



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

KEILA TATIANA BONI

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA
APRENDIZAGEM DE COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO
DE FORÇAS NO ENSINO MÉDIO**

MARINGÁ – PR

2017

KEILA TATIANA BONI

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA
APRENDIZAGEM DE COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO
DE FORÇAS NO ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Física.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes

MARINGÁ – PR
2017

KEILA TATIANA BONI

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA
APRENDIZAGEM DE COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO
DE FORÇAS NO ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Física.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes
(Departamento de Física – UEM)

Profª. Me. Alice Sizuko Iramina
(Departamento de Física – UEM)

Prof. Dr. Daniel Gardelli
(Departamento de Física – UEM)

A Deus, por dar-me condições para a realização desse trabalho.

Ao meu esposo, Eiel, pela paciência, compreensão e apoio dedicado em todos os momentos, em especial, no decorrer de meus estudos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por ter me permitido conquistar essa nova etapa, concedendo-me força, coragem e persistência para vencer todas as dificuldades durante o curso.

Aos meus pais, Nelson e Aparecida (*in memoriam*), que me ensinaram que os objetivos que traçamos sempre podem ser alcançados: basta acreditar neles e se dedicar. Vocês são meus exemplos de vida.

Ao Eliel, meu esposo e melhor amigo, por toda a paciência, carinho e apoio durante toda essa caminhada, compreendendo meus necessários distanciamentos durante a realização desse trabalho. Seu apoio foi imprescindível para que eu pudesse chegar até aqui.

À professora Hatsue Aoki Hayashi, que durante boa parte de minha formação, que ocorreu no polo presencial de Assaí-PR, acreditou em meu potencial e me incentivou a seguir em frente. Muito mais que uma tutora, você foi e continua sendo uma grande amiga.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes, pela confiança em mim depositada e por me proporcionar as condições necessárias para o desenvolvimento desse trabalho.

À direção, professores e estudantes da escola em que realizei a presente pesquisa. Em especial, agradeço à professora Helenara Regina Sampaio Figueiredo, pela amizade, apoio e toda a atenção dedicada durante visitas à escola e aplicação do instrumento de pesquisa.

A todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

“[...] é impossível explicar honestamente a beleza das leis da natureza de uma forma que as pessoas possam realmente sentir, sem que se tenha um profundo conhecimento de matemática”.

(FEYNMAN, 1985, p. 35)

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo investigar que dificuldades pertinentes a conhecimentos matemáticos e suas representações estão relacionadas à aprendizagem em Física, no que diz respeito à compreensão de composição e decomposição de forças. Para tanto, nos pautamos, sobretudo, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica para analisar, segundo procedimentos interpretativo-descritivos, os registros escritos de dez estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Londrina, Paraná. Os registros escritos foram obtidos a partir da aplicação de um instrumento de coleta de dados constituído por questões que contemplam conceitos relativos à força resultante que, para serem solucionados, demandam a mobilização de conhecimentos matemáticos e conversões entre diferentes registros de representação. Conclui-se que as dificuldades relacionadas às incompreensões de conceitos físicos e/ou interpretação do enunciado conduzem a apresentação de formas representacionais não identificáveis e, nos casos de compreensão de conceitos físicos e/ou interpretação correta do enunciado, estudantes apresentam representações identificáveis, ou seja, apresentam registros de representação e realizam conversão entre diferentes registros, porém, há situações de insucessos na resolução devido à dificuldades de tratamento de registros algébricos.

Palavras-chave: Dificuldades de Aprendizagem. Registros de Representação Semiótica. Força Resultante.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tratamento efetuado no registro algébrico	23
Figura 2 – Conversão entre Registros de Representação Semiótica	24
Figura 3 – Fotografia das informações disponibilizadas no quadro.....	28
Figura 4 – Questão 1 do instrumento de coleta de dados	30
Figura 5 – Questão 2 do instrumento de coleta de dados	31
Figura 6 – Regra do Paralelogramo.....	32
Figura 7 – Aplicação da lei dos cossenos.....	32
Figura 8 – Questão 3 do instrumento de coleta de dados	33
Figura 9 – Questão 4 do instrumento de coleta de dados	33
Figura 10 – Representação necessária para resolução da Questão 4.....	34
Figura 11 – Registro escrito de E2 para a Questão 1	35
Figura 12 – Registro escrito de E9 para a Questão 1	36
Figura 13 – Registro escrito de E5 para a Questão 1	37
Figura 14 – Registro escrito de E3 para a Questão 1	37
Figura 15 – Registro escrito de E6 para a Questão 1	38
Figura 16 – Registro escrito de E10 para a Questão 2	41
Figura 17 – Registro escrito de E1 para a Questão 2	42
Figura 18 – Registro escrito de E5 para a Questão 2	42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático	21
Quadro 2 – Quadro síntese da análise da Questão 1, por estudante.....	39
Quadro 3 – Quadro síntese da análise da Questão 2, por estudante.....	43
Quadro 4 – Quadro geral dos resultados obtidos, por estudante	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados quantitativos da Questão 135

Tabela 2 – Resultados quantitativos da Questão 240

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1	
A APRENDIZAGEM EM FÍSICA	14
1.1. DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM FÍSICA	14
1.2. A APRENDIZAGEM EM FÍSICA E SUAS RELAÇÕES COM O CONHECIMENTO MATEMÁTICO	17
CAPÍTULO 2	
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	19
2.1. A FORMAÇÃO DE UMA REPRESENTAÇÃO IDENTIFICÁVEL	22
2.2. O TRATAMENTO	22
2.3. A CONVERSÃO	23
2.4. A COORDENAÇÃO ENTRE REGISTROS	25
CAPÍTULO 3	
OS PROCEDIMENTOS ADOTADOS E A TRAJETÓRIA DA PESQUISA.....	27
3.1. O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO	27
3.2. A ESCOLHA METODOLÓGICA	29
CAPÍTULO 4	
O PROCESSO DE ANÁLISE	30
4.1. DESCRIÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS	30
4.2. ANÁLISE DA QUESTÃO 1	34
4.3. ANÁLISE DA QUESTÃO 2	400
4.4. SÍNTESE DOS RESULTADOS DA ANÁLISE.....	44
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
REFERÊNCIAS	50
ANEXO A – TERMO DE ANUÊNCIA.....	52
ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO.....	53
ANEXO C – INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS	55

INTRODUÇÃO

Partindo do pressuposto de que a boa compreensão e o bom domínio de procedimentos e conceitos matemáticos constituem-se como alguns dos atributos que um estudante do ensino básico precisa manifestar para apresentar bom desempenho na aprendizagem de alguns conceitos próprios da Física, a pretensão, na presente pesquisa, é evidenciar, nas formas representacionais apresentadas por estudantes do Ensino Médio, as dificuldades relativas à Matemática que influenciam no desempenho desses estudantes na resolução de questões que abordam os conceitos físicos de composição e decomposição de forças.

Justificamos a escolha pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009a; 2009b; 2012) devido às crescentes pesquisas em Educação Matemática que contemplam essa teoria e que têm demonstrado bons resultados e, assim, considerando que entre Matemática e Física existem intrínsecas relações, conjecturamos que essa teoria pode fornecer contribuições ao ensino e a aprendizagem em Física.

A presente pesquisa foi desenvolvida tendo como participantes estudantes do terceiro ano escolar do Ensino Médio, aos quais foram propostas questões que contemplam conceitos pertinentes ao conteúdo físico de Força Resultante. Com a aplicação dessas tarefas, investigamos as formas representacionais apresentadas pelos estudantes em seus registros escritos e, então, analisamos os possíveis fatores relacionados às dificuldades apresentadas na resolução de questões abordando o conteúdo físico mencionado, tendo como foco a identificação de dificuldades referentes a conhecimentos e representações matemáticas.

Nesse contexto, com a pesquisa pretendida, buscamos responder ao questionamento: *“Que dificuldades pertinentes a conhecimentos matemáticos e suas representações estão relacionadas à aprendizagem em Física, no que diz respeito à compreensão de composição e decomposição de forças?”*

A hipótese é que algumas das dificuldades apresentadas por estudantes na aprendizagem em Física estejam relacionadas ao reconhecimento, aplicação e mobilização de objetos matemáticos e, muito além disso, nas formas de representação e de transformação desses objetos.

Vale destacar que reconhecemos que as dificuldades advindas da Matemática não se configuram como as únicas responsáveis pelos problemas na aprendizagem em Física. Contudo, partimos da premissa de que este tipo de dificuldade possa ser um dos aspectos que exerce forte influência nesses problemas de aprendizagem, não apenas pela linguagem

matemática ser amplamente utilizada na Física, mas porque a Matemática pode ser entendida como estruturante do pensamento físico (KARAM, 2012).

Tendo em vista que a disciplina de Física é uma das que mais se caracteriza como desafiadora para os estudantes da Educação Básica, para a qual muitos desses estudantes apresentam dificuldades de aprendizagem e aversão, acredita-se que os resultados de pesquisa poderão contribuir para a reflexão de professores sobre a forte relação entre a aprendizagem da Física com o auxílio da Matemática, uma vez que aquela não envolve apenas o entendimento conceitual, mas depende intensamente da utilização adequada da Matemática.

A apresentação da presente pesquisa está estruturada da seguinte forma: no primeiro capítulo apresentamos a primeira parte da fundamentação teórica, começando por uma breve discussão a respeito de fatores relacionados às dificuldades de aprendizagem em Física e algumas relações entre esta disciplina com a Matemática; no segundo capítulo, apresentamos os principais conceitos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009a; 2009b; 2012); no terceiro capítulo, descrevemos os aspectos metodológicos e o contexto da pesquisa realizada, apresentando informações a respeito de como a investigação foi desenvolvida; no quarto capítulo, apresentamos os procedimentos analíticos e resultados obtidos; e, encerramos a presente pesquisa apresentando as discussões finais.

CAPÍTULO 1

A APRENDIZAGEM EM FÍSICA

A Física é uma disciplina que faz parte das Ciências Naturais e que trata, dentre outros aspectos, da relação entre matéria e energia e suas propriedades, fazendo uso de linguagem matemática para descrever fenômenos dessa relação.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000), o ensino em Física precisa ser capaz de promover a articulação de uma visão panorâmica de mundo, de universo e entorno material imediato, transcendendo limites temporais e espaciais e, para isso, deve favorecer aos estudantes uma formação cultural científica, permitindo a interpretação de fatos, de fenômenos e de processos, a compreensão de equipamentos e procedimentos, bem como precisa evidenciar o conhecimento físico em seu contexto histórico e social, destacando esse conhecimento como em contínua evolução (BRASIL, 2000). Ainda de acordo com o PCNEM (BRASIL, 2000), a aprendizagem em Física, de caráter prático, mas também filosófico e conceitual, demanda de experimentações, bem como de associações com situações reais e cotidianas, realizadas pelo próprio estudante de modo a oportunizá-lo a realização de investigações e, gradativamente, abstrações e generalizações de conhecimentos físicos, permitindo-o aplicar esses conhecimentos em outras situações.

