilog.
- Analogamente, no eixo das ordenadas (dados da posição) multiplica-se por 10.

Anotados os pontos por onde traçar a reta? Neste caso, por simplicidade, traça-se a reta pela média dos pontos, ou pela maioria dos pontos, dependendo de como está a distribuição dos mesmos. E, temos a Figura 4.5. Lembrando que se desejarem ajustar pelo método dos minimos quadrados, devem levar em consideração que as escalas são logarítmicas.

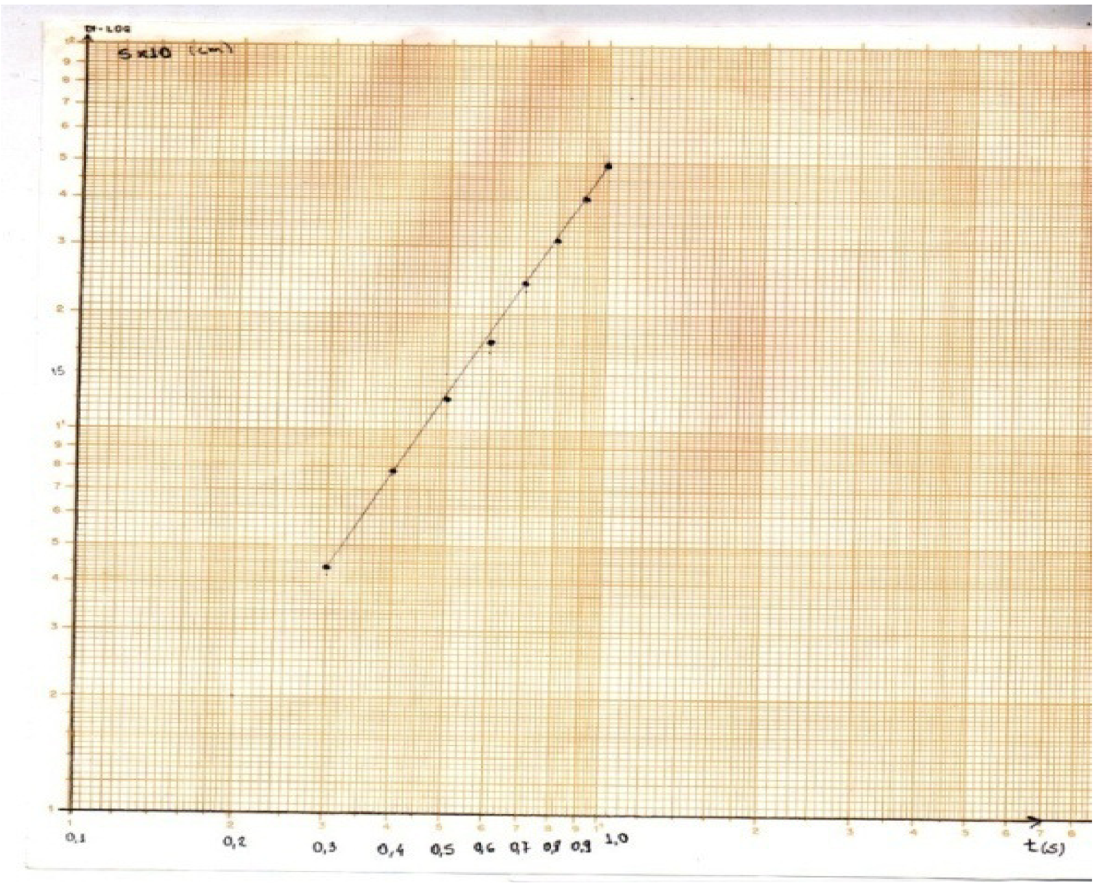


Figura 4.5 – Movimento de um corpo em uma dimensão; Gráfico di-log referente aos dados da Tabela 3.1; A reta traçada é uma reta passando pela média dos pontos.

Utilizando a Equação (4.9) ou o método de medir diretamente os intervalos envolvidos com uma régua, obtém-se que: $n = \dfrac{5{,}0}{2{,}5} = 2.$ E, o valor de C pode ser obtido utilizando a Equação (4.8) para dois pontos sob a reta ou a técnica apresentada por meio do gráfico da Figura 4.5, e se obtém 4,90 cm/s. Portanto, a equação de movimento é a função horária dada por $S(t) = 4{,}90\ t^2$, como já obtido via linearização utilizando o papel milimetrado (Eq. 4.7).

Lembrando que a interpretação para caracterizar o tipo de movimento, pode ser feito utilizando o raciocínio apresentado no Capítulo 3.

Vimos assim, como linearizar um gráfico não linear, utilizando o papel milimetrado, bem como, utilizando o papel dilog. Agora, vamos aplicar este conhecimento nos dados obtidos no Experimento 4.1.

4.2–Parte Experimental

Experimento 4.1 - Movimento de translação de um corpo em uma dimensão – Plano Inclinado

I- Objetivo Geral: Obter a equação de movimento para um móvel que percorre uma trajetória retilínea, com uma determinada inclinação, e caracterizar o tipo de movimento.

II - Objetivo(s) Específico(s): Interpretação dos resultados via gráficos (papel milimetrado e dilog) , e aplicação da teoria de erros;

Sugestões:

- Confecção de gráficos S x t , v x t e a x t, em papel milimetrado e analisar a relação entre as variáveis envolvidas (explorar definições de derivadas via gráficos);
- Linearizar via papel milimetrado: para isso confeccione o gráfico S x t^2.
- Ajustar as retas devidamente utilizando o método dos mínimos quadrados. E, obter a relação entre as grandezas físicas envolvidas;
- Linearizar o gráfico S x t, via papel di-log, e obter a relação entre as grandezas físicas envolvidas.

Para cada metodologia encerrar com a: interpretação dos resultados, análise dos resultados e conclusão.

III- Materiais Utilizados[4]:

- 1 trilho de ar;
-1 compressor de ar;
- 1 cronômetro digital;
- 1 móvel;
- 1 eletroimã;
- 5 sensores de tempo;
- 1 trena;
- 1 Transferidor (optativo);
- 1 Bloco de madeira

IV-Montagem Experimental:

[4] Anote a marca e a precisão dos instrumentos.

A Figura 4.6, apresenta uma figura esquemática da montagem experimental a ser utilizada para analisar o movimento de um móvel que percorre uma trajetória retilínea sobre um plano inclinado. Sendo este plano um trilho de ar com suas componentes todos da marca Azeheb.

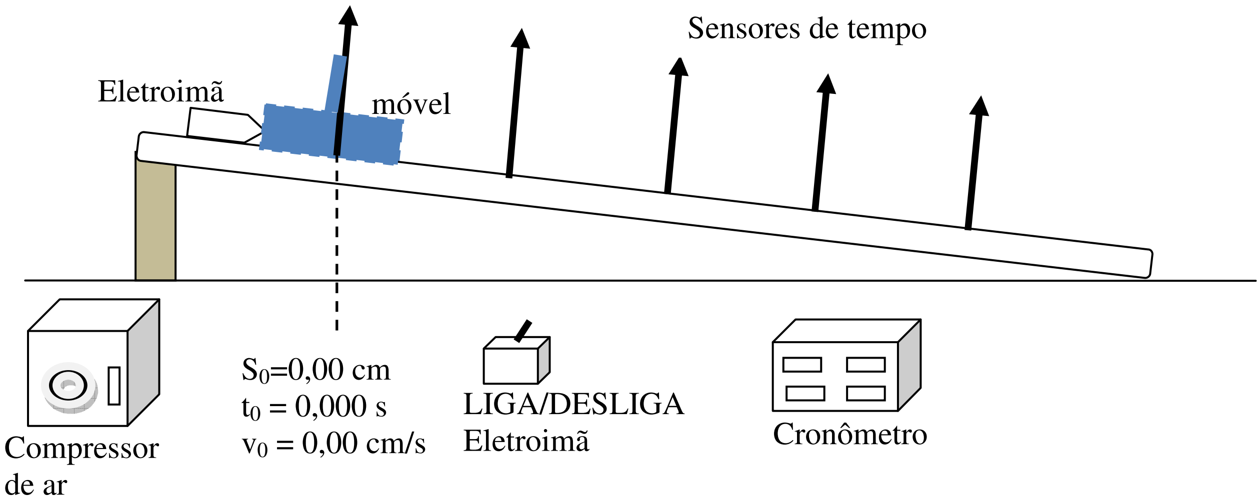


Figura 4.6 - Figura esquemática da montagem experimental do movimento de um corpo em um plano inclinado. Situação sem atrito.

V - Procedimento Experimental:

1. Incline o trilho de ar com um ângulo menor que 5º com a horizontal. Anote o valor do ângulo utilizado, com seu respectivo desvio, abaixo da Tabela 4.3.
2. Verifique se os sensores na parte de trás do cronômetro estão todos conectados corretamente (Ver a Figura 3.4).
3. É conveniente que a **velocidade inicial do móvel seja nula**. Para obter este resultado ajuste o móvel de tal forma que quando for liberado, o sensor S_0 seja imediatamente acionado (Figura 4.6).
4. Coloque os sensores de tempo distanciados de 15,00 cm entre si (não use a escala do trilho, meça os espaços entre os sensores com uma trena na sua parte superior).
5. Ligue o compressor de ar e mantenha a sua intensidade no máximo.
6. Posicione o móvel junto ao eletroímã, que deve estar com a chave seletora na posição LIGA (**lembre-se que ao movimentar o móvel o compressor de ar deve estar sempre ligado**);

7. Libere o móvel, desligando o eletroímã no controle LIGA-DESLIGA.

8. Anote os dados que o cronômetro mostra no visor, esses são os tempos desde o primeiro sensor (posição inicial) até os outros sensores.

9. Repita três vezes estas medidas;

10. Anote os dados na Tabela 4.3;

11. Mantenha os dois primeiros sensores na sua posição, e varie a posição de outros três de forma a ter mais dados. Repita o procedimento e anote os dados na Tabela 4.3. **Represente os dados na tabela em ordem crescente**.

VI - Dados Obtidos Experimentalmente

Na Tabela 4.3 apresente os dados da posição do móvel e do respectivo tempo para um móvel em trajetória retilínea. A posição possui uma incerteza de 0,05 cm, aferidos com uma trena de precisão 1,0 mm, e os tempos uma incerteza instrumental de 0,001 s, visto que o cronômetro possui uma precisão de 0,01 s. Lembre-se que caso ao realizar a medida tenha um desvio maior que a do instrumento considere como desvio o maior valor.

Tabela 4.3 – Dados experimentais da posição do móvel (S) em cm e tempo (t) em s, com seus respectivos desvios.