Devido aos diversos aspectos associados à aprendizagem em Física, que vai desde seus contextos histórico e social, até a abstração e generalização de conceitos, passando por atividades de caráter experimental e investigativo, é evidente a existência de diversificados fatores associados às dificuldades de aprendizagem em Física e à aversão de estudantes por essa disciplina. E, considerando que em seu aspecto conceitual, a aprendizagem em Física demanda compreensão e manipulação de linguagem e de esquemas de representação específicos dessa área de conhecimento, envolvendo símbolos, procedimentos e representações que são comuns com a Matemática, destacamos nesse trabalho as dificuldades relacionadas a aspectos matemáticos fundamentais para a aprendizagem de conceitos físicos, em particular, de composição e decomposição de força.

1.1. DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM FÍSICA

No Ensino Básico o foco principal na disciplina de Física está no estudo do comportamento macroscópico da matéria, referindo-se aos estudos de forças e movimentos,

de energia e de eletricidade e magnetismo. Apesar de o ensino de Física, nas etapas básicas de escolaridade, contemplar conceitos e situações que são próximos e familiares aos estudantes, como os termos calor, força e velocidade, o aprendizado nessa disciplina não é fácil para eles. Para Pozo e Crespo (2009, p. 191) é justamente essa familiaridade do estudante com conceitos físicos que está atrelada algumas das suas dificuldades de aprendizagem em Física, pois essa familiaridade é

[...] o que faz com que ele tenha numerosas ideias prévias e opiniões que resultam, de modo geral, úteis para compreender o comportamento da natureza, mas que competem, na maioria das vezes com vantagem, com aquilo que é ensinado na escola.

Considerando os estudos físicos de movimento, o ensino pauta-se em representações idealizadas e simplificações para explicar e analisar como e por que corpos se movimentam e, assim, são apresentadas situações distantes da realidade do estudante como, por exemplo, a abordagem de Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), em que corpos podem se movimentar continuamente, à velocidade constante, sem parar, o que não ocorre na realidade: para continuar o movimento, o estudante sabe, a partir de conhecimentos oriundos de suas experiências pessoais, que se faz necessária a aplicação de força pois, caso contrário, o movimento cessará, devido à ação de força de atrito.

Segundo Bachelard (1975, *apud* LOPES, 1993), conhecimentos engravados, que não são questionados de maneira invariável, se constituem como *obstáculos epistemológicos*, bloqueando o processo de construção de novos conhecimentos. Para vencer tais obstáculos, “é preciso haver uma mudança de cultura e de racionalidade, mudança que, por sua vez, é consequência inerente ao aprendizado científico” (LOPES, 1993, p. 324-325).

Diante do exposto, evidenciamos a necessidade de que o ensino de Física contribua com a mudança conceitual do estudante, partindo do seu senso comum para a compreensão científica de fenômenos. Esse não é um processo rápido e trivial: não é um processo que depende exclusivamente de explicações do professor, mas que precisa ter como ponto de partida os conhecimentos prévios do estudante, propostas de atividades experimentais e sistematização das observações realizadas para que, gradativamente, o estudante construa conhecimento cientificamente coerente. Nesse direcionamento, encontramos em Bachelard (1947, *apud* LOPES, 1993) a afirmação de que a aprendizagem em ciências físicas depende do fornecimento de razões suficientes para obrigar o estudante a mudar suas razões, substituindo um saber fechado e estático, pautado em senso comum, por um conhecimento aberto e dinâmico.

Em pesquisa realizada com professores de Física e de Matemática da Educação Básica, Rezende, Lopes e Egg (2004) descrevem dificuldades relacionadas ao ensino e à aprendizagem em Física e Matemática relacionadas a métodos tradicionais de ensino, ao livro-texto adotado, ao laboratório didático, à utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) no processo de ensino, a teorias de aprendizagem, à avaliação, às deficiências cognitivas, atitudes e indisciplina de estudantes e à falta de perspectiva e interesse destes.

Muitos professores reconhecem que o ensino tradicional ainda prevalece e, mesmo que muitas vezes reconhecem não ser o método mais apropriado para todas as situações de ensino e de aprendizagem, a insegurança e a falta de tempo para planejar outras práticas pedagógicas não permitem que busquem alternativas para modificar suas aulas.

Quanto ao livro-texto, a falta dele faz com que o professor invista tempo de sua aula expondo conteúdos no quadro ou de outra forma, mas, por outro lado, sua adoção em algumas situações pode provocar defasagens no ensino, pois “é considerado muitas vezes insuficiente, principalmente quando é o único material educativo utilizado” (REZENDE; LOPES; EGG, 2004, p. 192).

A escassez de tempo, devido o número reduzido de aulas de Física, bem como o número excessivo de estudantes por turmas, são apontados por professores como principais dificuldades para uso de laboratório didático, de tecnologias e transposição de teorias da aprendizagem. Segundo Rezende, Lopes e Egg (2004), utilizar o laboratório didático para demonstrar conceitos e leis físicas se torna uma atividade impraticável devido à falta de tempo do professor para preparar experimentos. Além disso, a aprendizagem efetiva de estudantes a partir de experimentações é comprometida devido ao espaço e número de materiais e equipamento serem insuficientes para atender satisfatoriamente o grande número de estudantes por turma. Quanto às tecnologias, além de muitas vezes apresentarem pouco conhecimento a respeito de suas utilizações, a falta de tempo e de recursos disponíveis também são apontados como principais limitantes da inserção de TIC's para contribuir com a aprendizagem dos estudantes. E, apesar de conhecerem algumas teorias de aprendizagem, como o Construtivismo, professores admitem não saberem como fazer a transposição dessas teorias para a sala de aula, sobretudo considerando a quantidade de estudantes.

Quanto à avaliação, encontramos em Buriasco (2000, p. 156), que a mesma deve ter em vista os seguintes objetivos: “subsidiar o processo de ensino e aprendizagem, fornecer informações sobre os alunos, professores e escolas, atuar como respaldo da certificação e da

seleção, orientar na elaboração de políticas educacionais”. Contudo, o que se observa no atual cenário escolar e que é confirmado na pesquisa realizada por Rezende, Lopes e Egg (2004) é uma proposta de avaliação diferente dos objetivos apresentados: provas são consideradas como principal instrumento de avaliação, e tem-se por objetivo a promoção ou retenção do estudante, tratando quantitativamente o que o estudante expõem à respeito de conteúdos abordados na disciplina, não havendo de fato a avaliação da aprendizagem do estudante. Segundo pesquisa de Rezende, Lopes e Egg (2004), professores também apontam a falta de tempo para planejamento da avaliação como principal fator que impede que a ela seja estruturada com vistas a avaliar e servir como mais uma forma de contribuir com a aprendizagem do estudante.

As deficiências em leitura, interpretação e conceitos básicos de Matemática também são apontados por professores como aspectos que dificultam a aprendizagem de estudantes em Física, assim como a aversão, falta de interesse e comportamentos inadequados que muitas vezes manifestam em aulas dessa disciplina. Diante desse problema, Araújo e Abib (2003) defendem a necessidade de o sistema educacional implantar atividades que motivem a efetiva participação do estudante e de valorizar conhecimentos prévios de estudantes para que estes se sintam interessados em compreender fatos e fenômenos físicos.

Outra dificuldade de aprendizagem em Física na Educação Básica está relacionada à supervalorização de problemas matemáticos em detrimento de problemas físicos, que conduzem o estudante a atribuir maior atenção ao “aprendizado de técnicas e algoritmos de cálculo e esqueça o conteúdo científico do problema” (POZO; CRESPO, 2009, p. 192). Porém, por outro lado, há conceitos físicos que não podem ser satisfatoriamente compreendidos sem representações e formalismos matemáticos. Física e Matemática precisam ser entendidas como áreas afins, de tal forma que as dificuldades do estudante em Matemática, conseqüentemente, comprometem de alguma forma a aprendizagem em Física.

1.2. A APRENDIZAGEM EM FÍSICA E SUAS RELAÇÕES COM O CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Conhecimento matemático é fundamental na aprendizagem de física, uma vez que muito mais que uma linguagem necessária para descrever fenômenos físicos, a Matemática estrutura o conhecimento em Física (PIETROCOLA, 2002). A Matemática se faz, sobretudo, necessária na aprendizagem em Física quando esta abrange uma realidade além do mundo que percebemos, demandando alto grau de abstração. Nesse momento, também é imprescindível

recorrer a diferentes formas de representação daquilo que não pode ser diretamente visto (POZO; CRESPO, 2009).

Para ir além do observável, a aprendizagem de diversos conceitos físicos necessitam de sistemas de representação alternativos que contribuam para a compreensão desses conceitos. Para Pozo e Crespo (2009), esses sistemas precisam integrar representações gráficas, simbólicas e analógicas, de modo que modelem de maneira mais tangível conceitos físicos mais abstratos. Entretanto, os mesmos autores advertem sobre esses modelos, enfatizando que

[...] quando são utilizados de maneira indiscriminada e acrítica, podem induzir, ou mesmo reforçar, ideias errôneas muito difíceis de erradicar posteriormente, chegando, em algumas ocasiões, ao ponto de a analogia sobrepor-se ao modelo, de modo que pode obstaculizar aprendizagens posteriores (POZO; CRESPO, 2009, p. 193).

Considerando que “as tarefas de Física (sejam elas relativas a qualquer assunto do currículo proposto) não dependem apenas de conhecimentos conceituais sobre os fenômenos físicos e sim de um apelo cognitivo relacionado aos conteúdos matemáticos” (SANTOS; CURI, 2011, p. 02), reconhecemos que há uma relação inegável entre Matemática e Física, havendo sinergia entre símbolos, procedimentos e representações entre ambas as disciplinas.

Em concordância com essa concepção, encontramos no PCNEM (BRASIL, 2000, p. 27) que

A Física expressa relações entre grandezas através de fórmulas, cujo significado pode também ser apresentado em gráficos. Utiliza medidas e dados, desenvolvendo uma maneira própria de lidar com os mesmos, através de tabelas, gráficos ou relações matemáticas. Mas todas essas formas são apenas a expressão de um saber conceitual, cujo significado é mais abrangente. Assim, para dominar a linguagem da Física é necessário ser capaz de ler e traduzir uma forma de expressão em outra, discursiva, através de um gráfico ou de uma expressão matemática, aprendendo a escolher a linguagem mais adequada a cada caso.

A partir do reconhecimento das relações existentes entre a Física e a Matemática, conjecturamos que há teorias didáticas da Educação Matemática que podem contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem de Física. No presente trabalho, damos destaque ao Registro de Representações Semióticas como ferramenta para auxiliar professores a identificarem dificuldades de aprendizagem de seus estudantes, sobretudo relacionadas à mobilização de conhecimentos matemáticos e necessidade de trânsitos entre registros de representação na resolução de problemas no contexto físico.

CAPÍTULO 2

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Na Matemática, os objetos estudados são conceitos, estruturas, propriedades e relações. Assim sendo, os objetos matemáticos são abstratos, ou seja, são inacessíveis diretamente ou instrumentalmente à percepção. Logo, para tornar possível a apreensão desses objetos, faz-se necessário representá-los por meio de símbolos, tabelas, gráficos, desenhos, entre outros. Nessa perspectiva, Damm (2008, p. 169) defende que “Não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação”. No mesmo sentido, Duval (2012, p. 268) menciona que “[...] os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos ‘reais’ ou ‘físicos’. É preciso, portanto, dar representantes”.

Na Física, a resolução de problemas e exercícios apelam a conteúdos e procedimentos matemáticos, inclusive, à representação de um mesmo objeto de diferentes formas. Portanto, assim como na Matemática, a Física compartilha em boa parte de seus conteúdos propostos no currículo para a Educação Básica, a necessidade de símbolos, tabelas, gráficos, entre outras formas de representação para que o conhecimento físico seja mobilizado. Ainda que a resolução de problemas em Física seja muito mais complexo, pois demanda de embasamento conceitual referente à própria disciplina, é necessário realizar conversão entre registros distintos para dar-se início à resolução e, ainda, “no ato de resolução o que se tem explicitamente em jogo é um objeto matemático e esta perspectiva” (SANTOS; CURI, 2011, p. 4).

Nesse contexto, a teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica se demonstra essencial na atividade matemática e, também, uma possível ferramenta didática para a aprendizagem em Física, permitindo, nesse segundo caso, a identificação de dificuldades de estudantes em aprendizagem em Física relacionadas à mobilização de conhecimentos matemáticos.

Duval (2009b) destaca que não é possível haver compreensão em matemática se não houver a distinção entre objeto e sua representação. Em outras palavras, os objetos matemáticos são diferentes das suas representações. Para exemplificar, consideremos os objetos matemáticos números e funções que podem ser representados por símbolos, linguagem natural ou notações: as representações desses objetos matemáticos não são os próprios objetos, mas são essenciais para possibilitar a compreensão destes.

De acordo com Duval (2012), essa relação entre objeto matemático e representação gera

[...] um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. (DUVAL, 2012, p. 268).

Se considerarmos alguns conceitos em Física, como aqueles que envolvem estruturas microscópicas, não é possível apreendê-los se não por meio de representações, porém, é imprescindível que não haja confusão entre a representação e o que ela representa. O paradoxo consiste, nesse contexto, em estabelecer como é possível não confundir as representações com aquilo que representa, visto que o seu acesso e tratamento só se tornam possíveis por meio das representações, bem como em estabelecer como é possível o domínio de tratamentos matemáticos (que depende de representações) sem ter antes uma apreensão conceitual dos fenômenos representados.

Nesse sentido, Duval (2009b, p. 270) apresenta e distingue os termos de *semiósis* e *noésis*: é chamada de *semiósis* “a apreensão ou a produção de uma representação semiótica” e de *noésis* “a apreensão conceitual de um objeto”. Esses dois processos, segundo o autor, são inseparáveis.

Com relação aos processos de *semiósis* e *noésis*, e comparando-os ao ensino de matemática, Teixeira (2005) coloca que

[...] as dificuldades oriundas do paradoxo cognitivo próprio à atividade matemática (acesso ao objeto x representações) ocorrem porque não há *noésis* sem *semiósis*. No entanto, frequentemente, o ensino de matemática valoriza a primeira em detrimento da segunda, desconsiderando que é tão importante para a atividade matemática mobilizar vários registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escritas simbólicas) no decorrer de um mesmo processo, quanto poder escolher um certo registro frente a outros existentes. (TEIXEIRA, 2005, p. 23).

De acordo com Duval (2009b), a construção do conhecimento está integrada à *semiósis* e à *noésis*. À *semiósis* no que diz respeito ao uso de diversificados registros de representações semióticas para um mesmo referente, e à *noésis* no que se refere à coordenação entre esses registros. De tal modo, o aprendizado de objetos matemáticos advém a partir do reconhecimento e da interpretação de suas diferentes representações, assim como da transição entre esses distintos registros.

Duval (2012) diferencia as representações mentais das representações semióticas. As representações mentais consistem de um conjunto de imagens e de concepções que o sujeito

possui acerca de um objeto, uma situação ou sobre aquilo que está associado ao objeto ou situação. As representações mentais são, portanto, produções internas. As representações semióticas, por sua vez, são produções externas compostas por signos pertencentes a um sistema de representações que contém inconvenientes próprios de significação e de funcionamento (DUVAL, 2012). Destacamos que por signo entendemos como um substituto ou representante de um objeto (PIERCE, 2000). Dentre as representações semióticas podemos citar uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica e um gráfico cartesiano, sendo estes classificados como registros multifuncionais ou monofuncionais, conforme apresentamos no seguinte quadro:

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • argumentação a partir de observações, de crenças,...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • numéricas (binária, decimal, fracionária,...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais) Cálculo.	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL, 2009a, p. 14.

Com base na classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático, ponderamos que na Física a resolução de situações-problemas muitas vezes carece do trânsito por mais de dois registros de representação para compreensão do referente. Geralmente, esse trânsito ocorre da linguagem natural para a linguagem algébrica, ou do registro gráfico para o algébrico e vice e versa, portanto passando de registros multifuncionais para monofuncionais, ou mantendo-se nos registros multifuncionais, mas transitando entre representação discursiva e não discursiva.

Apesar das diferenças pontuadas, as representações mentais e as representações semióticas não podem ser postas como dois domínios diferentes (DUVAL, 2009b). As representações semióticas representam um meio de exteriorizar indícios de representações

mentais, tornando-as acessíveis a outrem. Ainda, “as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento” (DUVAL, 2012, p. 270), uma vez que o desenvolvimento das representações mentais está estritamente relacionado à interiorização das representações externas, permitem a realização de diferentes funções cognitivas, tais como as de objetivação (expressão particular) e as de tratamento, e facultam a produção de conhecimentos ao permitirem representações diversificadas de um mesmo objeto (DUVAL, 2012).

Duval (2012) destaca que um sistema semiótico é considerado um registro de representação quando permite três atividades cognitivas que são fundamentais e que estão ligadas à *semiósis*: a formação de uma representação identificável, o tratamento de um registro de representação e a conversão entre registros de representação.

2.1. A FORMAÇÃO DE UMA REPRESENTAÇÃO IDENTIFICÁVEL

Uma representação é considerada como identificável quando possibilita reconhecer o que ela representa. Dessa forma, uma representação identificável permite que uma pessoa que não a produziu identifique seu sentido a partir das relações, características e dados do conteúdo representado.

Segundo Duval (2012) este tipo de formação deve respeitar regras de conformidade num sistema formal, ou seja, precisa respeitar as regras próprias ao sistema empregado, garantindo, dessa forma, não apenas a comunicabilidade, mas tornando “possível a utilização dos meios de tratamento que oferece o sistema semiótico empregado” (DUVAL, 2009b, p. 55). Entretanto, é preciso ressaltar que essas regras não correspondem efetivamente a regras de produção, ou seja, não garantem a competência do sujeito para produzir representações, mas apenas para reconhecê-las.

2.2. O TRATAMENTO

O tratamento de uma representação é a transformação desta dentro de um mesmo registro. Como exemplos, podemos citar a efetuação de um cálculo, realizado no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números, e a resolução de uma equação ou de um sistema de equações.

No contexto da disciplina de Física, podemos considerar como exemplo de tratamento o desenvolvimento da função horária dos espaços em um movimento uniformemente variado

(MUV), em que se verifica que ocorre apenas a transformação na representação em *registro algébrico*, conservando o mesmo registro:

Figura 1 – Tratamento efetuado no registro algébrico

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \\ 80 &= 0 + 10 \cdot 4 + \frac{a}{2} \cdot 4^2 \\ 80 &= 40 + \frac{a}{2} \cdot 16 \\ 80 - 40 &= \frac{16a}{2} \\ 40 &= 8a \\ \frac{40}{8} &= a \\ a &= 5 \end{aligned}$$

Fonte: Dos autores, 2017.

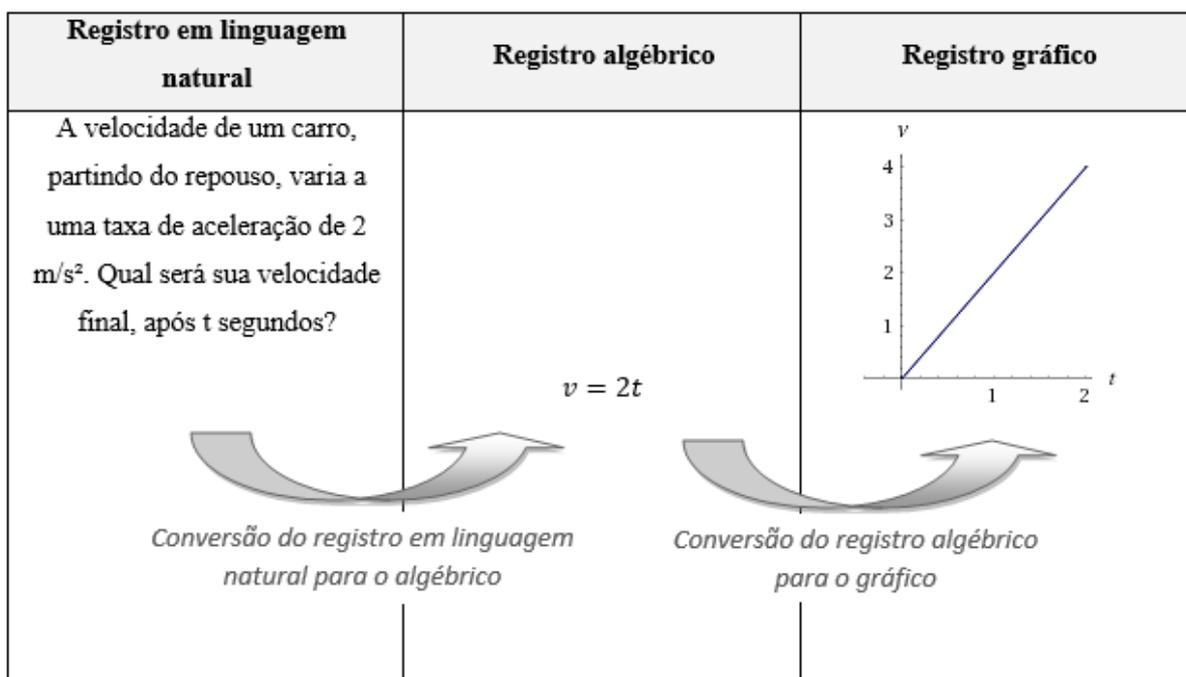
Nessa atividade cognitiva de tratamento as compreensões de um referente, de um conceito físico por exemplo, são apenas parciais “uma vez que um único registro pode não contemplar todas as características do objeto. Por isso, é adequada uma abordagem que relacione estes registros” (VERTUAN, 2007, p. 24). É nesse sentido que Duval sugere outro tipo de transformação: a *conversão*.