S (cm)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)
$0{,}00 \pm 0{,}05$	$0{,}000 \pm 0{,}001$	$0{,}000 \pm 0{,}001$	$0{,}000 \pm 0{,}001$

Anotem o valor ângulo de inclinação: $\theta = (\qquad \pm \qquad)^{\circ}$

VII- Interpretação dos Resultados:

- Quais foram as condições iniciais que utilizaram para realizar o experimento?
- Com os dados da Tabela 4.3, obtenha o tempo médio e o respectivo desvio (equações 2.2) e (2.3) respectivamente), e represente os resultados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Dados experimentais da posição do móvel (S) em cm e do tempo médio ($\bar{t}$)em s, e os respectivos desvios obtidos com os dados da Tabela 4.3.

S (cm)	$\bar{t}(s)$

- Confeccione o gráfico em papel milimetrado de S x $\bar{t}$ (Figura 4.7), com os dados da Tabela 4.4;

- Obter a equação de movimento utilizando o método da linearização via papel milimetrado (esta será a Figura 4.8) e via papel dilog (Figura 4.9).

- Conclua escrevendo a equação de movimento do móvel pelos dois métodos, e compare os resultados.

- Para caracterizar o tipo de movimento, adote o resultado final deixando a constante (C) de forma genérica: S=Ct^2; Faça uma análise dimensional para saber qual a grandeza física que está relacionada com C (lembre-se que esta grandeza deve ser constante e ter a dimensão obtida e que esteja atuando no experimento); Reescreva-a a constante C em termos de uma constante de proporcionalidade adimensional (C_1) vezes a grandeza física. Obtenha o valor de C_1 e escreva a equação geral de movimento e caracterize o tipo de movimento.

Obtenção da aceleração do móvel:

Pela Cinemática:

a) Por meio gráfico:

1. No gráfico da Figura 4.7, aplique o conceito de derivada para obter os dados da velocidade instantânea ($v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$) para o respectivo tempo e confeccione o gráfico de velocidade instantânea versus tempo (lembre-se de ajustar a reta pelo método dos mínimos quadrados) ;
2. Repita o raciocínio, para o gráfico de velocidade instantânea versus tempo, obtenha os dados para a aceleração instantânea para o móvel ($a_{inst} =$

$\lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$) . Confeccione com os dados obtidos, o gráfico da aceleração versus tempo (ajuste a reta se necessário e considere como a Figura 4.10). Aqui vocês terão o valor da aceleração do sistema.

b) Pela equação da curva ajustada por meio da calculadora, e a regra de derivação: Ajuste a curva da Figura 4.7 na calculadora, selecionando: Mode – REG(tecla 3)- avance uma vez no botão central – e escolha Quad (tecla 3) e aperte =; Introduza os dados do par (x,y) e obtenha o valor de A, B e C da equação da curva ajustada (válido para uma função quadrática); Depois derive a equação obtida duas vezes em relação ao tempo (aplicando a regra do tombo) e terá o valor da derivada, que é o valor da aceleração;

Pela Dinâmica:

- Neste caso, pode-se explorar também a decomposição da aceleração em termos da aceleração gravitacional, obtida via força peso (Figura 4.11), e a segunda lei de Newton:

$$\sum F = ma \;;\; P_x = ma; \quad mgsen\theta = ma \quad \text{logo } a = gsen\theta.$$

Ângulo de Inclinação: Lembrem-se: $tg\theta = \frac{cateto\ oposto(y)}{cateto\ adjacente(x)}$ e

$$\theta = arctg\frac{y}{x} = tg^{-1}\frac{y}{x}$$

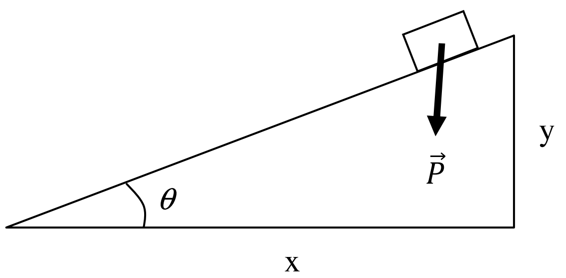


Figura 4.11– Desenho ilustrativo para obter o ângulo de inclinação e aplicar a segunda lei de Newton para obter a aceleração do móvel.

VII - Análise (Discussão)dos Resultados

IX–Conclusão(ões)

4.3 Referência Bibliográfica

[1] H. M. Nussenzveig – Curso de Física Básica – 1 – Mecânica – 3ª Edição – Edgard Blücher Ltda – (1996);

[2] Azeheb – Laboratórios de Física – Manual de Instruções e Guia de Experimentos;

[3] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Manual de Laboratório de Física I – DFI/UEM – 2008 a 2017;

Capítulo
5

Aplicação das Leis de Newton para o Movimento

Este capítulo, trata de um experimento envolvendo as três Leis de Newton. Leis estas, que abordam as interações entre corpos, e explicam os movimentos baseando-se nos conceitos de força e de massa[1]. E, relacionamos estes conceitos físicos às grandezas cinemáticas – posição, velocidade e aceleração.

O físico Inglês, Isaac Newton formulou e publicou suas três Leis no seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, no século XVII, mais precisamente no ano de 1687. Estas informam que:

1ª Lei – "Todo corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, a menos que seja obrigado a modificar seu estado pela ação de forças impressas a ele".

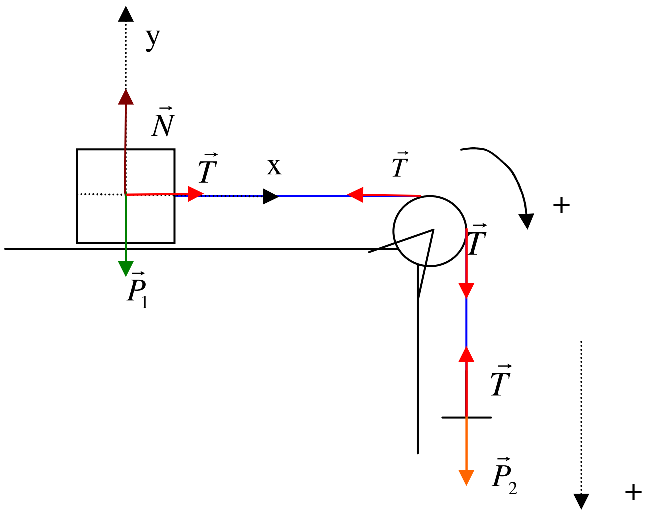
2ª Lei – "A força resultante sobre uma partícula (ou sistema) é igual a taxa de variação no tempo de seu momento linear (quantidade de movimento)". No caso da massa da partícula ou do sistema permanecer constante, esta é normalmente enunciada da seguinte forma: "A aceleração de um corpo em movimento é diretamente proporcional a resultante das forças que atua sobre ele e inversamente proporcional a sua massa".

3ª Lei - "Toda ação corresponde uma reação igual e oposta, ou, as ações mútuas de dois corpos entre si são sempre dirigidas em uma mesma direção, mas sentidos contrários". As forças atuam em corpos diferentes.

As Leis de Newton são válidas apenas em Referenciais Inerciais (aceleração nula).

[1] Este assunto pode ser encontrado com maior profundidade no livro Física Básica do Professor Moisés Nussenzveig –vol1 – Mecânica. Editora Edgard Blücher.

Na Figura 5.1 é apresentada um desenho esquemático de um sistema de dois corpos acoplados, movimento unidimensional, as forças que nela atuam e como fica expressa a segunda lei de Newton quando a massa total do sistema permanece constante:



Aplicando a segunda Lei de Newton: $\sum \vec{F} = M\,\vec{a}$

No sentido do movimento:

$P_2 = (m_1 + m_2)a$

em que: $P_2 = m_2 g$

Figura 5.1 – Desenho esquemático indicando as forças que atuam no sistema. Sendo: $\vec{N}$: força normal; $\vec{P}_2$: força peso referente a massa suspensa (representado pela letra 2 subscrito); $\vec{T}$: força tração; m_1 é a massa do móvel e m_2 a massa suspensa, x e y o sistema de coordenadas cartesianos. O sinal + indica o sentido do movimento.

5.2 – Parte experimental

Experimento 5.1: Leis de Newton

I - Objetivo Geral:

Aplicação das leis de Newton para o movimento;

II - Objetivos específicos:

- Determinação da relação entre a aceleração e a força resultante que atua em um sistema via gráficos e aplicação da teoria de erros;

III – Materiais Utilizados:

- 1 trilho de ar;
-1 compressor de ar;
- 1 cronômetro digital;
- 1 móvel;

- 1 eletroimã;
- 5 sensores de tempo;
- 1 roldana;
- 1 trena;
- 1 Nível
- Fio inextensível;
- 1 Suporte para massas;
- 6 massas (discos metálicos em torno de 5 gramas cada);
- 1 Balança digital;

IV - Montagem Experimental

Na Figura 5.2, apresenta-se a montagem experimental para a análise de um corpo que translada em movimento retilíneo e uniformente variado. Em que, uma das massas, m_2 (massa suspensa), se move na direção vertical, enquanto simultaneamente a outra, m_1 (massa do móvel), se move na direção horizontal. Sendo ΔS o espaço percorrido pelos corpos. Utiliza-se o mesmo aparato experimental ilustrado na Figura 3.2, mas considerando agora somente dois sensores de tempo, como apresentado no desenho esquemático da Figura 5.2.

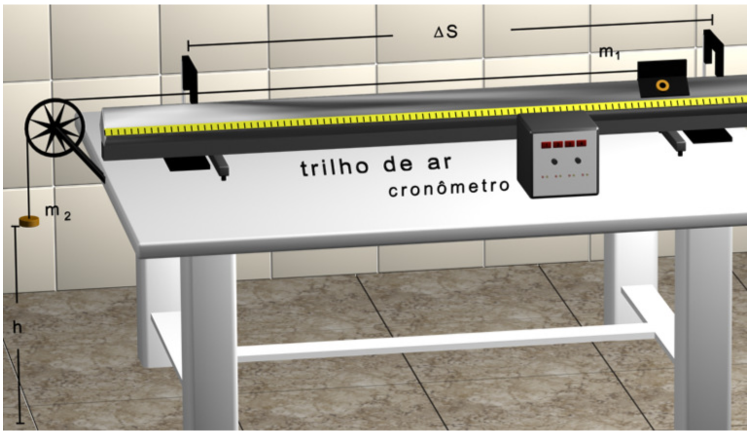


Figura 5.2 – Desenho esquemático ilustrando a montagem experimental a ser utilizada para a coleta de dados referente ao experimento sobre as Leis de Newton. (Figura elaborada e cedida pelo Prof. Arlindo Antonio Savi – Professor aposentado do DFI/UEM).