2.3. A CONVERSÃO

A conversão é uma transformação de representações que consiste em alterar de registro, porém, conservando a referência aos objetos denotados. Assim sendo, a conversão é um tipo de transformação externa ao registro de representação inicial.

No exemplo a seguir, destacamos duas conversões: a primeira, de um registro em linguagem natural para o algébrico e, a segunda, do registro algébrico para o gráfico:

Figura 2 – Conversão entre Registros de Representação Semiótica



Fonte: Dos autores, 2017.

Duval (2012) destaca que a conversão é diferente e independente do tratamento: passar de um registro de representação para outro não consiste apenas em mudar de modo de tratamento, mas em explicar as diferentes propriedades e aspectos de um mesmo referente, uma vez que diferentes registros, em geral, não explicitam totalmente as características desse referente, mas parcialmente, e assim, aquilo que não é explicitado em um registro pode ser identificado em outro.

Por esse e por outros motivos, Duval atribui à conversão papel central em relação ao tratamento. D'Amore (2005) reconhece três motivos para essa atribuição de Duval à conversão: i) a conversão esbarra em fenômenos de não-congruência (quando a representação final não transparece a representação inicial), e são esses fenômenos que constituem o maior obstáculo na aprendizagem; ii) a conversão permite que variáveis cognitivas independentes sejam definidas, tornando possível a construção de observações e experimentações mais precisas, e iii) em casos de não-congruência, a conversão implica na coordenação¹ dos registros mobilizados, sendo que a conceitualização “começa somente quando se coloca em ação, mesmo que apenas num esboço, a coordenação de dois distintos registros de representação” (D'AMORE, 2005, p. 61).

¹ Explicamos na próxima seção.

Além disso, durante o processo de conversão, o sujeito se torna capaz de diferenciar representação (significante) do referente que é representado (significado).

Nessa perspectiva, Duval (2009a, p. 14) defende que a “originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Contudo, é preciso destacar que esse processo de conversão não é tão simples, mas depende do nível de congruência e do sentido em que ocorre.

Com relação ao sentido em que ocorre a conversão, nem sempre ela é efetuada quando os registros de partida e de chegada são invertidos, ou seja, realizar a conversão de um registro em outro nem sempre apresenta a mesma dificuldade e o mesmo custo cognitivo que realizar a conversão inversa. Por exemplo, se um estudante é capaz de converter uma expressão algébrica em linguagem natural, não podemos afirmar que certamente ele será capaz de realizar a conversão de um registro em linguagem natural em uma expressão algébrica.

Apesar das atribuições do autor à conversão, Duval (2012) confere à coordenação entre registros um papel fundamental na apreensão conceitual dos objetos matemáticos: “a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (DUVAL, 2012, p. 282).

2.4. A COORDENAÇÃO ENTRE REGISTROS

Duval (2012) evidencia que a coordenação de muitos registros de representação semiótica, a qual está associada à *noésis*, é fundamental para a apreensão conceitual, uma vez que contribui para que não haja confusão entre o referente e suas representações, bem como permite reconhecer em cada uma das possíveis representações o que está sendo representado. Afinal, a coordenação não consiste apenas na conversão de um registro em outro, mas na compreensão de que todos esses registros fazem menção a um mesmo referente, apresentando, cada qual, propriedades e características diferentes deste, de modo a se complementarem.

Nesse sentido, Duval (2012) conclui que é ingênuo acreditar que alguns exercícios de conversão entre registros seriam suficientes para criar condições adequadas a induzirem à coordenação entre esses registros, principalmente porque “toda atividade de conversão pressupõe a discriminação das unidades significantes a serem postas em correspondência nos

registros de partida e nos de chegada” (DUVAL, 2009a, p. 100), e é essa discriminação das unidades significantes que faz falta: é ela a condição necessária para o desenvolvimento da coordenação dos registros de representação. Em outras palavras,

[...] a discriminação das unidades significantes de uma representação, e então a possibilidade de uma apreensão daquilo que ela representa, depende da apreensão de um campo de variações possíveis relativamente à significância num registro (DUVAL, 2009a, p. 101).

Nesse contexto, percebemos que o ensino de Matemática precisa ser pautado em um ambiente que possibilite a variação de registros diferentes para um mesmo objeto matemático, que conduzam o estudante à realização da conversão e, sobretudo, à realização da coordenação entre os diversificados registros, ao contrário do que em geral ocorre no ensino dessa disciplina: a preferência pela formação de um registro e o tratamento deste.

E, considerando as relações entre Matemática e Física, estendemos essa mesma defesa ao ensino e aprendizagem em Física: como boa parte dos problemas nessa disciplina são dados em linguagem natural e necessitam de conversões e tratamentos para serem solucionados, e que a coordenação entre esses diferentes registros é fundamental para que haja compreensão mais ampla a respeito do conceito físico em estudo, conjecturamos que os Registros de Representação Semiótica podem contribuir para identificar dificuldades de aprendizagem em Física que vão além das defasagens em Matemática que estudantes podem apresentar, mas que estão relacionadas aos apelos cognitivos que são comuns entre Matemática e Física em termos de representação de conceitos e resolução de problemas.

CAPÍTULO 3

OS PROCEDIMENTOS ADOTADOS E A TRAJETÓRIA DA PESQUISA

Tendo em vista responder à problemática dessa pesquisa, “*Que dificuldades pertinentes a conhecimentos matemáticos e suas representações estão relacionadas à aprendizagem em Física, no que diz respeito à compreensão de composição e decomposição de forças?*”, apresentamos nesse capítulo o contexto de investigação, em que descrevemos quem foram os participantes da pesquisa, as condições da coleta de dados e o instrumento utilizado, bem como apresentamos nossa escolha metodológica para análise das informações coletadas.

3.1. O CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

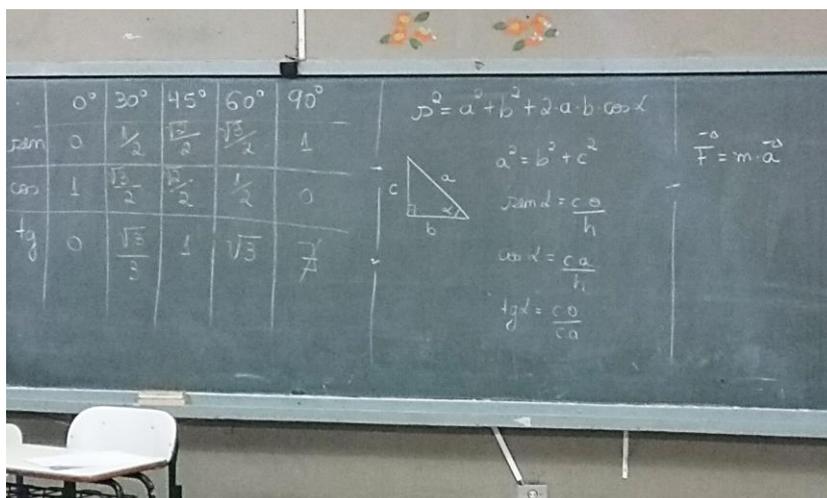
A investigação foi realizada em uma escola pública do município de Londrina, Paraná, que oferta os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio. Os participantes da pesquisa foram 31 estudantes que cursam o terceiro ano do Ensino Médio, que já estudaram os conteúdos de Dinâmica, mais especificamente de força resultante, quando cursaram o primeiro ano. O intuito inicial era realizar a investigação com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, porém optamos pelo terceiro ano devido a sugestões do professor de Física da instituição em que a pesquisa foi realizada. Segundo esse professor, os estudantes do primeiro ano ainda estavam estudando o conteúdo de força resultante e acreditava que os mesmos não demonstrariam muito interesse em realizar uma atividade não avaliativa da disciplina. Em contrapartida, boa parte dos estudantes do terceiro ano têm demonstrado preocupação com as provas de vestibular e, por isso, manifestariam maior interesse em participar da pesquisa, uma vez que teriam a oportunidade de retomar conteúdos já estudados e avaliar seus próprios conhecimentos.

Na semana anterior às aplicações, a pesquisadora conversou com o professor da disciplina e apresentou as questões do instrumento de pesquisa para sua validação, o qual julgou as questões como pertinentes e adequadas para a instrução que os estudantes tiveram. Também nessa semana, a pesquisadora solicitou autorização da direção da escola para realizar a investigação pretendida (ver ANEXO A), apresentou-se aos estudantes participantes da pesquisa e entregou os termos de consentimento (ver ANEXO B), explicando as intenções da investigação e solicitando a autorização dos estudantes e de um responsável para participação na pesquisa e utilização dos dados obtidos por meio dela.

Na outra semana, aos estudantes foi proposta uma lista contendo quatro questões (ver ANEXO C) contemplando composição e decomposição de força resultante. As questões são abertas e exigem a realização de conversão da linguagem natural para outras formas de registro comuns com a Matemática. Os estudantes contaram com duas aulas seguidas de cinquenta minutos cada para realização das quatro questões e não puderam consultar materiais, tais como livro didático, caderno ou celular.

Ao iniciar as aplicações, a pesquisadora orientou os estudantes a resolver todas as questões da forma mais completa possível, podendo utilizar qualquer forma de representação (linguagem natural, cálculos, esquemas, etc) e justificando seus procedimentos e resultados. Foi solicitado, ainda, que nada fosse apagado e, caso fosse necessário, poderiam utilizar o verso da lista de questões ou solicitar outra folha de papel. No quadro, a pesquisadora disponibilizou algumas informações que poderiam ser relevantes para a resolução das questões propostas, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 3 – Fotografia das informações disponibilizadas no quadro



Fonte: Dos autores, 2017.

As informações disponibilizadas contemplaram ângulos notáveis, algumas relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, fórmula para adição vetorial baseada na Lei dos Cossenos e a expressão matemática da 2ª Lei de Newton. Vale destacar que as informações foram fornecidas de acordo com os símbolos apresentados no material didático dos estudantes participantes da pesquisa e, durante a resolução das questões propostas não houve intervenção por parte da pesquisadora. Além disso, no momento de resolução, nenhum estudante fez algum tipo de questionamento ou comentário.

Portanto, os dados submetidos a procedimentos analíticos foram obtidos a partir de registros escritos dos estudantes participantes da pesquisa, que foram produzidos por eles ao resolverem as quatro questões propostas abordando conteúdos relacionados à composição e decomposição de forças. Vale destacar que, apesar de 31 estudantes terem participado da pesquisa, foram submetidos a procedimentos analíticos registros escritos de apenas 10 estudantes, dos quais obtivemos devidamente assinados os termos de consentimento para utilização dos dados coletados. Para preservar a identidade desses estudantes, referiremo-nos a eles como E1, E2, ..., E10.

Ainda, nos primeiros momentos da análise, verificamos a necessidade de realizar um recorte, apresentando apenas os resultados das análises realizadas a respeito das questões 1 e 2 do instrumento de coleta de dados, uma vez que a maioria dos estudantes não apresentaram resoluções para questões 3 e 4 e, aqueles que tentaram resolver, não nos forneceram resultados suficientes para que fosse possível responder à problemática dessa pesquisa.

A seguir, apresentamos nossa opção metodológica para análise dos dados.

3.2. A ESCOLHA METODOLÓGICA

A pesquisa proposta é de cunho qualitativo, pois, em conformidade com os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994): a fonte de informações foi registros escritos de estudantes, obtidos no ambiente natural, ou seja, no ambiente escolar, e a pesquisadora foi a responsável por orientar todo o processo; buscou-se descrever os fatos o mais fielmente possível; o foco esteve no processo manifestado pelos estudantes para a obtenção dos resultados, independente da resposta final estar correta ou não; coletou-se as informações não com o intuito de confirmar ou infirmar hipóteses previamente estabelecidas, mas com a intenção de fazer inferências de maneira indutiva com o auxílio das informações coletadas; e, o interesse esteve nos significados atribuídos pelos estudantes para as tarefas com as quais se envolveram.

Como modalidade da pesquisa qualitativa, submetemos os dados obtidos por meio de registros escritos a procedimentos analíticos de caráter interpretativo-descritivo. Justificamos tal opção para os procedimentos analíticos à pretensão de analisar os dados obtidos buscando compreender as manifestações dos estudantes envolvidos, não limitando-se ao explícito, mas assumindo a autoria nas inferências e interpretações, porém, fundamentando-se em referenciais teóricos que adotamos.

CAPÍTULO 4

O PROCESSO DE ANÁLISE

Uma vez apresentados o contexto de pesquisa e a escolha metodológica para análise de dados, apresentamos nesse capítulo os procedimentos analíticos e seus resultados.

Num primeiro momento, descrevemos os objetivos de cada questão do instrumento de coleta de dados, em concordância com a problemática da presente pesquisa. Em seguida, descrevemos nossas inferências a respeito das resoluções apresentadas pelos estudantes para as questões 1 e 2, tendo como base os referenciais teóricos adotados para essa investigação. Por fim, apresentamos uma síntese dos resultados obtidos.

4.1. DESCRIÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS

O instrumento de coleta de dados foi constituído por quatro questões (ver ANEXO C), contemplando o conteúdo de força resultante, mais especificamente, a composição e a decomposição de forças.

Na questão 1, temos o seguinte enunciado:

Figura 4 – Questão 1 do instrumento de coleta de dados

QUESTÃO 01

Sobre um corpo de massa igual a 40 kg atuam duas forças de mesma direção e sentidos opostos, cujos módulos são 60 N e 20 N. Determine o módulo da aceleração em que esse objeto se movimenta.

Fonte: Dos autores, 2017.

Nessa primeira questão tem-se por objetivo que o estudante converta as informações dadas em linguagem natural para uma linguagem algébrica, de modo a recorrer à expressão matemática da 2ª Lei de Newton ($\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$) para determinar a aceleração do sistema descrito. Para isso, o estudante precisa estabelecer um referencial e, assim, esperávamos que ele apresentasse uma representação figural/esquemática da situação, de modo a reconhecer e diferenciar direção e sentido para determinar a força resultante, obtida a partir da composição das duas forças dadas.

Na questão 2, temos o seguinte enunciado:

Figura 5 – Questão 2 do instrumento de coleta de dados

QUESTÃO 02

A figura representa dois pescadores puxando um barco. O Matola puxa com uma força de módulo igual a 600 N e o Saíde puxa com uma força de módulo igual a 800 N.

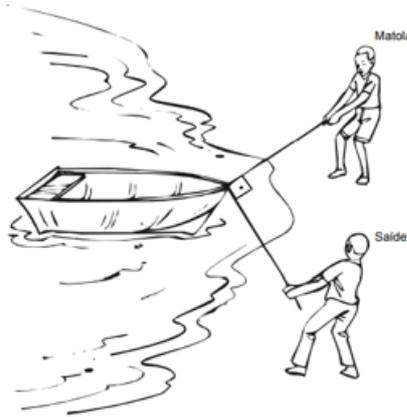


Figura 1 – Ação de duas forças ao puxar um barco

Fonte: <<http://www.mec.gov.mz/IST/IEDA/Documents/F-3-3.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2017.

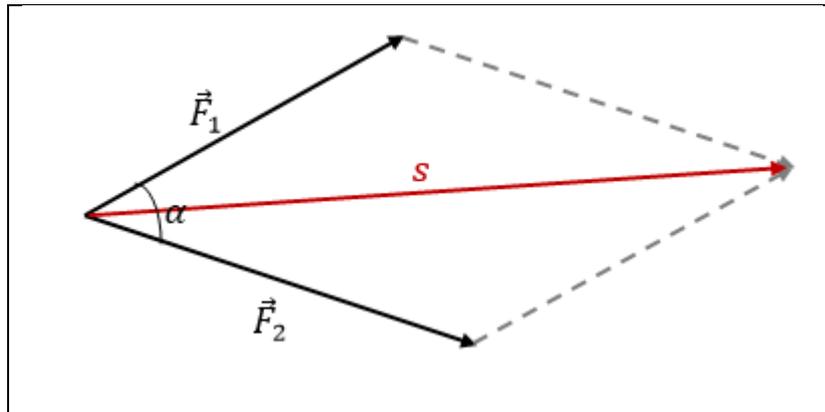
Qual é o módulo da força resultante feita pelos dois pescadores?

Fonte: Dos autores, 2017.

Nessa segunda questão tem-se por objetivo que o estudante converta as informações dadas em linguagem natural para uma linguagem algébrica, de modo a recorrer à fórmula para adição vetorial baseada na lei dos cossenos, $s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$, para determinar a força resultante em ação no sistema descrito. Para isso, o estudante precisa reconhecer que as duas forças (uma de 600 N e outra de 800 N) têm mesmo ponto de origem e formam, entre si, um ângulo reto (90°).

Vale destacar que nos referimos à adição vetorial como *baseada* na lei dos cossenos porque essa lei é dada, matematicamente, por $s^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$. Na Física, para determinar a força resultante (s) a partir de duas forças (\vec{F}_1 e \vec{F}_2) de mesma origem e ângulo formado entre elas igual a α , aplicamos a regra do paralelogramo: a partir dos segmentos orientados representativos das duas forças dadas, traçamos paralelas, obtendo um paralelogramo. Dessa forma, a força resultante é representada geometricamente pelo segmento orientado com origem coincidente à origem das duas forças dadas e extremidade junto ao encontro das extremidades das paralelas traçadas a cada um dos vetores que representam as forças dadas, o que corresponde a uma das diagonais do paralelogramo:

Figura 6 – Regra do Paralelogramo



Fonte: Dos autores (2017).

Algebricamente, podemos determinar o módulo da força resultante (s) aplicando-se a relação matemática denominada lei dos cossenos ao triângulo formado pelos segmentos a , b e s , conforme ilustra a figura a seguir:

Figura 7 – Aplicação da lei dos cossenos

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

Como $\alpha = 180^\circ - \theta$, então:

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \cos(180^\circ - \theta) \\ \cos \alpha &= \cos 180^\circ \cdot \cos \theta - \operatorname{sen} 180^\circ \cdot \operatorname{sen} \theta \\ \cos \alpha &= -1 \cdot \cos \theta - 0 \cdot \operatorname{sen} \theta \\ \cos \alpha &= -\cos \theta\end{aligned}$$

Logo:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$$

Fonte: Dos autores (2017).

Na questão 3, temos o seguinte enunciado:

Figura 8 – Questão 3 do instrumento de coleta de dados

QUESTÃO 03
Duas forças, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , atuam sobre um corpo conforme indica a Figura 1.

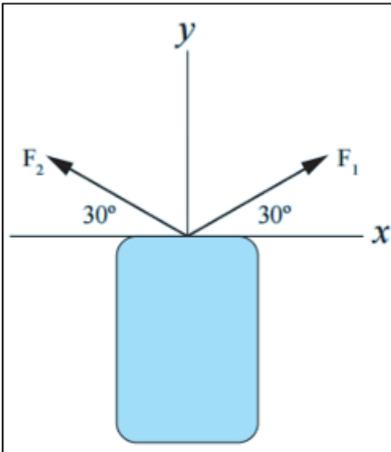


Figura 2 – Ação de duas forças, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , sobre um corpo.
Fonte: Corradi et al (2010, p. 186).

O módulo de cada força é 300 N e cada uma delas faz um ângulo de 30° com a horizontal. Calcule a força resultante dessas duas forças representadas na figura, indicando a sua direção e sentido.

Fonte: Dos autores, 2017.

Nessa terceira questão tem-se por objetivo que o estudante converta as informações dadas em linguagem natural e na figura para uma linguagem algébrica, de modo a recorrer a conhecimentos referentes à decomposição de forças e à trigonometria.

Por fim, na questão 4, temos o seguinte enunciado:

Figura 9 – Questão 4 do instrumento de coleta de dados

(Adaptada – UEMS) Um corpo de massa 10 kg é abandonado do repouso num plano inclinado perfeitamente liso, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Determine o módulo da força resultante sobre o corpo (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$).

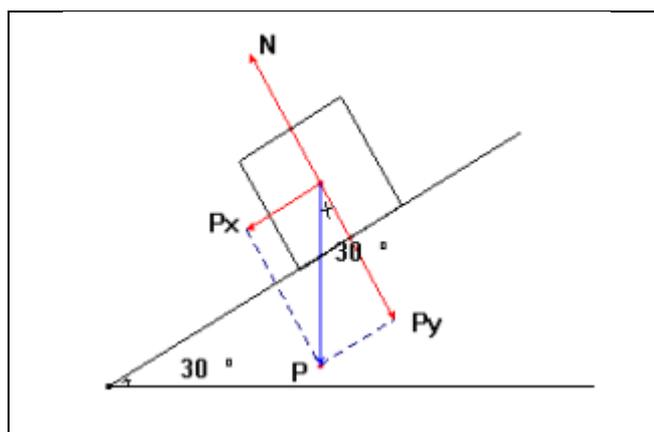
Fonte: Dos autores, 2017.

Nessa quarta questão tem-se por objetivo que o estudante apresente conversões das informações dadas em linguagem natural, primeiramente para o registro figural e, depois, para

o registro algébrico, identificando a necessidade de realização de decomposição de forças e aplicação de conhecimentos trigonométricos.