Considerações:

Antes de realizarmos qualquer medida devemos considerar que:

1- Quando queremos determinar experimentalmente a relação matemática entre duas grandezas de um sistema, elas devem ser variadas de tal forma que todas as outras grandezas permaneçam constantes.
2- Neste caso, estamos estudando um sistema composto do corpo de massa m_1 (móvel) e o corpo de massa m_2 (massa suspensa). Portanto, a massa do sistema é $m_1 + m_2$.
3- Se variarmos apenas m_2, a aceleração varia, a força resultante varia e a massa do sistema também varia (o que contraria a nossa primeira consideração). Este problema experimental pode ser solucionado se alterarmos simultaneamente da mesma quantidade os valores de m_1 e m_2. À medida que aumentamos m_2 diminuímos m_1 (massa do móvel) da mesma quantidade, ou vice-versa, tal que a massa do sistema seja mantida constante.

V – Procedimento Experimental

1. Selecione 6 massas (discos metálicos) e enumere cada uma separadamente. Se necessário, utilize pequenos pedaços de fita adesiva para anotar a numeração;
2. Afira as massas que ficarão suspensas. De forma a evitar propagação de erros, coloque todo o conjunto de massas devidamente numeradas juntamente com o suporte sobre a balança, e vá retirando uma a uma na ordem (crescente ou decrescente) da numeração, até que reste somente o suporte. E, anote os valores nesta ordem na Tabela 5.1.
3. Afira a massa total do sistema (M - massa do móvel mais todo o conjunto de massas suspensas) e anote na Tabela 5.1.
4. Fixe o móvel no eletroímã, para isso ligue o cronômetro e mantenha o botão seletor do controle do eletroímã na posição LIGA;
5. Fixe uma das extremidades do fio no móvel e passe o fio pela roldana que se situa na extremidade oposta do eletroímã e amarre a outra extremidade do fio no suporte de massas. Este irá ficar suspenso;

6. Desloque a extremidade do trilho, onde se encontra a roldana, em direção a borda da mesa, tal que o suporte de massas suspenso pelo fio possa percorrer livremente a trajetória na vertical, enquanto o móvel percorre a trajetória na horizontal ao longo do trilho. Controle o comprimento do fio, para que a massa suspensa não atinja o solo antes que o móvel percorra toda a sua trajetória no trilho de ar;
7. Posicione o primeiro sensor tal que o mesmo fique o mais próximo do móvel possível, de modo que ao ser liberado acione imediatamente o cronômetro, garantindo que a velocidade inicial seja nula na posição inicial (S_0) em t_0;
8. Posicione o último sensor tal que se tenha uma distância que assegure que o móvel tenha passado por ele, antes de atingir o final do trilho onde se encontra a roldana. Ignore o tempo dos sensores intermediários, caso estes estejam posicionados ao longo do trilho. Nesta extremidade há um suporte com elástico para evitar danos aos equipamentos;
9. Nivele o trilho;
10. Ligue o compressor de ar e posicione o fluxo de ar acima da metade;
11. Selecione a função F1 no cronômetro;
12. Fixe o móvel na extremidade inicial, ligando o eletroímã na sua máxima intensidade, para que ao colocar as massas no suporte este fique parado;
13. Coloque as 6 massas no suporte, tal que este fique na posição vertical em relação ao móvel, e sem nenhuma oscilação;
14. Libere o móvel (desligando o eletroimã) e anote o tempo necessário para percorrer a distância ΔS. Anote somente o tempo registrado pelo último sensor. Para minimizar os erros aleatórios repita por mais duas vezes, e anote os dados na Tabela 5.1. Para cada medida zere (*reset*) o cronômetro;
15. Retire agora, a primeira massa do suporte e passe para cima do móvel, de modo que a massa “suspensa” seja a soma das massas restantes no

suporte. A ordem (crescente ou decrescente) para retirar cada massa deve ser a mesma da anotada na Tabela 5.1. Anote o tempo que o móvel leva para percorrer a distância ΔS. Realize 3 medidas do tempo para cada conjunto de massa suspensa.

16. Repita o procedimento para as demais massas, até que não reste mais massa no suporte, lembrando-se de que a massa m_2 é a soma das massas de todos os corpos suspensos. Ao passar as massas sobre o móvel, distribua-os de forma equilibrada em cada lado do móvel;
17. Identifique e anote onde está atuando a primeira e terceira lei de Newton no sistema.

Sugestão 1: Pode-se também colocar todas as massas no móvel e ir passando para o suporte, após cada tomada de tempo (repetida mais 2 vezes).

Sugestão 2: Utilizem as massas de menores valores (em torno de 5 g cada).

Atenção!!!!

Ao posicionar o último sensor, deixe um espaço no final do trilho para segurar o móvel, pois dependendo da massa suspensa ao atingir o elástico, este pode arrebentar e o móvel ser danificado.

O móvel somente pode ser movimentado sobre o trilho com o compressor de ar ligado. Caso esteja desligado eleve-o (sem tocar no trilho) para colocá-lo na posição desejada. Isso evita danos ao equipamento.

E, **lembrem-se** o trilho deve estar nivelado, ao executar o experimento. Assim após nivelar mantenha o trilho fixo, sem retirá-lo do lugar. Bem como não debrucem sobre a mesa ou deixem bolsas sobre a bancada;

VI - Dados Obtidos Experimentalmente

A Tabela 5.1 apresenta os dados experimentais obtidos com a variação da massa suspensa m_2 tal que a massa total do sistema permaneça constante. Conforme a variação do valor da massa suspensa ocorre uma variação no tempo de percurso no intervalo ΔS, mantido fixo, que é a trajetória percorrida pelo móvel. Sendo t_i o tempo captado pelo sensor quando o móvel passa por ele e registrado pelo cronômetro, este é repetido por mais 2 vezes (t_2, t_3) para cada conjunto de massa suspensa m_2.

Tabela 5.1 - Dados experimentais com a massa total do sistema constante (M (g)). Massa suspensa (m_2 (g)), e tempos aferidos (t_i(s)) , com seus respectivos desvios. E, ΔS (cm) é o seu deslocamento.

$m_2(g)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$
M =			
$\Delta S =$			

Escreva a seguir onde ocorre a atuação da primeira e terceira Lei de Newton:

- Primeira Lei de Newton:

- Terceira Lei de Newton:

VII - Interpretação dos Resultados:

Para obter a relação entre força e aceleração do sistema, confecciona-se o gráfico da força versus aceleração. E, para atingir este objetivo, deve se interpretar os dados obtidos experimentalmente (Tabela 5.1). Para isso, é necessário obter os seguintes dados:

1. Calcule a força que atua provocando o movimento, este é dado pela força peso (F=P = m g, utilize para g o seu valor exato de 980,665 cm/s^2). Obtenha a expressão para o desvio da força, para representar seu valor com o desvio na Tabela 5.2;

2. Obtenha os valores dos tempos médios e seus respectivos desvios utilizando os dados da Tabela 5.1 e as equações (2.2) e (2.3). Represente todos os resultados na Tabela 5.2

3. Determine a aceleração com o desvio para as diferentes forças obtidas no item 1. Lembre-se que a aceleração neste caso é dado por $a = 2\Delta S / t^2$. Obtenha a expressão para o desvio da aceleração, para se obter seu valor e representar o resultado da aceleração com o desvio. Anote os valores na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Dados finais para interpretação referentes à Tabela 5.1.

F= P(dinas)	$\bar{t}(s)$	$a(cm/s^2)$

4 - Confeccione o gráfico de $F \times a$ utilizando os dados da Tabela 5.2, e obtenha por meio dos dados extraídos do gráfico a relação entre elas.

5 - Interprete equação obtida, escrevendo a de forma que seja válida para qualquer bancada, ou seja, sem depender de valores numéricos, para tal:

- Faça a análise dimensional da constante de proporcionalidade ente F e a? Que grandeza física esta representa neste sistema?

- Reescreva o resultado utilizando uma constante adimensional, obtenha seu valor, e escreva a equação final, identificando-a.

VIII - Análise dos resultados

IX - Conclusão(ões)

5.3 - Referência Bibliográfica

[1] H. Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica – 1 – Mecânica; Editora Edgard Blücher Ltda, 3 edição, 1981;
[2] Azeheb – Laboratórios de Física – Manual de Instruções e Guia de Experimentos;
[3] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Manual de laboratório – DFI/UEM – 2008 a 2017;
[4] S. M. S. Stivari – Texto sobre gráficos, EAD (2010);

Capítulo
6

MOVIMENTO DE UMA MASSA M EM TRAJETÓRIA CIRCULAR

A abordagem deste capítulo, será sobre o movimento de uma massa M em trajetória circular em que o módulo do vetor velocidade se mantém constante.

De uma forma geral, um corpo de massa M em um movimento circular, possui o vetor aceleração $\vec{a}$ dado por duas componentes; uma tangencial, $\vec{a}_t$ e outra radial, $\vec{a}_r$. Assim, a aceleração resultante é expressa por:

$$\vec{a} = a_t\hat{\theta} + a_r\hat{r}\,, \tag{6.1}$$

com $a_t = \dfrac{d|\vec{\mathrm{v}}|}{\mathrm{dt}}$ e $a_r = \dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{R}}$, sendo $\vec{\mathrm{v}}$ a velocidade, R o raio da trajetória, $\hat{\theta}$ e $\hat{r}$ são os versores indicando o sentido tangencial e radial respectivamente.

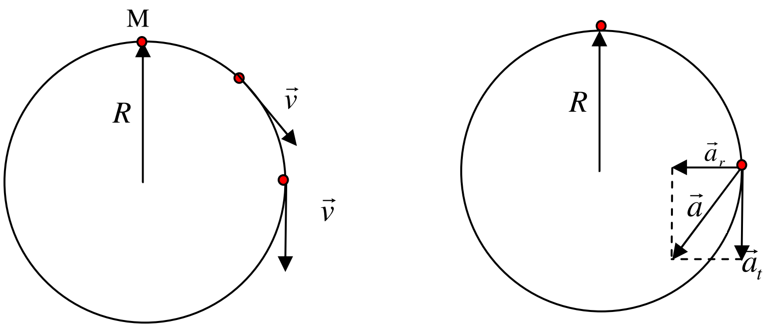


Figura 6.1 – Figura esquemática de um corpo de massa M, girando em trajetória circular. Sendo $\vec{v}$ o vetor velocidade e as componentes tangencial ($\vec{a}_t$) e radial ($\vec{a}_r$) do vetor aceleração ($\vec{a}$), e do raio R.

No caso do Movimento Circular Uniforme (MCU), este é caracterizado por ter o módulo do vetor velocidade constante, $|\vec{\mathrm{v}}| = \mathrm{constante}$. Lembrando que $\vec{\mathrm{v}}$

varia em direção e sentido, temos que o vetor aceleração é diferente de zero, lembre-se que: $\vec{a} = \frac{d\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{dt}}$. Dessa forma, haverá somente a componente radial (também conhecida por aceleração centrípeta), do vetor aceleração: $\vec{a} = a_r \hat{r}$.

Aplicando a segunda Lei de Newton (lembrando que esta é válida somente em referenciais inerciais) para o corpo de massa M, girando em torno de um eixo fixo, preso por um fio de comprimento R, com o módulo do vetor velocidade constante tem-se que:

$$F_c = Ma_c = M\frac{\mathrm{v}^2}{R} \quad . \tag{6.2}$$

RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS LINEARES E ANGULARES:

Na Figura 6.2, apresenta-se S o arco da curva (posição linear), θ a posição angular e R o raio da trajetória (constante). A relação entre a grandeza linear (S) e angular (θ) é dado pela seguinte equação:

$$S = R\theta \tag{6.3}$$

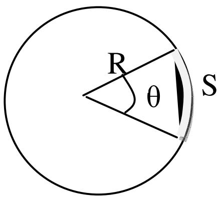


Figura 6.2 - Figura esquemática, indicando as grandezas S (arco da curva), θ posição angular e R raio da trajetória.

Derivando a equação (6.3) com relação ao tempo, temos a equação que relaciona a velocidade linear (v) com a velocidade angular (ω):

$$\mathrm{v} = R\omega \,. \tag{6.4}$$

65

Como a equação que relaciona a velocidade angular com o periodo de rotação é dada por: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, a equação (6.4) torna-se:

$$v = \frac{2\pi R}{T} . \qquad (6.5)$$

A equação (6.5) é importante para o nosso experimento, pois as grandezas aferidas será o raio da trajetória e o período de rotação.

Para realizar este experimento você utilizará uma “plataforma rotatória” da marca Pasco ou Azeheb disponíveis nos laboratórios de Física Experimental I do DFI/UEM.

6.1 - Parte Experimental:

Experimento 6.1 – Movimento Circular Uniforme

I - Objetivo(s): Determinar a equação de movimento de um corpo de massa M em trajetória circular e caracterizar esse o tipo de movimento.

II - Materiais Utilizados:

- Conjunto experimental (Pasco) contendo uma plataforma rotatória com seus componentes (roldanas/polia, massas, suportes, mola) ou Conjunto experimental (Azeheb) contendo uma plataforma rotatória, com roldana, massa do corpo em estudo, contra peso, dinamômetro de 2N;
- Fonte de alimentação;
- Fios condutores com conectores;
- Fio inextensível;
- Cronômetro digital manual;
- Nível;
- Régua ou trena.

66

III – Montagens Experimentais

A seguir, apresenta se a montagem experimental os dois tipos de equipamentos disponíveis no DFI/UEM.

III-a - Montagem Experimental no aparelho da Pasco:

Este consiste de uma plataforma rotatória com uma base de alumínio que pode girar em torno de um eixo (Figura 6.3). Acoplados à base estão dois suportes, o central e o lateral. A massa do corpo em estudo (M) possui três ganchos: uma em cada lateral e uma na parte superior.

O suporte central possui uma ranhura pela qual podem se mover uma presilha e um anel. A presilha suporta uma mola e um disco indicador. No disco indicador é preso um fio que passa através do anel e por uma pequena polia fixa no suporte. A outra extremidade do fio é amarrada na massa M.

O suporte lateral possui uma linha vertical que indica a distância da massa M ao centro de rotação. Da sua extremidade superior sai um fio que sustenta a massa M. Na outra extremidade da massa M amarra-se um fio que passa por uma roldana e suspenderá uma massa m (massa que ao ser multiplicada pela aceleração gravitacional indicará a força atuante no sistema).

A plataforma rotatória permite que a massa M gire com velocidade angular constante em torno do eixo.

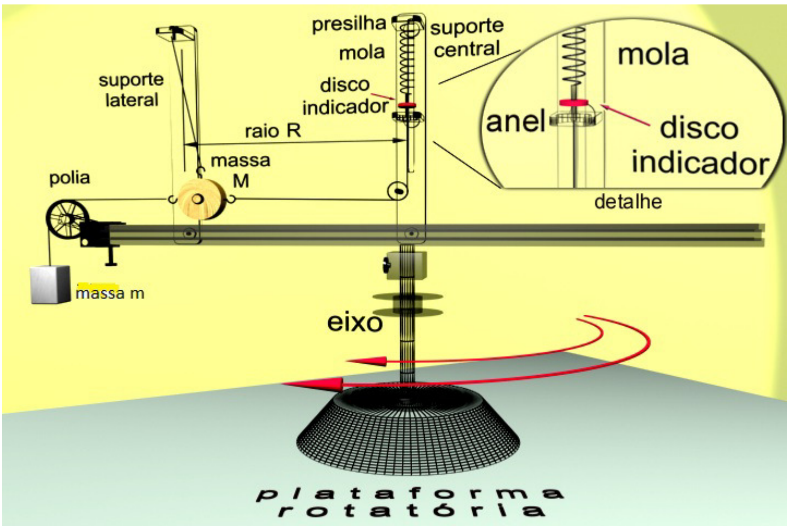


Figura 6.3 - Ilustração do aparelho utilizado para o estudo do movimento circular uniforme (Figura elaborada pelo Prof. Arlindo Antonio Savi – [4]).

67

III - b – Montagem experimental no aparelho da Azeheb:

A plataforma rotatória consiste de uma base metálica (1) que gira em torno de um eixo (2) (Figura 6.4). Acoplados à base estão dois suportes, o central (3) e o lateral (4). Ainda em uma das extremidades dessa barra encontra-se uma massa (5) de “contra-peso” para estabelecer o equilíbrio do sistema.

O suporte central (3) possui um dinamômetro (6), onde na extremidade superior encontra-se o sistema para zerar o dinamômetro (7), e na extremidade inferior há um gancho para prender um fio, que passa pela roldana e é fixada na massa M (8) que situa no suporte lateral.

O suporte lateral (4) possui ao seu longo uma fenda que indica a distância da massa M ao centro de rotação (3) que será o raio da trajetória (R). Da sua extremidade superior sai um fio que sustenta a massa M.

A plataforma rotatória permite que a massa M gire com velocidade angular constante em torno do eixo, para isto ligar a fonte (9) e controlar a velocidade de rotação.

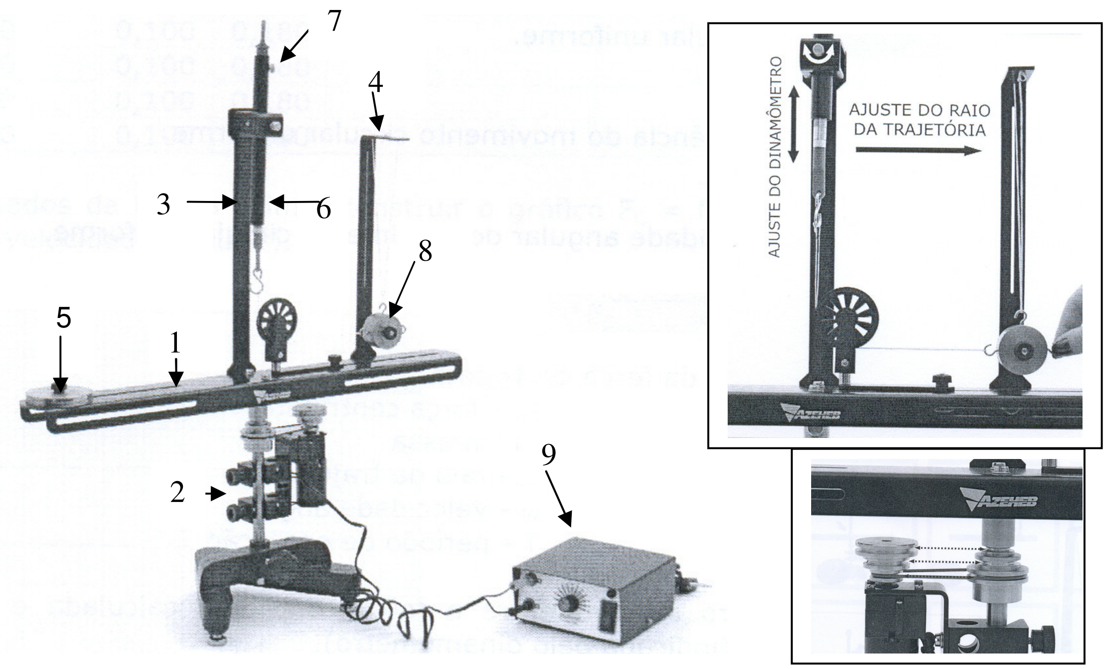


Figura 6.4 – Foto da plataforma rotatória da marca Azeheb [2].

68

Em ambas as plataformas, é possível determinar à força necessária para manter a massa em Movimento Circular Uniforme. O Raio (R) que é a distância da massa M ao centro de rotação e o valor da massa M podem ser variados, os valores aqui citados é uma sugestão para facilitar a interpretação no experimento. Após escolhidos os valores destas grandezas mantenha-as fixas durante a execução do experimento.

IV - Procedimento Experimental

1. Determinação da relação entre a velocidade de rotação e a força centrípeta F

Faça suas medidas mantendo constantes o raio R = $(15{,}00 \pm 0{,}05)\ 10^{-2}$ m e a massa[1] M = $(150{,}00 \pm 0{,}01)\ 10^{-3}$ kg (**os valores numéricos são apenas sugestões**, anote os valores na Tabela 6.1).

- **Para os alunos que estiverem utilizando a plataforma da Pasco:**

1. Por meio de um fio inextensível que passa pela polia, fixe uma força peso de 0,40 N (sugestão) à massa M (pré selecione as massas que fornecerão aproximadamente a força peso sugerida e anote na Tabela 6.1), de tal forma que ela fique alinhada com a linha vertical do suporte lateral. Isto é obtido movendo-se convenientemente a presilha superior do suporte central (Figura 6.3).

2. Conjuntamente ajuste o anel do suporte central (detalhe da Figura 6.3) com o “disco indicador” de tal forma que eles se alinhe na horizontal. Retire a massa suspensa.

3. Mantendo-se a massa do corpo em estudo (M) nesta posição, obtenha o tempo médio que ela leva para dar uma volta completa. Para determinar à média dos tempos, gire a plataforma 10 voltas completas de tal forma que a massa permaneça sempre alinhada com a vertical (nesta posição o disco indicador vai estar alinhado dentro do anel). Repita este procedimento por pelo menos mais três

[1] Usando uma balança com 0,1 g de precisão.

vezes. Com estes dados calcule o valor do tempo médio (e seu desvio) da massa M que está girando. Preencha a Tabela 6.1.

4. Repita as medidas para as massas que forneçam forças peso de 0,80; 1,20; e 1,60 N (sugestão de dados e considere em cada medida a incerteza que a acompanha).