A representação figural esperada para essa questão é similar à apresentada na figura a seguir:

Figura 10 – Representação necessária para resolução da Questão 4



Fonte: Santos e Curi (2017, p. 11).

Como já mencionado na apresentação do contexto de pesquisa, para as questões 3 e 4 não obtivemos resultados suficientes que nos permitissem realizar inferências de modo a atender nossos objetivos de pesquisa e responder à problemática imposta para a mesma. Além disso, o número de estudantes que não responderam a essas duas questões foi grande. A partir dessas evidências, concluímos que as dificuldades relacionadas a conceitos físicos, especificamente à decomposição de forças (conteúdo que predomina nas questões 3 e 4), são de uma dimensão que não permite ao estudante apresentar representações identificáveis, ou seja, registros de representação semiótica, e, conseqüentemente, não há possibilidade de realizar atividades de tratamento, conversão e coordenação.

Assim, apresentamos, na sequência, os procedimentos analíticos e resultados obtidos a partir das resoluções apresentadas pelos estudantes participantes da pesquisa para as questões 1 e 2.

4.2. ANÁLISE DA QUESTÃO 1

Para essa questão, apresentamos na tabela a seguir a análise quantitativa dos resultados obtidos a partir dos registros escritos apresentados pelos estudantes participantes da pesquisa:

Contudo, não é possível afirmar que o estudante compreende o conceito físico envolvido na questão, uma vez que ao resultado da aceleração não é apresentada a sua unidade de medida.

O estudante E9 apresentou apenas registro algébrico:

Figura 12 – Registro escrito de E9 para a Questão 1

RESOLUÇÃO:

$$m = 40 \text{ kg}$$
$$F_1 = 60 \text{ N}$$
$$F_2 = 20 \text{ N}$$
$$F_R = 60 + (-20)$$
$$F_R = 40 \text{ N}$$
$$F_R = \frac{40}{a}$$
$$40 = \frac{40}{a}$$
$$a = \frac{40}{40}$$
$$a = 1 \text{ m/s}$$

Fonte: Dos autores, 2017.

Apesar de não ter apresentado uma representação figural e/ou esquemática da situação, algebricamente E9 esclareceu que o sentido positivo adotado para o movimento é o referente à força de 60 N, e indicou que a força de 20 N está em sentido contrário ao movimento a partir da atribuição do sinal negativo, conforme destacamos na Figura 10.

Ao determinar o módulo da aceleração, ainda que tenha apresentado resultado final correto, E9 indicou unidade de medida incorreta para a aceleração: ela corresponde à velocidade (m/s), e não à aceleração (m/s²). Tal evidência não nos permite afirmar que o estudante realmente compreende o conceito físico envolvido na questão. Além disso, evidenciamos que a expressão matemática utilizada para determinação do módulo da aceleração não foi apresentada de maneira correta, sendo possível que E9 tenha chegado ao resultado correto para a questão não propositalmente, o que reforça nossa inferência de que o estudante não compreendeu totalmente o conceito físico envolvido na questão.

Quanto aos resultados errados, que foram apresentados pelos estudantes E1, E3, E5, E6 e E8, um deles, o E5, apresentou apenas o resultado da subtração entre as duas forças mencionadas no enunciado, apresentando um forma representacional aritmética.

Figura 13 – Registro escrito de E5 para a Questão 1

The image shows a student's handwritten work. On the left, there is a subtraction problem: 60 minus 20 equals 40 N. On the right, the number 40 N is circled in blue ink.

Fonte: Dos autores, 2017.

Verifica-se, a partir dessa resolução, que houve conversão parcial do enunciado em linguagem natural, pois a forma representacional aritmética apresentada por E5 indica que as forças estão sendo subtraídas devido a suas orientações. No entanto, não há total congruência semântica com a situação dada, ou seja, a forma representacional fornecida por E5 não é suficiente para identificarmos o seu referente, o que nos leva a desconsiderar essa forma representacional como registro de representação semiótica. Considerando que todos os estudantes entregaram as atividades propostas antes de finalizar o tempo disponibilizado para resolução, inferimos que E5 não finalizou a questão por incompreensão do conteúdo físico associado ou uma incompreensão da questão.

Os estudantes E1, E3 e E8 apresentaram apenas formas representacionais algébricas, utilizando diretamente a expressão matemática da 2ª Lei de Newton ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$) para determinar o resultado da aceleração. Para isso, não consideraram a informação de que as duas forças dadas estão na mesma direção e em sentidos opostos, realizando a adição entre suas magnitudes, conforme exemplificamos a seguir:

Figura 14 – Registro escrito de E3 para a Questão 1

The image shows a student's handwritten work. At the top, the equation $80 = 40 \cdot a$ is written. Below it, there are two calculations for 'a': $a = \frac{80}{40}$ and $a = 2$.

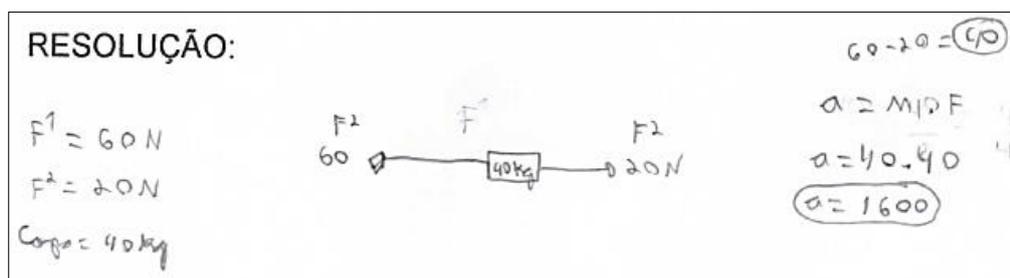
Fonte: Dos autores, 2017.

Diante dos resultados apresentados por esses três estudantes, inferimos que eles desconsideraram a informação dada a respeito da direção e sentido das forças, talvez por não julgarem essas informações como relevantes para a resolução da questão, o que indicaria incompreensão do conteúdo. Concluimos a partir dessas resoluções que esses estudantes

forneceram representações não totalmente identificáveis para a situação, uma vez que desconsidera as duas forças opostas entre si, e portanto, não há total congruência semântica. Portanto, consideramos que suas representações não são registros de representação semiótica.

O estudante E6 esboçou formas representacionais algébricas e figural/esquemática:

Figura 15 – Registro escrito de E6 para a Questão 1



Fonte: Dos autores, 2017.

As formas representacionais fornecidas por E6 nos permite identificar o que ele fez com o que foi dado em linguagem natural (enunciado da questão) de maneira parcial, pois o registro figural é uma representação identificável, porém a representação algébrica não é identificável ao proposto na questão. A partir da figura/esquema que apresentou, identificamos que E6 reconheceu a necessidade de estabelecer um referencial, considerando o sentido da força de maior magnitude como o sentido positivo do movimento. Por serem forças opostas, realizou corretamente a subtração para determinar a força resultante do sistema.

Porém, a partir da resolução apresentada para determinar o resultado da aceleração, inferimos que o erro de E6 está relacionado à incompreensão do conteúdo físico e também ao tratamento realizado no registro algébrico, ou seja, sua dificuldade também está relacionada à compreensão de conceitos matemáticos, pois apresenta de maneira equivocada o isolamento da incógnita que corresponde à aceleração na expressão matemática da 2ª Lei de Newton ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$), não realizando os procedimentos algébricos corretamente, pois não evidenciou que o resultado da aceleração seria dado pela divisão entre força resultante e massa do corpo, mas realizou a multiplicação entre essas duas grandezas.

Os estudantes E4, E7 e E10 não apresentaram resposta para essa questão.

A seguir apresentamos um quadro síntese dos resultados obtidos na análise da primeira questão proposta, por estudante:

Quadro 2 – Quadro síntese da análise da Questão 1, por estudante

Estudante	Resultado	RRS ² apresentados	Observações
E1	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E2	Correto	Algébrico e Figural/Esquemático	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural, para o figural/esquemático e o algébrico, bem como realizou corretamente a atividade de tratamento no registro algébrico. Porém, não apresentou unidade de medida no seu resultado final
E3	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E4	Em branco	-----	-----
E5	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	Inicialmente apresentou parcialmente a conversão entre parte das informações em linguagem natural para o forma representacional aritmética, porém, não deu sequência à resolução, e portanto, não há total congruência semântica entre referente e representação. A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E6	Incorreto	Algébrico e Figural/Esquemático	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural, para o figural/esquemático, porém apresentou registro algébrico não identificável, em que manifestou dificuldades associadas ao <u>tratamento matemático</u> em registro

² Registro de Representação Semiótica.

			algébrico e <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E7	Em branco	-----	-----
E8	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E9	Correto	Algébrico	Realizou parcialmente a conversão entre registros em linguagem natural para o algébrico, bem como realizou a atividade de tratamento no registro algébrico, porém não de maneira totalmente correta, o que pode ser associada a dificuldades relacionadas à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E10	Em branco	-----	-----

Fonte: Dos autores, 2017.

4.3. ANÁLISE DA QUESTÃO 2

Para essa questão, apresentamos na tabela a seguir a análise quantitativa dos resultados obtidos a partir dos registros escritos apresentados pelos estudantes participantes da pesquisa:

Tabela 2 – Resultados quantitativos da Questão 2

RESULTADO	QUANTIDADE	QUANTIDADE RELATIVA (%)
Correto	1	10%
Incorreto	7	70%
Não respondeu	2	20%

Fonte: Dos autores, 2017.

O estudante que apresentou resultado correto (ainda que de maneira parcial) para a segunda questão do instrumento de coleta de dados foi o E10:

Figura 16 – Registro escrito de E10 para a Questão 2

$$\begin{aligned} a^2 &= 600^2 + 800^2 \\ a^2 &= 360000 + 640000 \\ a &= 1000000 \end{aligned}$$

Fonte: Dos autores, 2017.

Para resolver a essa questão o estudante E10 reconheceu a possibilidade de aplicação do Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$), devido a formação de ângulo reto entre as duas forças dadas, caracterizando-as nesse procedimento matemático como catetos de um triângulo retângulo, cuja medida da hipotenusa corresponde à força resultante. Porém, seu resultado não está totalmente correto porque, em seu procedimento de cálculo, o estudante desconsiderou que o termo a ainda continua elevado ao quadrado e, portanto, para determinar seu valor ainda seria necessário determinar a raiz quadrada de 1.000.000.

Apesar de ter recorrido apenas a procedimentos matemáticos, apresentando a conversão correta do registro escrito e do registro figural disponibilizados no enunciado, para o registro algébrico, fisicamente sua resolução também pode ser interpretada como correta, uma vez que a expressão dada para determinação da força resultante (embasada na lei dos cossenos) para o ângulo reto, se reduz a uma expressão equivalente ao Teorema de Pitágoras, devido ao cosseno de 90° ser igual a zero: $s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos 90^\circ \rightarrow s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot 0 \rightarrow s^2 = a^2 + b^2$. No entanto, a produção escrita produzida e apresentada por E10 não é suficiente para inferirmos que há compreensão dos conceitos físicos envolvidos no problema proposto.