- **Para os alunos que estiverem utilizando a plataforma da Azeheb:**

1. Ajuste o raio da trajetória (Figura 6.4 em destaque) e anote o valor na Tabela 6.1.

2. Afira o valor da massa do corpo em estudo e anote na Tabela 6.1.

3. Verifique se a polia está alinhada (Figura 6.4 em destaque);

4. Em uma das extremidades da plataforma, na barra horizontal, fixe uma massa de 100g para estabelecer o equilíbrio (contra-peso, indicação 5 na Figura 6.3);

5. Posicione e fixe o dinamômetro no suporte central, tal que este fique com o gancho situado em uma de suas extremidades, o mais próximo possível da roldana (sem tocá-la). Conecte um fio do gancho do dinamômetro até o gancho lateral do corpo de estudo (M) que se encontra suspenso no suporte lateral, o comprimento do fio deve ser o suficiente para que o corpo M fique na vertical. O fio na vertical deve ficar alinhado com a ranhura central do suporte que a suspende.

6. Para zerar o dinamômetro: segure o corpo em estudo (M), tal que o fio mantenha-se na vertical, e ajuste o zero do dinamômetro variando a sua “altura interna”, para isso solte um parafuso (indicação 8 na Figura 6.3) que se encontra na extremidade oposta ao gancho no dinamômetro, ajuste e aperte novamente.

7. Posteriormente, ajuste a força peso (centrípeta) no dinamômetro, igual a 0,40 N. Para isso segure o corpo de massa M, libere o parafuso que se encontra no suporte central (detalhe da Figura 6.4), movimente o dinamômetro para cima e aperte o parafuso.

8. Gire a plataforma, ou ligue a fonte de tensão (verifique inicialmente se a tensão está igual à zero, caso contrário zere-a antes de iniciar o experimento)

70

e aumente-a **gradativamente** até que a força aplicada no dinamômetro seja igual a 0,40 N (sugestão de dado). Nesta situação o fio que sustenta o corpo de prova (M) ficará na horizontal alinhado a ranhura do suporte lateral.

9. Mantendo-se a massa nesta posição, determine o valor médio do tempo que ela leva para dar uma volta completa. Para determinar à média dos tempos, mantenha a plataforma girando 10 voltas completas de tal forma que a massa permaneça sempre alinhada com a vertical. Repita este procedimento 3 vezes. Com estes dados calcule o valor médio do tempo que a massa M está girando. Preencha a Tabela 6.1.

10. Repita as medidas para as forças de 0,80; 1,20 e 1,60 N (sugestão de dados e considere em cada medida a incerteza que a acompanha).

V - Dados Obtidos Experimentalmente

A Tabela 6.1 apresenta os dados obtidos experimentalmente:

a) **Plataforma da Pasco:** da massa suspensa m em Kg e dos respectivos tempos de 10 períodos cada em segundos (s),

Tabela 6.1 (a) – Dados obtidos experimentalmente com seus respectivos desvios. Sendo m a massa suspensa (Kg), t_i os respectivos tempos, M a massa do corpo em estudo em Kg e R o raio da trajetória em m.

m(Kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4(s)
M=		R=		

e b) **para os que utilizaram a plataforma da Azeheb:** da força em N e seus respectivos tempos de 10 períodos em segundos (s).

71

Tabela 6.1 b) – Dados obtidos experimentalmente com seus respectivos desvios. Sendo F a força (N), t_i os respectivos tempos, M a massa do corpo em estudo em Kg e R o raio da trajetória em m.

F(N)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4(s)
M=		R=		

VI - Interpretação dos Resultados:

Para obter a relação entre força (F) e a velocidade de rotação (v):

a) Obtenha utilizando as equações (2.2) e (2.3) e anote os valores respectivamente do tempo médio ($\bar{t}$) e seu desvio padrão.

b) Calcule o período médio ($\bar{T}$) e seu desvio, as velocidades (através da equação 6.5) para as respectivas forças na Tabela 6.2, com seus respectivos desvios. Obtenha explicitamente a equação do desvio para a velocidade (equação 6.5).

Aos alunos que utilizaram a plataforma da Pasco é necessário ainda calcular a força por meio da equação F=P=mg (g=9,80665 m/s^2) e seu desvio (obtenha a equação do desvio).

72

Tabela 6.2 – Resultados experimentais baseado nos dados da Tabela 6.1 com os respectivos desvios. Sendo F a força que atua no sistema em N, $\bar{t}$ o tempo médio em s, o $\bar{T}$ período médio (s) e v a velocidade de rotação em m/s.

F(N)	$\bar{t}$ (s)	$\bar{T}$ (s)	v(m/s)

1. Confeccione o gráfico F x v com os dados da Tabela 6.2, no papel milimetrado. Represente adequadamente as grandezas com suas unidades nos eixos das ordenadas e das abscissas. O que você conclui pelo comportamento do gráfico?
2. Confeccione o gráfico F (N) versus v (m/s) no papel di-log;
3. Obtenha por meio do gráfico em papel dilog a relação entre força e velocidade para o experimento;
4. Qual a dimensão desta constante e o que ela representa fisicamente?
5. Reescreva a constante de proporcionalidade como uma grandeza adimensional vezes a constante obtida no item 3.
6. Obtenha o valor numérico da constante adimensional;
7. Escreva a equação geral para qualquer corpo e caracterize o tipo de movimento.
8. Compare seu resultado com a equação teórica;
9. Justifique porque seu movimento é um movimento circular uniforme?

VII - Análise dos Resultados

VIII - Conclusão

6.2 - Referência Bibliográfica

73

[1] H. Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica – 1 – Mecânica; Editora Edgard Blücher Ltda, 3 edição, 1981;

[2] H. Mukai, P.R.G. Fernandes, Apostila de laboratório – DFI/UEM – 2008 e 2013-2017;

[3] Azeheb – Laboratórios de Física – Manual de Instruções e Guia de Experimentos;

[4] S. M. S. Stivari – Texto sobre teoria de erros (2010).

[5] M. C. D. Neves, C. M. do Amaral Gurgel, L. F. Jr, A. A. Savi, A experimentação na aprendizagem de conceitos Físicos sob a Perspectiva Histórico-social, R Vieira Gráfica e Editora Ltda, 2000;

74

Capítulo

7

COLISÃO EM UMA DIMENSÃO

Passaremos agora, para o estudo de processos de colisão entre dois corpos. Iremos considerar processos de colisão na sua forma mais simples, colisão frontal em uma dimensão. Os conceitos físicos que iremos explorar são as leis de conservação de energia e momento linear.

O momento linear (momentum ou quantidade de movimento) de uma partícula é definido como o produto de sua massa pela sua velocidade:

$$\vec{p} = m\vec{\mathrm{v}}\,. \tag{7.1}$$

Esta grandeza pode ser imaginada como a medida da dificuldade de levar a partícula ao repouso.

A segunda lei de Newton escrita em termos do momento linear é da forma:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}\,. \tag{7.2}$$

Sendo, $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ...$ o momento total do sistema e $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, ... o momento de cada partícula do sistema.

Considerando um sistema de partículas em que atuam forças externas e internas, temos que as forças internas cancelam-se entre si (devido à terceira lei de Newton), restando somente as forças externas. Quando não houver atuação de forças externas no sistema (sistema isolado) ou quando forem desprezíveis, o momento linear total ($\vec{P}$) se conserva, matematicamente escrevemos:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = cte \Rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f\ . \tag{7.3}$$

Esta é a Lei de Conservação de Momento Linear: o momento linear total inicial ($\vec{P}_i$) é igual ao momento linear total final ($\vec{P}_f$).

As colisões são classificadas como colisão elástica, inelástica ou parcialmente elástica. Dependem do seu coeficiente de restituição (e):

$$e = \frac{|V_{2f} - V_{1f}|}{|V_{2i} - V_{1i}|} \quad , \tag{7.4}$$

se:

- e=1 a colisão é perfeitamente elástica;
- e=0 a colisão é perfeitamente inelástica;
- 0<e<1 parcialmente elástico.

Nós veremos aqui, somente a colisão elástica e a inelástica. Em um processo de colisão, raramente as forças externas são nulas, ou estão ausentes, entretanto geralmente elas são muito mais fracas do que as forças de colisão sendo assim desprezíveis. Assim, independente de qual tipo de colisão estejamos estudando, o momento linear sempre se conserva. Esta regra é imposta pela própria natureza. O que difere as colisões é o que ocorre com a energia cinética após a colisão. Portanto temos:

⇒ **Colisão Elástica:**

Quando há conservação de momento linear

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad , \tag{7.5}$$

e conservação de energia cinética

$$E_{c_i} = E_{c_f} \; . \tag{7.6}$$

Lembrando que a energia cinética é dada por

$$E_c = \frac{1}{2} m \mathrm{v}^2 \; . \tag{7.7}$$

⇒ **Colisão Inelástica:**

76

Quando há somente conservação de momento linear.

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Neste caso, a energia cinética se dissipa em termos de outras formas de energia, por exemplo: sonora, térmica, etc...

Observem que o momento linear é uma quantidade vetorial, e sua unidade no SI é dada por $Kg\frac{m}{s}$. Já a energia cinética é uma quantidade escalar e sua unidade no SI é Joule (J).

Vamos agora, analisar um processo de colisão elástica frontal unidimensional, para uma determinada situação específica.

Colisão Elástica Unidimensional – colisão frontal:

Levando em consideração a conservação de momento linear (Equação 7.5) e da energia cinética (Equação 7.6) para a seguinte condição inicial: partícula[1] alvo parada, e partícula projétil com uma velocidade v_{i1} em movimento unidimensional (colisão frontal) - Figura 7.1.

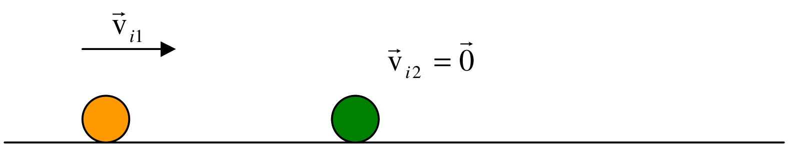


Figura 7.1 – Figura esquemática antes da colisão de uma colisão frontal unidimensional com a partícula alvo parada.

E, as equações para as velocidades finais **após** a colisão, em função das massas das partículas envolvidas e da velocidade inicial da partícula projétil fica escrita na forma:

[1] Como não iremos considerar as dimensões dos corpos envolvidos, todos os corpos serão considerados como partículas.

77

$$\mathrm{v}_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}\mathrm{v}_{1i} \qquad (7.8a) \qquad \text{e} \qquad \mathrm{v}_{2f} = \frac{2m_1\mathrm{v}_{1i}}{(m_1 + m_2)}, \qquad (7.8b)$$

em *m/s* (no SI).

Analisando as equações (7.8a) e (7.8b) para as seguintes situações físicas $\begin{cases} 1)\ m_1 = m_2 \\ 2)\ m_1 >> m_2 \\ 3) m_1 << m_2 \end{cases}$, temos:

$$1)\ m_1 = m_2 : \begin{cases} \mathrm{v}_{1f} = 0 \\ \mathrm{v}_{2f} = \mathrm{v}_{1i} \end{cases} ;\ 2)\ m_1 >> m_2 : \begin{cases} \mathrm{v}_{1f} \approx \mathrm{v}_{1i} \\ \mathrm{v}_{2f} \approx 2\mathrm{v}_{1i} \end{cases} ;\ 3)\ m_1 << m_2 : \begin{cases} \mathrm{v}_{1f} = -\mathrm{v}_{1i} \\ \mathrm{v}_{2f} \approx 0 \end{cases} \qquad (7.9)$$

7.1 – Parte Experimental

⇒ Experimento 7.1: Colisão Elástica Unidimensional - Via trilho da PASCO [1]

I – Objetivo(s): Analisar um processo de colisão elástica unidimensional no trilho da Pasco, para concluir qual é a melhor situação física de realizar o experimento em um processo de colisão elástica ou inelástica em um trilho de ar.

II - Materiais Utilizados:

- 2 carrinhos da Pasco com imã nas extremidades;
- 1 trilho da Pasco;
- 2 Barras de Ferro da Pasco;
- Discos metálicos de 1 e 5 gramas;
- Nível
- Fita adesiva;
- Balança

78

III – Montagem Experimental:

A montagem experimental consiste de dois móveis m_1 e m_2, com o lado repulsivo voltados um para o outro. Posiciona-se m_2 no centro do trilho (alvo) e m_1 (projétil) é posicionado em uma das extremidades do trilho.

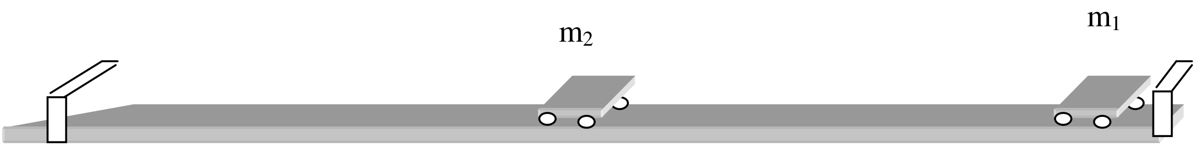


Figura 7.2: Figura esquemática da montagem experimental no trilho da Pasco.

Cuidado: Quando o carrinho estiver fora do trilho mantenha os carrinhos com as rodas para cima.

IV - Procedimento Experimental:

1. Nivele o trilho;
2. Afira as massas dos carrinhos (coloque-os com as rodas para cima) e torne os valores das massas do carrinho alvo e projétil o mais próximo possível (o ideal seria igualar as massas), para isso, utilize fita adesiva e discos metálicos no carrinho que tiver menor massa, afira as massas finais dos carrinhos alvo e projétil, anote os dados na Tabela 7.1;
3. Afira a massa do carrinho projétil com duas barras de ferro e repita o valor da massa do carrinho alvo obtida no item 2 e anote os dados na Tabela 7.1;
4. Afira a massa do carrinho alvo com duas barras de ferro e anote a massa do projétil aferida no item 2, e anote na Tabela 7.1.
5. Identifique os lados que os carrinhos possuem imãs e se repelem;

Para cada situação: a) $m_1 = m_2$; **b)** $m_1 >> m_2$ **e c)** $m_1 << m_2$ **:**

6. Posicione os carrinhos frente a frente com os lados do imã voltados um para o outro, mantenha o carrinho alvo parado no centro do trilho, e o carrinho projétil em uma das extremidades do trilho (Figura 7.2);

79

7. Impulsione o carrinho projétil contra o carrinho alvo;
8. Escreva o que você observou em cada situação, e anote no item V.

V - Dados obtidos Experimentalmente:

Na Tabela 7.1 apresenta-se os dados das massas aferidas para cada situação analisada.

Tabela 7.1: Dados das massas com seus respectivos desvios do móvel projétil (m_1) e do alvo (m_2) para cada situação analisada.

Situação	m_1 (g)	m_2(g)
$m_1=m_2$		
$m_1 >> m_2$		
$m_1 << m_2$		

Resultados Observados: (Escrever em formato de texto**)**

a) Massas dos carrinhos iguais;

b) Massa do carrinho projétil muito maior do que a do carrinho alvo (para isso encaixe as barras de ferro sobre o carrinho projétil);

c) Massa do carrinho alvo muito maior do que a do carrinho projétil (para isso encaixe as barras de ferro sobre o carrinho alvo);

VI - Interpretação dos Resultados:

Compare suas observações com o que é esperado teoricamente (relações (7.9)).Faça a análise das soluções das velocidades após a colisão de cada corpo nas mesmas situações experimentais: a), b), e c) para isso substitua os valores das massas nas equações (7.8a) e (7.8b) de v1f e v2f, lembre-se sua resposta ficará em termos da velocidade inicial de colisão (v1i) . Obtenha a diferença em porcentagem.

VII - Análise dos resultados (Justifique as discrepâncias ocorridas):

81

VIII - Conclusão: Qual situação mais adequada para trabalhar em um trilho de ar? Justifique sua resposta.

Experimento 7.2: Colisão Elástica Unidimensional - Via trilho da AZEHEB [2]

I – Objetivo: Verificar experimentalmente os princípios de conservação do momento linear e da energia cinética do sistema.

II – Materiais Utilizados:

- Trilho de ar - Azeheb;
- 3 Suportes em U com elástico – Azeheb;
- Compressor de ar - Azeheb;
- Cronômetro digital - Azeheb;
- 2 móveis - Azeheb;
- 4 sensores de tempo- Azeheb;
- Régua;
- Nível;
- Balança

III – Montagem experimental:

A foto da Figura 7.3 ilustra a montagem experimental para realizar o experimento de colisão elástica no trilho da Azeheb.

1. Posicione os sensores no equipamento de acordo com a Figura 7.3
2. Fixe nas extremidades do trilho os suportes em U com elásticos;
3. Coloque na extremidade direita do móvel um suporte em U com o elástico, este será o móvel projétil (m_1);
4. Posição dos sensores (S_1, S_2, S_3, S_4): O primeiro sensor deve ser posicionado a uma distância de aproximadamente 0,30 m da origem, para que se possa dar um impulso no móvel projétil. E, os sensores S_1 e S_2 (item 3 na Fig. 3) deverão ser colocados com as bases unidas, ou seja, o mais próximo um do outro, e ambos a

82

uma distância maior que 0,40 m dos sensores S_3 e S_4, (item 5 na Fig. 7.3), que também deverão estar unidos pela base,

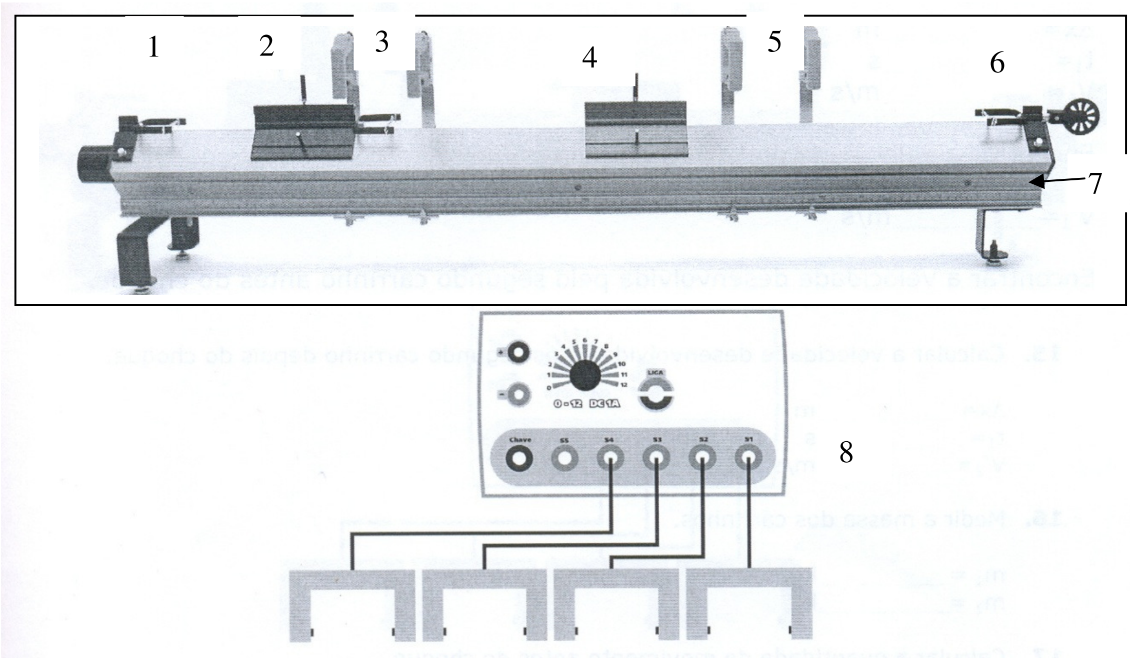


Figura 7.3 – Foto da montagem do experimento para colisão elástica. Sendo 1 e 6 o suporte com elástico laterais, 2 e 4 os carrinhos projétil e alvo respectivamente, 3 e 5 os sensores unidos pela base aos pares, 7 o trilho de ar e 8 o desenho esquemático da conexão dos sensores. [2].

IV - Procedimento Experimental:

Em hipótese alguma arraste o móvel sobre o trilho com o compressor de ar desligado. Isto danifica o trilho e o móvel .

1. Afira as massas dos móveis, iguale-as usando fichas de metal e fita adesiva, e anote o valor das massas na Tabela 7.2;
2. Meça as distâncias entre os sensores e anote na Tabela 7.2;
3. Nivele o trilho;
4. Selecione o cronômetro na função F3 (choque). Nesta função o cronômetro funcionará com apenas dois visores para a contagem do tempo. O primeiro visor que pertence aos sensores S_1 (inicia a contagem) e S_2 (encerra a contagem)

83

informará o tempo antes da colisão. E, o segundo visor informará o tempo dos sensores S_3 (inicia a contagem) e S_4 (encerra a contagem) após a colisão;

5. Posicione o móvel alvo (m_2) entre os sensores S_2 e S_3 (mais próximo deste) , este móvel deve ficar em repouso;
6. Impulsione o móvel projétil na direção do móvel alvo. Para este impulso, pressione o móvel projétil contra o elástico que se encontra na extremidade do trilho, e libere o móvel tal que este irá colidir com o móvel alvo;
7. Anote na Tabela 7.2 os tempos fornecidos pelo cronômetro. Zere o cronômetro;
8. Repita mais 2 vezes as etapas 7 a 9;

V - Dados Obtidos Experimentalmente:

Os dados aferidos experimentalmente estão apresentados na Tabela 7.2 com seus respectivos desvios. Sendo $t_1(s)$ o tempo antes da colisão e $t_2(s)$ o tempo após a colisão, Δx_1 a distância entre os sensores S_1 e S_2, e Δx_2 a distância entre os sensores S_3 e S_4, e m_1 e m_2 as massas dos móveis projétil e alvo, respectivamente. Adote o SI de unidades.

Tabela 7.2 – Valores dos tempos antes e após a colisão com seus desvios.

t_1 (s)	t_2 (s)
$\Delta x_1 =$ e $\Delta x_2 =$ $m_1 =$ e $m_2 =$	

VI – Interpretação dos Resultados

Utilizando os dados da Tabela 7.2, calcule a velocidade e seu desvio antes da colisão e após a colisão, para isso faça uso da equação:

84

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad , \qquad (7.10)$$

obtenha a equação do desvio e preencha a Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Valores das velocidades antes e após a colisão com **os desvios**.

v_{antes} (m/s)	$v_{após}$ (m/s)

Obtenha, utilizando os dados da Tabela 7.3, os valores dos momentos lineares (eq. 7.1) e seus respectivos desvios (considerando o movimento unidimensional) antes e após a colisão, bem como os valores das energias cinéticas (eq. 7.6) e seus respectivos desvios, e coloque estes resultados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Valores dos momentos lineares antes e após a colisão, bom como das energias cinéticas com os desvios.

P_{antes} (Kg m/s)	$P_{após}$ (Kg m/s)	$E_{c\ antes}$ (J)	$E_{c\ após}$ (J)

Da Tabela 7.4, o que você conclui em relação à conservação de momento linear e da energia cinética do sistema? Justifique.
Obtenha o desvio e analise os seus resultados justificando-os (5% é o desvio aceitável fornecido pelo fabricante [2]).

VII - Análise dos Resultados

VIII – Conclusão (ões)

85

Para as turmas que tiverem mais tempo, ou a critério do professor, façam o experimento de colisão inelástica.

Experimento 7.3: Colisão Inelástica Unidimensional - Via trilho da AZEHEB [2]

I – Objetivo: Verificar experimentalmente os princípios de conservação do momento linear e da energia cinética do sistema.

II – Materiais Utilizados:

- Trilho de ar - Azeheb;
- 3 Suportes em U com elástico – Azeheb;
- Compressor de ar - Azeheb;
- Cronômetro digital - Azeheb;
- 2 móveis - Azeheb;
- 4 sensores de tempo- Azeheb;
- Régua;
- Nível;
- Balança

III – Montagem experimental:

Posição dos sensores (S_1, S_2, S_3, S_4): O primeiro sensor deve ser posicionado a uma distância de aproximadamente 0,30 m da origem isto é uma sugestão), para que se possa dar um impulso no móvel projétil. E, os sensores S_1 e S_2 deverão ser colocados com as bases unidas, ou seja, o mais próximo um do outro, e ambos a uma distância maior que 0,40 m dos sensores S_3 e S_4, (Figura 7.4), que também deverão estar unidos pela base. Retire do móvel o suporte em forma de U com elástico, e substitua por uma fita adesiva colada ao contrário (a face da cola deve ficar para fora). A foto da Figura 7.4 ilustra a montagem experimental para realizar o experimento de colisão elástica no trilho da Azeheb.

86

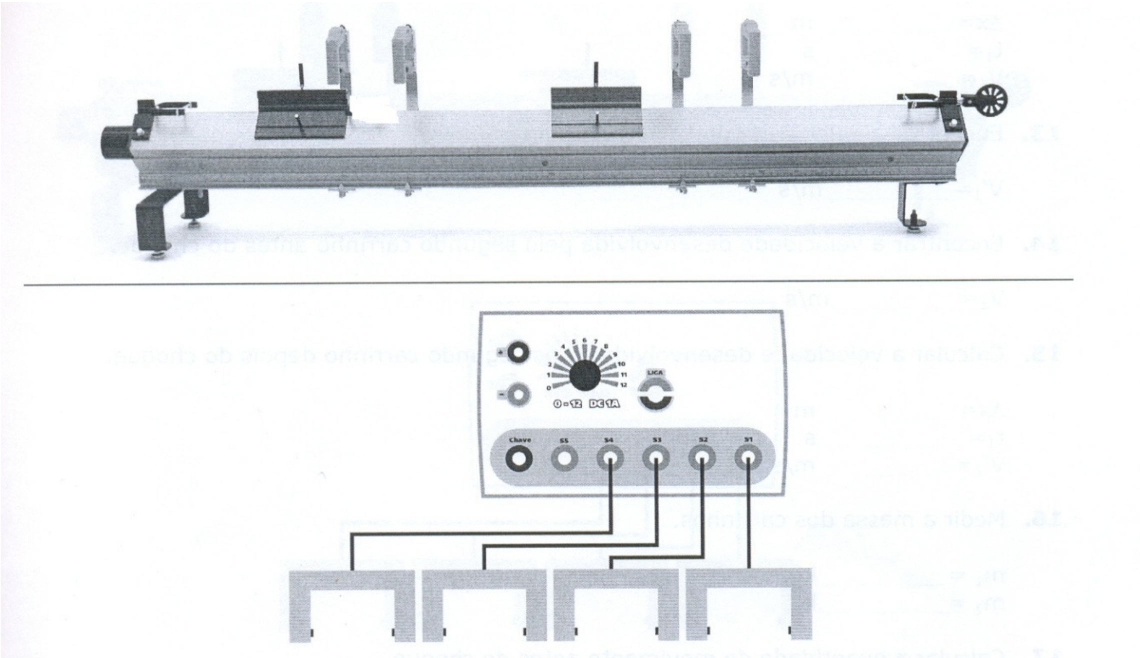


Figura 7.4– Foto da montagem do experimento para colisão inelástica, e o desenho esquemático da conexão dos sensores [2].

IV - Procedimento Experimental:

1. Afira as massa dos móveis, e anote o valor das massas na Tabela 7.5;
2. Posicione o móvel sobre o trilho de ar com o lado da fita (projétil) voltado para o outro móvel (alvo) (Figura 7.4).
3. Aperte o móvel prójetil contra o elástico situado na extremidade do trilho (para o leitor este está situado à esquerda na Figura 7.4) e libere, este irá colidir com o móvel alvo, situado entre o par de sensores. Anote os tempos antes da colisão e após a colisão, na Tabela 7.5.

V - Dados Obtidos Experimentalmente:

Anote os dados aferidos experimentalmente na Tabela 7.5, com seus respectivos desvios. Sendo $t_1(s)$ o tempo antes da colisão e $t_2(s)$ o tempo após a colisão, Δx_1 a distância entre os sensores S_1 e S_2, e Δx_2 a distância entre os sensores S_3 e S_4,

87

e m_1 as massas dos carrinhos projétil e M a massa de ambos os carrinhos. Adote o SI de unidades.

Tabela 7.5 – Valores dos tempos antes e após a colisão com seus desvios.

t_1 (s)	t_2 (s)
$\Delta x_1 =$ e $\Delta x_2 =$ $m_1 =$ e M=	

VI – Interpretação dos Resultados

Utilizando os dados da Tabela 7.5, calcule a velocidade e seu desvio antes da colisão e após a colisão, para isso faça uso da equação (7.2) e a de seu desvio, e preencha a Tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Valores das velocidades antes e após a colisão com **os desvios**.

v_{antes} (m/s)	$v_{após}$ (m/s)

Obtenha, utilizando os dados da Tabela 7.6, os valores dos momentos lineares (eq. 7.1) e seus respectivos desvios (considerando o movimento unidimensional) antes e após a colisão, bem como os valores das energias cinéticas (eq. 7.6) e seus respectivos desvios, e coloque estes resultados na Tabela 7.7.

88

Tabela 7.7 – Valores dos momentos lineares antes e após a colisão, bom como das energias cinéticas com os desvios.

P_{antes} (Kg m/s)	$P_{após}$ (Kg m/s)	$E_{c\ antes}$ (J)	$E_{c\ após}$ (J)

Da Tabela 7.7, o que você conclui em relação à conservação de momento linear e da energia cinética do sistema? Justifique.

Obtenha o desvio e analise os seus resultados justificando-os (5%).

VII - Análise dos Resultados

VIII – Conclusão (ões)

7.2 - Referências Bibliográfica:

[1] H . Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica – 1 – Mecânica; Editora Edgard Blücher Ltda, 3 edição, 1981;

[2] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Apostila de Laboratório de Física/ DFI-UEM (2008, 2013-2017).

[3] Texto adaptado do Manual da Azeheb – Laboratório de Física;

[4] Textos de aula de laboratório DFI 2009 a 2012.

89

Capítulo
8

MOMENTO DE INÉRCIA

O presente capítulo, trata do conceito de momento de inércia, princípio da conservação de energia, e torque, à luz da física dos movimentos translacionais e rotacionais.

O momento de Inércia (I) de um corpo rígido que gira em torno de um eixo fixo é uma grandeza análoga à massa (m) no movimento de translação. Matematicamente a equação que expressa esta grandeza é:

$$I = \int r^2 dm \quad . \tag{8.1}$$

Quando consideramos corpos homogêneos significa que sua densidade de massa é constante, tal que escrevemos a equação (8.1) em termos desta grandeza, ou seja, dm é escrita em função da densidade volumétrica ρ (Lembre-se que $A = \pi r^2$, e a espessura do disco, e R o raio do disco):

$$I = \rho 2\pi e \int_0^R r^3 dr \Rightarrow I = \frac{M}{\pi R^2 e} 2\pi e \frac{R^4}{4} = \frac{MR^2}{2} \quad .$$

Para os discos do laboratório que são dois discos acoplados centralizados, teremos:

$$I_{teórico} = \frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \quad , \tag{8.2}$$

onde M e R se referem a massa e raio do disco maior e m e r a massa e raio do disco menor. Considere a expressão (8.2) como a expressão para obter o resultado do momento de inércia "teórico".

A unidade do momento de inércia no SI é Kg m^2 e em cgs é g cm^2.

Para obter a expressão do momento de inércia experimental, utiliza-se um sistema onde um corpo translada (massa suspensa) enquanto o outro rotaciona em torno de um único eixo fixo (dois discos homogêneos de diâmetros diferentes acoplados pelo centro em um único eixo). A massa suspensa e os discos estão conectados por meio de um fio (Figura 8.1).

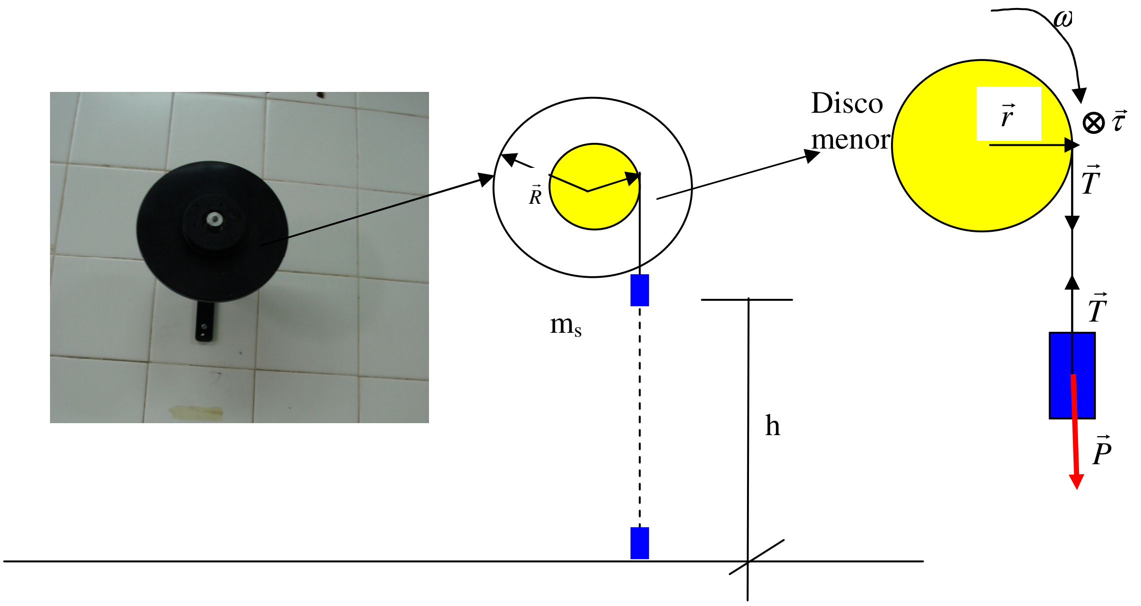


Figura 8.1 – Foto do disco na parede Laboratório DFI/UEM, e figura esquemática (não proporcional, somente ilustrativa) apresentando as grandezas: $\vec{R}$ o raio do disco maior, m_s a massa suspensa, h a trajetória de percurso da massa suspensa, e em destaque: $\vec{r}$ o raio do disco menor, ω a velocidade angular, $\vec{\tau}$ torque, $\vec{T}$ tração e $\vec{P}$ a força peso.

Utilizando a figura esquemática apresentada na Figura 8.1, temos que a equação, obtida de duas formas (via lei de conservação de energia mecânica e via conceitos da dinâmica de translação e rotação), que será utilizada para os dados experimentais aferidos, em ambos os métodos, desprezando as forças dissipativas, e considerando movimento de rotação (do disco) e translação (da massa suspensa) simultâneos, é dada por (**obtenha a equação 8.3 pelos dois métodos**):

$$I_{exp.} = r^2 m_s \left(\frac{t_m{}^2 g}{2h} - 1 \right) \quad , \qquad (8.3)$$

onde r é o raio do disco menor, t_m o tempo médio de percurso que a massa suspensa (m_s) leva para percorrer de uma determinada altura h até o solo, g a aceleração gravitacional. A figura em destaque na Figura 8.1 é para auxiliar a obter esta expressão via conceito de torque $\left(\sum \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}\right)$.

8.1 – Parte Experimental

Experimento 8.1: Momento de Inércia do Disco

I - Objetivo(s) Geral: Investigar o movimento de translação e rotação em um sistema discos-massa.

II - Objetivo(s) específico(s):

- Determinação do momento de inércia de um disco homogêneo experimentalmente.
- Explorar os conceitos de conservação de energia mecânica;
- Explorar o conceito de torque;

III - Materiais Utilizados:

- 2 Discos de diâmetros diferentes
- Cilindro metálico maciço
- Fio inextensível
- Cronômetro
- Trena
- Régua
- Fita Adesiva
- Paquímetro
- Balança

IV - Montagem Experimental:

A montagem experimental, apresentada na Figura 8.2, é composta de dois discos, de diâmetros diferentes, acoplados por um único eixo tal que os discos giram juntos e estão fixados na parede a uma certa altura H do solo. Um fio de comprimento L, tem uma de suas extremidades fixada no disco de menor diâmetro e na outra extremidade do fio encontra se um corpo cilindrico de massa m_s (massa suspensa). O fio é enrolado em torno do disco menor tal que fique a uma altura h do solo, sendo que (L>h).

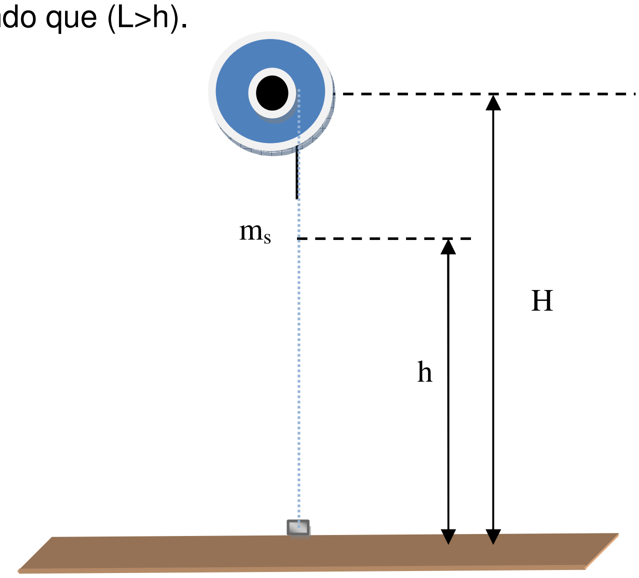


Figura 8.2 – Figura esquemática apresentando a montagem experimental: dois discos de diâmetros diferentes acoplados por um único eixo, e fixos na parede a uma altura H (m) do solo. E, uma massa suspensa, m_s (Kg), presa por um fio cuja extremidade oposta está fixada em torno do eixo do disco menor, que translada de uma altura h (m) até o solo.

IV - Procedimento Experimental:

- Afira o valor da massa do objeto a ser suspenso (m_s) e anote na Tabela 8.1;
- Anote os valores das massas e diâmetros dos discos na Tabela 8.1. Os valores das massas dos discos estão apresentados em uma tabela junto ao disco na parede. Nesta tabela também contêm os valores dos diâmetros dos discos. **Despreze** esses valores e meça com um paquímetro o diâmetro do disco menor

(este deve ser medido em torno do ponto onde se enrola o fio e não na borda externa do mesmo) e com uma régua ou trena o diâmetro do disco maior, considerando assim o desvio dos instrumentos utilizados.

- Adote um fio de comprimento (L) suficiente para que uma de suas extremidades ao ser enrolada no disco menor dê uma volta no disco, e a outra extremidade amarrada ao objeto suspenso, toque o solo (Figura 8.2). Evite cortar o fio antes para evitar o desperdício.
- Enrole o fio uniformemente e de tal forma que não deslize no disco menor até a altura h (evite alturas menores do que 1 metro);
- Mantenha o corpo na altura h estipulada;
- Meça com a trena a altura de percurso h (leve em consideração que a força peso atua no centro de massa do corpo suspenso). Cuidado não dobre a trena, meçam de baixo (início da trena) para cima. Anote o valor de h na Tabela 8.1;
- Mantenha o corpo suspenso parado sem movimentos aleatórios;
- Libere o disco (enquanto este rotaciona a massa suspensa translada, ambos partindo com velocidade inicial nula) e quando o corpo começar a transladar acione o cronômetro, trave-o quando a base do corpo atingir o solo. Anote o valor do tempo de percurso que a massa suspensa leva para percorrer a altura h na Tabela 8.2;
- Repita este procedimento mais 4 vezes, liberando o corpo suspenso sempre da mesma altura h e anote os dados do tempo aferidos na Tabela 8.2;

V- Dados Obtidos Experimentalmente:

A Tabela 8.1 apresenta os dados medidos no sistema discos-massa suspensa, sendo: m_s a massa do corpo suspenso, M e D massa e diâmetro do disco maior, e m e d massa e diâmetro do disco menor, respectivamente, e h a altura de percurso do corpo suspenso.

Tabela 8.1 – Dados experimentais das massas, altura e diâmetros, com seus desvios.

m_s (Kg)	h (m)	D (m)
M (Kg)		d (m)
m (Kg)		

Na Tabela 8.2 apresenta-se os dados dos tempos aferidos para que o corpo suspenso percorra a altura h fixa.

Tabela 8.2 – Dados experimentais dos tempos de percurso na vertical da massa m_s.

t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)	t_5 (s)

VI - Interpretação dos Resultados:

1. Calcule o valor do raio do disco maior (R) e menor (r), com seus desvios;
2. Obtenha o valor do momento de inércia com o respectivo desvio, por meio da Equação (8.2) utilizando os dados dos raios e das massas contidos na Tabela 8.1.
3. Com os dados da Tabela 8.2, obtenha o tempo médio;
4. Utilizando a Equação (8.3), e da massa do corpo suspenso e a altura contidos na Tabela 8.1, o valor do raio do disco menor, o tempo médio, e g=9,80665 m/s^2, calcule o momento de inércia experimental com seu desvio;
5. Substitua o valor do item 2 na equação do momento de Inércia experimental e obtenha o tempo "teórico".
6. Compare ambos os resultados do "tempo teórico" com o tempo médio e depois o momento de inércia teórico com o experimental;

VII - Análise dos Resultados:

VIII - Conclusão (ões):

8.2 – Referência Bibliográfica:

[1] H. Mukai e P. R. G. Fernandes, Apostila de Laboratório de Física/ DFI-UEM (2008, 2013 a 2017).

[2] H. Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica 1 – Mecânica – 3ª edição, Editora Edgard Blücher Ltda (1993);

[3] Textos de aula de laboratório DFI 2009 a 2012.

[4] M. W. White, e K. V. Manning, Experimental College Physics – A Laboratory Manual, McGraw-Hill – 3 edition, 1954;

[5] J. Goldemberg, Física Geral e Experimental – 1º Volume, Companhia Editora Nacional, página 481 (1977).

A partir do Capítulo 9, iniciaremos com o assunto referente à Física Experimental II, exceto para o curso de Engenharia Civil, que por não ter esta disciplina o conteúdo de Pêndulo Simples e Físico, é ministrado ainda na disciplina de Física Experimental I.

A disciplina de Física Experimental II, tratará de experimentos ligados a Ondas e Oscilação no terceiro bimestre e Termodinâmica no quarto bimestre do ano letivo.