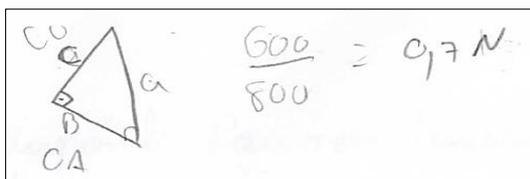
Os estudantes E1, E2, E3, E5, E6, E8 e E9 apresentaram respostas incorretas para essa segunda questão. Os estudantes E2, E3 e E6 apenas somaram as magnitudes das duas forças dadas, apresentando forma representacional aritmética, não considerada como um registro identificável por não possibilitar o reconhecimento do que ela deveria representar, que são as informações contidas em linguagem natural e em registro figural no enunciado da questão. Assim, atribuímos o erro à incompreensão do conteúdo físico envolvido e/ou interpretação do enunciado, que não permitiu a construção de um registro de representação para a situação em questão.

O estudante E9 apresentou o resultado da força resultante como a adição de duas forças opostas (mesma direção e sentidos contrários). Nesse caso, apesar de apresentar resultado diferente de E2, E3 e E6, interpretamos que também não manifestou uma representação identificável. Associamos o seu erro à incompreensão do conteúdo físico envolvido e/ou interpretação dessa segunda questão.

O estudante E8 também não apresentou um registro identificável, fazendo substituições indevidas na expressão matemática da 2ª Lei de Newton ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$), considerando a força de 600 N como a massa e a força de 800 N como a aceleração. Assim, também inferimos que seu erro está relacionado à incompreensão de conceitos físicos contemplados e/ou interpretação da questão.

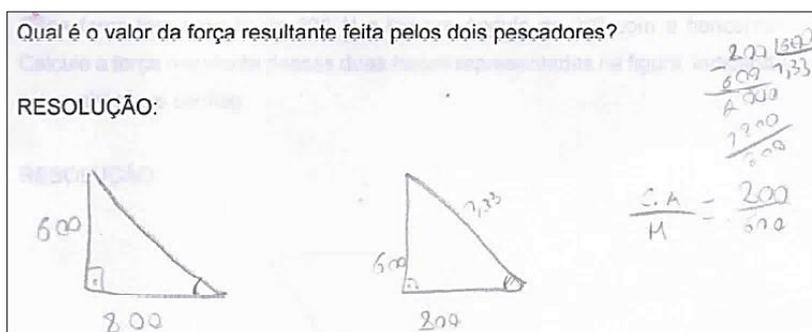
Os estudantes E1 e E5 apresentaram registros aritméticos e figurais:

Figura 17 – Registro escrito de E1 para a Questão 2



Fonte: Dos autores, 2017.

Figura 18 – Registro escrito de E5 para a Questão 2



Fonte: Dos autores, 2017.

Apesar de partir de registro na linguagem natural e de registro figural para outra figural, consideramos que foi realizada conversão parcial, pois seus registros são parcialmente representativos ao que se refere e, enquanto a figura dada no enunciado é ilustrativa, consideramos que as apresentadas por eles remetem a uma associação com conteúdo matemático (relações métricas no triângulo retângulo).

Nas resoluções de E1 e E5 inferimos que eles relacionam as forças de 600 N e 800 N, respectivamente, aos catetos oposto e adjacente do triângulo retângulo, na forma da razão trigonométrica tangente. Suas dificuldades, que conduziram aos erros apresentados, além de estar relacionada à incompreensão de conceitos físicos, também estão associadas à conceitos matemáticos, pois os estudantes não consideraram que não há informações suficientes para realizar procedimentos trigonométricos no triângulo retângulo que representaram.

Os estudantes E4 e E7 não apresentaram resposta para essa segunda questão.

A seguir apresentamos um quadro síntese dos resultados obtidos na análise da segunda questão proposta, por estudante:

Quadro 3 – Quadro síntese da análise da Questão 2, por estudante

Estudante	Resultado	RRS apresentados	Observações
E1	Incorreto	Aritmético e Figural	Realizou a conversão entre registros em linguagem natural e figural para outro registro figural, sendo seu erro associado à <u>dificuldades relativas à conhecimentos matemático e físico.</u>
E2	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E3	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E4	Em branco	-----	-----
E5	Incorreto	Aritmético e Figural	Realizou a conversão entre registros em linguagem natural e figural para outro registro figural, sendo seu erro associado à <u>dificuldades relativas à conhecimentos matemático e físico.</u>
E6	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E7	Em branco	-----	-----
E8	Incorreto	Apresentou forma representacional não	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou</u>

		identificável	<u>interpretação do problema.</u>
E9	Incorreto	Apresentou forma representacional não identificável	A dificuldade apresentada está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E10	Certo	Algébrico	Realizou parcialmente a conversão entre registros em linguagem natural e figural para o algébrico, bem como realizou a atividade de tratamento no registro algébrico, porém de maneira incorreta. Não é possível inferir se há compreensão de conceitos físicos.

Fonte: Dos autores, 2017.

4.4. SÍNTESE DOS RESULTADOS DA ANÁLISE

Para auxiliar nas discussões a respeito dos resultados obtidos com a análise dos dados de pesquisa, apresentamos um quadro que nos fornece uma visão panorâmica a respeito do desempenho de cada estudante, para cada questão analisada, em que destacamos as formas representacionais que apresentaram, bem como as dificuldades que inferimos.

Quadro 4 – Quadro geral dos resultados obtidos, por estudante

	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2
E1	Resposta incorreta	Resposta incorreta
	Apresentou forma representacional não identificável	Registros Aritmético e Figural
	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural e figural para outro registro figural, sendo seu erro associado à <u>dificuldades relativas à conhecimentos matemático e físico.</u>
E2	Resposta correta	Resposta incorreta
	Registros Algébrico e Figural/Esquemático	Apresentou forma representacional não identificável

	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural, para o figural/esquemático e o algébrico, bem como realizou corretamente a atividade de tratamento no registro algébrico. Porém, não apresentou unidade de medida no seu resultado final.	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E3	Resposta incorreta	Resposta incorreta
	Apresentou forma representacional não identificável	Apresentou forma representacional não identificável
	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E4	Em branco	Em branco
	-----	-----
	-----	-----
E5	Resposta incorreta	Resposta incorreta
	Apresentou forma representacional não identificável	Registros Aritmético e Figural
	Realizou parcialmente conversão entre registros, porém, considerando o todo, inferimos que a forma representacional não é identificável. A dificuldade está associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural e figural para outro registro figural, sendo seu erro associado à <u>dificuldades relativas à conhecimentos matemáticos.</u>
E6	Resposta incorreta	Resposta incorreta
	Registros Algébrico e Figural/Esquemático	Apresentou forma representacional não identificável
	Realizou corretamente a conversão entre registros em linguagem natural, para o figural/esquemático, porém apresentou registro algébrico não identificável, em que manifestou dificuldades associadas ao <u>tratamento matemático</u> em registro algébrico e <u>incompreensão do conteúdo</u>	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>

	<u>físico e/ou interpretação do problema.</u>	
E7	Em branco	Em branco
	-----	-----
	-----	-----
E8	Resposta incorreta	Resposta incorreta
	Apresentou forma representacional não identificável	Apresentou forma representacional não identificável
	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E9	Resposta correta	Resposta incorreta
	Registro Algébrico	Apresentou forma representacional não identificável
	Realizou parcialmente a conversão entre registros em linguagem natural para o algébrico, bem como realizou a atividade de tratamento no registro algébrico, porém não de maneira totalmente correta, o que pode ser associada a dificuldades relacionadas à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>	Dificuldade associada à <u>incompreensão do conteúdo físico e/ou interpretação do problema.</u>
E10	Em branco	Resposta incorreta
	-----	Registro Algébrico
	-----	Realizou parcialmente a conversão entre registros em linguagem natural e figural para o algébrico, bem como realizou a atividade de tratamento no registro algébrico, porém de maneira incorreta. Não é possível inferir se há compreensão de conceitos físicos.

Fonte: Dos autores, 2017.

Diante dos resultados obtidos na análise das questões 1 e 2, conforme sintetizamos no Quadro 4, inferimos que a não apresentação de uma representável identificável, ou seja, a não

apresentação de um registro de representação semiótica, está associada à *não compreensão do conteúdo físico envolvido na questão e/ou à interpretação realizada a respeito da questão proposta*. Em todos os casos em que verificamos esse tipo de inferência, as respostas são incorretas para a questão, conforme verificamos nas resoluções de E1, E3, E5 e E8 para a questão 1, e nas resoluções de E2, E3, E6, E8 e E9 para a questão 2.

Contudo, não identificamos erros associados apenas à incompreensão conceitual em Física e dificuldades de interpretação do enunciado, mas identificamos, inclusive, situações em que o estudante apresentou registro de representação semiótica e que realizou atividades de conversão entre registros distintos, inclusive entre registros multifuncionais e monofuncionais, e ainda assim, não obteve resultado correto. Nessas situações o erro esteve associado à dificuldades de tratamento de registros algébricos, ou seja, esteve associado à *dificuldades relacionadas a conhecimentos matemáticos*. Verificamos essa situação na resolução de E6 para a questão 1 e nas resoluções de E1 e E5 para a questão 2. Vale ressaltar que mesmo nos casos em que estudantes apresentaram resultados finais corretos, evidenciamos indícios de que não houve manifestação de compreensão parcial ou total de conceitos físicos, tais como, não apresentação de unidade correta de medida e utilização de procedimentos totalmente matemáticos, sem manifestar significado do resultado obtido, conforme o contexto físico em questão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Objetivando responder à problemática de pesquisa, “*Que dificuldades pertinentes a conhecimentos matemáticos e suas representações estão relacionadas à aprendizagem em Física, no que diz respeito à compreensão de composição e decomposição de forças?*”, analisamos registros escritos de dez estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, ao responderem à questões que contemplam conceitos físicos de força resultante, cujas resoluções demandam a mobilização de conhecimentos e formas representacionais da Matemática.

Devido aos resultados obtidos, optamos por apresentar os procedimentos analíticos apenas das duas primeiras questões, as quais contemplam abordagens relativas à composição de forças. Para as outras duas questões (3 e 4), que contemplam a decomposição de forças, poucos estudantes apresentaram respostas e, dentre as apresentadas, identificamos apenas dificuldades relativas à má compreensão de conceitos físicos e dificuldades de interpretação, não sendo possível realizar inferências a respeito de dificuldades relacionadas à Matemática e às atividades cognitivas pertinentes à teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009a; 2009b; 2012).

Na análise das duas primeiras questões identificamos erros obtidos devido à não ou à má compreensão dos conceitos físicos contemplados em cada questão, bem como a dificuldades de interpretação da questão proposta, que conduziram, em vários casos, à manifestação de formas representacionais não identificáveis ao registro de partida que, na primeira questão, foi dado em linguagem natural e, na segunda, foi dado em linguagem natural e registro figural.

Nas resoluções dos estudantes em que inferimos haver compreensão de conceitos físicos e do que é solicitado na questão, evidenciamos a apresentação de formas representacionais identificáveis e passíveis de realização de atividades de tratamento, conversão e coordenação, formas essas consideradas como registros de representação semiótica. Em alguns casos o estudante obteve sucesso em sua resolução a partir da conversão entre registros de representação, porém, em outros, não houve sucesso devido a dificuldades de tratamento de registros algébricos, logo, dificuldades diretamente relacionadas à conhecimentos matemáticos. E, ainda que a atividade de tratamento seja a mais simples dentre as elencadas por Duval (2009a; 2009b; 2012), ela é fundamental para um bom desempenho na aprendizagem em Física.

Reconhecemos que os objetivos pretendidos com a presente pesquisa não foram totalmente atingidos, pois para as questões envolvendo a decomposição de forças não obtivemos respostas satisfatórias que nos permitisse realizar inferências de modo a responder à problemática da presente investigação. Contudo, com os resultados obtidos a partir das questões que contemplam a composição de forças foi possível concluir que o sucesso na aprendizagem em Física não depende apenas de uma boa compreensão conceitual, mas depende também de conhecimentos satisfatórios em Matemática. E para que essas aprendizagens sejam satisfatórias, defendemos que é preciso que haja maior articulação entre essas duas disciplinas, de modo que seja reconhecido por professores que há teorias didáticas da área de Matemática que podem repercutir positivamente para o ensino e a aprendizagem em Física. Especificamente, nos referimos à teoria didática da Matemática proposta por Duval (2009a; 2009b; 2012): os Registros de Representação Semiótica.

A presente pesquisa nos fornece indícios de que elementos dessa teoria podem contribuir com o contexto educacional da Física no sentido de auxiliar professores a identificar dificuldades de aprendizagem de seus alunos que vão além de compreensão conceitual da própria Física, permitindo-o buscar estratégias para redirecionar sua ação pedagógica, bem como contribuir para que o professor reconheça a essencialidade de promover um ensino que conduza o estudante a realizar conversões e, até mesmo, coordenações entre diferentes registros, auxiliando-o a construir um conhecimento mais significativo em Física e perceber o quanto a Matemática está presente e se faz necessária nesse contexto.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. S. Atividades experimentais no ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 25, n. 2, p.176-194, 2003.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.
- BURIASCO, R. L. C.. Algumas Considerações sobre Avaliação Educacional. *Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, n.22, p. 155-178, 2000.
- DAMM, R. F. Registros de Representação. Em: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.
- D'AMORE, B. *Epistemologia e didática da matemática*. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. Em: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. 6 ed. Campinas: Papirus, 2009a.
- DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009b.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v.7, n.2, p. 266-297, 2012.
- FEYNMAN, R. P. **The Character of Physical Law**. Cambridge, MA: The MIT Press, 1985.
- KARAM, R. A. S. *Estruturação matemática do pensamento físico no ensino: uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas*. 2012. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2012.
- PIERCE, C. S. *Semiótica*. São Paulo: Perspectiva, 2000.
- PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, Florianópolis, v. 19, n.1, p. 89-109, 2002.
- POZO, J. I.; CRESPO, M. Á. G. *A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico*. 5.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- REZENDE, F.; LOPES, A. M. A.; EGG, J. M. Identificação de problemas do currículo, do ensino e da aprendizagem de Física e de Matemática a partir do discurso de professores. *Ciência&Educação*, Bauru, v. 10, n. 2, p. 185-196, 2004.

SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Os registros de representação semiótica como ferramenta didática no ensino da disciplina de Física. *Revemat*, Florianópolis, v. 6, n.1, p. 1-14, 2011.

TEIXEIRA, L. R. M. As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. Em: MORO, Maria Lúcia F.; SOARES, Maria Teresa C. (org.), *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. Curitiba: Editora da UFPR, 2005.

VERTUAN, R. E. *Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica*. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Paraná. 2007.

ANEXO A – TERMO DE ANUÊNCIA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

TERMO DE ANUÊNCIA

Declaramos para os devidos fins que estamos de acordo com a execução do projeto de pesquisa cujo tema é “**REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DE COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS NO ENSINO MÉDIO**”, desenvolvido pela professora Keila Tatiana Boni, sob a orientação do professor Dr. Luciano Carvalhais Gomes do Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, com estudantes de duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio dessa instituição.

Londrina, 20 de junho de 2017

Diretor(a) da Escola Estadual Machado de Assis – Londrina, PR

Sueli Spolador Simões de Souza
Diretora - RG 9.860.029-9
Res. 741/2016 - D.O.E. 04/03/2016

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENORES

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho(a) na pesquisa cujo tema é: **“REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DE COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS NO ENSINO MÉDIO”**, que faz parte do curso de Licenciatura em Física e é orientada pelo prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes da Universidade Estadual de Maringá. O objetivo da pesquisa é investigar, nos registros de representação semiótica apresentados por estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, as dificuldades matemáticas e de transformações de registros relacionadas à composição e decomposição de forças. Para isto a participação de seu(ua) filho(a) é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: ele(a) irá resolver problemas de Física envolvendo o conteúdo de força. Para este tipo de pesquisa, não há nenhum risco pré-estabelecido, portanto considera-se o risco mínimo para quem se submete à coleta de dados para esta investigação.

Gostaríamos de esclarecer que a participação de seu(ua) filho(a) é totalmente voluntária, podendo o(a) senhor(a): recusar-se a autorizar tal participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa ou à de seu filho(a). **Esclarecemos, também, que as informações serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade sua e a de seu(ua) filho(a), não sendo identificados em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Todas as informações serão descartadas (incineradas) pela pesquisadora após o período de 5 (cinco) anos.**

Os benefícios esperados são difundir e promover as atribuições dos registros de representação semiótica para a aprendizagem e para a identificação de dificuldades de aprendizagem na disciplina de Física.

Caso tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos, poderá nos contatar no endereço que consta neste documento.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas devidamente preenchida, assinada e entregue ao(à) senhor(a).

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e pelo(a) senhor(a), solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e pelo(a) senhor(a), como sujeito ou responsável pelo sujeito de pesquisa) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.

Eu,..... (NOME POR EXTENSO DO RESPONSÁVEL PELO MENOR) declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pela Professora Keila Tatiana Boni.

_____ Data:.....

Assinatura ou impressão datiloscópica

Campo para assentimento do sujeito menor de pesquisa (para crianças escolares e adolescentes com capacidade de leitura e compreensão):

Eu,.....(NOME POR EXTENSO DO SUJEITO DE PESQUISA) declaro que recebi todas as explicações sobre esta pesquisa e concordo em participar da mesma, desde que meu pai/mãe (responsável) concorde com esta participação.

_____ Data:.....

Assinatura ou impressão datiloscópica

Eu, KEILA TATIANA BONI, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

_____ Data:.....

Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Keila Tatiana Boni

Endereço: Rua Aparecida Turini Mendonça, 29, Jardim Quebec, Ibiporã - PR.

Telefone/e-mail: (43) 99929-4486 – keilaboni@hotmail.com

ANEXO C – INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

NOME: _____

INSTRUÇÕES:

- Resolva todas as questões da forma **mais completa possível**, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver cada questão.
- Não apague cálculos, esquemas, desenhos que utilizar na resolução da questão.
- Você pode utilizar o verso da folha se necessário.

QUESTÃO 01

Sobre um corpo de massa igual a 40 kg atuam duas forças de mesma direção e sentidos opostos, cujos módulos são 60 N e 20 N. Determine o módulo da aceleração em que esse objeto se movimentará.

RESOLUÇÃO:

QUESTÃO 02

A figura representa dois pescadores puxando um barco. O Matola puxa com uma força de módulo igual a 600 N e o Saíde puxa com uma força de módulo igual a 800 N.

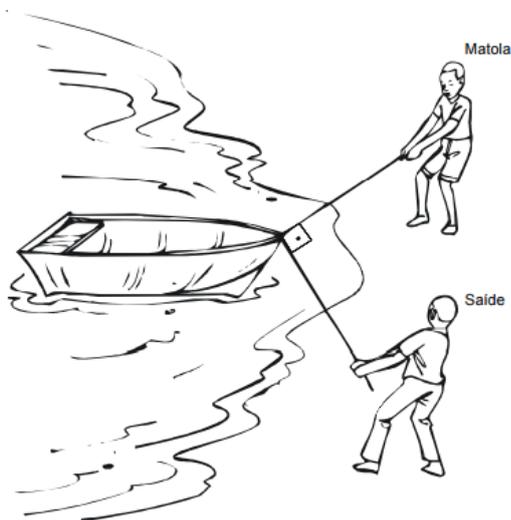


Figura 1 – Ação de duas forças ao puxar um barco

Fonte: <<http://www.mec.gov.mz/IST/IEDA/Documents/F-3-3.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2017.

Qual é o módulo da força resultante feita pelos dois pescadores?

RESOLUÇÃO:

QUESTÃO 03

Duas forças, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , atuam sobre um corpo conforme indica a Figura 1.

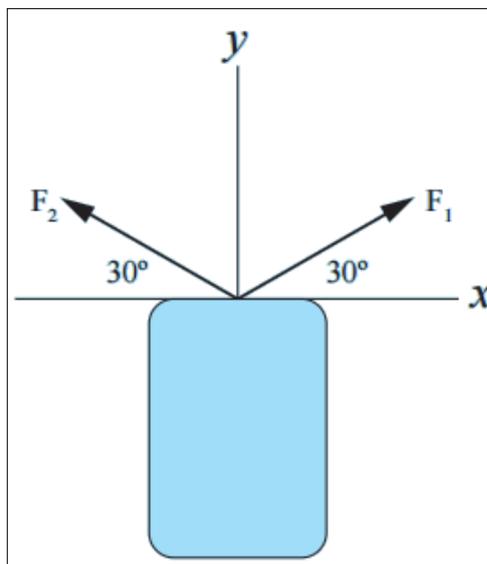


Figura 2 – Ação de duas forças, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , sobre um corpo.
Fonte: Corradi et al (2010, p. 186).

O módulo de cada força é 300 N e cada uma delas faz um ângulo de 30° com a horizontal. Calcule a força resultante dessas duas forças representadas na figura, indicando a sua direção e sentido.

RESOLUÇÃO:

QUESTÃO 04

(Adaptada – UEMS) Um corpo de massa 10 kg é abandonado do repouso num plano inclinado perfeitamente liso, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Determine o módulo da força resultante sobre o corpo (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$).

RESOLUÇÃO: