

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

VINICIUS GRANATTO CAMARGO

Análise da técnica de lente térmica com diferentes tipos de excitação laser

Maringá
2013

VINICIUS GRANATTO CAMARGO

Análise da técnica de lente térmica com diferentes tipos de excitação laser

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, sob orientação do professor Dr. Luis Carlos Malacarne.

Orientador: Prof. Dr. Luis Carlos Malacarne

Maringá
2013

VINICIUS GRANATTO CAMARGO

Análise da técnica de lente térmica com diferentes tipos de excitação laser

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Física, Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de bacharelado em Física pela comissão julgadora composta pelos membros:

COMISSÃO JULGADORA

Prof. Dr. Luis Carlos Malacarne

Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Antonio Medina Neto

Universidade Estadual de Maringá

Prof.^a Dr.^a Francielle Sato

Universidade Estadual de Maringá

Dedico este trabalho a todos que contribuíram para que eu concluísse a minha graduação. Em especial a minha família, amigos e ao meu amor.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo a minha família, por todas as formas que acharam para me ajudar a chegar até aqui. Não faltaram esforços da parte deles, e sem eles eu não sei se conseguiria.

Também sou imensamente grato ao professor Dr. Luis Carlos Malacarne, que desde o começo da minha graduação me ofereceu a oportunidade de trabalhar com ele. Por ser sempre paciente, compreensivo e por sempre mostrar disposição em me ajudar.

Ao professor Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath, por toda paciência e ajuda. Por sempre se mostrar disposto, mesmo quando não precisava.

Aos professores que me acompanharam na graduação. Em especial, aos professores Dr. Luiz Roberto Evangelista e Dr. Cesar Canesin Colucci, por em tão pouco tempo de convivência se tornarem grandes exemplos na minha vida.

Ao CNPq, pelos financiamentos dos meus projetos ao longo desses anos.

Aos meus grandes amigos Denner e Renan, que não só me ajudaram a superar os desafios impostos ao longo desses anos, mas que também, junto comigo, os experienciaram. Dois exemplos de força, determinação e amizade, que eu quero que me acompanhem pelo resto da vida. Também aos meus amigos de longa data, Ronilson, Luiz Fernando e Amanda, que me acolheram desde quando cheguei em Maringá, fazendo minha vida ser mais divertida e cheia de histórias felizes.

A Kassia, meu grande amor, que sempre esteve ao meu lado. Por toda motivação, paciência e carinho. Por todas as lições de vida que eu aprendi com você. Por seu apoio incondicional nos momentos difíceis, principalmente nas épocas de prova, quando você me ouvia lamentar. Se hoje eu cheguei aqui, foi só por causa de você.

Aquilo que não me mata, só me fortalece.

(F. NIETZSCHE)

Resumo

Diversos estudos baseados no efeito fototérmico propiciaram o desenvolvimento das técnicas fototérmicas conhecidas atualmente. Neste trabalho, abordaremos a técnica de L.T. (lente térmica), que consiste na variação do caminho óptico do laser de prova, e que está diretamente relacionada às propriedades termo-ópticas dos materiais. O estudo foi baseado no modelo de Shen [6] para a técnica de L.T. de feixes descasados, e no qual foi utilizado uma abordagem qualitativa afim de observar a variação do sinal de L.T. mediante três tipos de excitação laser para materiais de baixo coeficiente de absorção óptico. Portanto, ao final deste trabalho apresentaremos a expressão que descreve o sinal de L.T., assim como as diferenças de fase geradas na amplitude complexa do campo elétrico do feixe de prova respectivas a cada tipo de excitação, bem como simulações do comportamento do sinal de L.T. para cada uma delas.

Palavras-chave: Efeito Fototérmico. Lente Térmica. Temperatura.

Abstract

Many studies based on the thermal effect induced by light provided the development of the photothermic techniques that are known nowadays. In this work, we investigate the thermal lens (T.L.) technique, which consists of the change of the probe beam's optical path, and that is directly related with the material's thermal-optic properties. This study was based on Shen's mismatched dual-beam model for T.L. technique for low optical absorbing materials, in which three types of laser excitation is considered in the analysis of the thermal lens. Therefore, at the end of this work, we show the behaviour of the T.L. signal as well as the phase shift originated in the electric field's complex amplitude as a result of the different laser excitations.

Keywords: Photothermic effect. Thermal Lens. Temperature.

Sumário

1	A técnica de lente térmica (T.L.T.)	3
1.1	Introdução	3
1.1.1	Objetivo	6
1.1.2	Metodologia	6
2	Tratamento analítico/numérico para o sinal de L.T.	8
2.1	Modelo de L.T. de dois feixes descasados	8
2.2	Perfil de temperatura	9
2.2.1	Perfil de temperatura para o feixe gaussiano	9
2.2.2	Perfil de temperatura para o feixe gaussiano unidimensional	15
2.2.3	Perfil de temperatura para o feixe top-hat	19
2.3	Gradiente de índice de refração e diferença de fase do feixe de prova	22
2.4	A diferença de fase	25
2.4.1	A diferença de fase para o feixe gaussiano	26
2.4.2	A diferença de fase para o feixe gaussiano unidimensional	26
2.4.3	A diferença de fase para o feixe top-hat	27
2.5	A propagação do feixe de prova	27
2.5.1	A intensidade do laser de prova no fotodetector	29
3	Análise do perfil de intensidade	30
3.1	Perfil de intensidade gaussiano unidimensional	30
3.2	Perfil de intensidade gaussiano	32
3.3	Perfil de intensidade top-hat	32
3.4	Perfil de intensidade gaussiano \times top-hat	33
4	Considerações finais	34

Lista de Figuras

1.1	Esquema da primeira montagem para lente térmica [3].	4
1.2	Montagem esquemática de Grabiner <i>et al</i> da técnica de lente térmica [4].	4
1.3	Montagem esquemática de Sheldon <i>et al</i> da técnica de lente térmica [5].	5
1.4	Montagem esquemática de Shen <i>et al</i> da técnica de lente térmica [6].	6
2.1	Perfil de intensidade gaussiano.	10
2.2	Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso gaussiano.	15
2.3	Variação da temperatura em função do tempo no caso gaussiano.	15
2.4	Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso gaussiano unidimensional.	18
2.5	Variação da temperatura em função do tempo no caso gaussiano unidimensional.	19
2.6	Perfil de intensidade top-hat.	19
2.7	Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso top-hat.	22
2.8	Variação da temperatura em função do tempo no caso top-hat.	22
2.9	Esquema da geometria do elemento óptico. [2]	23
2.10	Esquema para o cálculo da amplitude complexa do campo elétrico no fotodetector. [1]	24
2.11	Distribuição da fase no plano de entrada. [1]	25
2.12	Distorção da fase no plano de entrada devido à lente térmica. [1]	25
3.1	Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação gaussiano unidimensional.	31
3.2	Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação gaussiano.	32
3.3	Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação top-hat.	33
3.4	Simulação do sinal de L.T. para o perfil de intensidade gaussiano \times top-hat	33

Capítulo 1

A técnica de lente térmica (T.L.T.)

1.1 Introdução

Processos de transformações de energia fazem parte das nossas vidas desde sempre. Um caso particular desses processos é o efeito fototérmico, que consiste na transformação de parte da energia transportada por uma onda eletromagnética em energia térmica. Dentre muitos exemplos, podemos ressaltar alguns, como quando nos aquecemos em dias frios por meio de exposição ao sol, ou quando utilizamos a mesma ideia para secar roupas. A partir deste princípio, diversos estudos foram realizados para que se pudesse alcançar o conhecimento atual dos fenômenos fototérmicos, e que propiciaram o desenvolvimento das técnicas fototérmicas.

A técnica de lente térmica, na qual a diferença de fase responsável pela distorção do laser de prova surge da variação do caminho óptico devido a deformação da área aquecida pelo feixe de excitação, da variação do índice de refração gerado pelo transiente de temperatura e de efeitos termoelásticos, está diretamente relacionada às propriedades termo-ópticas dos materiais [2]. Tendo em vista este princípio, podemos agora argumentar, que lentes térmicas são formadas quando a energia absorvida de um feixe de excitação gera um aquecimento no meio absorvedor. A distribuição de temperatura produz uma variação no caminho óptico do feixe de prova $\frac{dS}{dT}$, ou seja, uma taxa de variação do caminho óptico do feixe de prova em função da temperatura. Isto faz com que o meio atue como uma lente para o feixe. A formação destas lentes térmicas ocorrem no curto intervalo de tempo que leva para o meio entrar em equilíbrio térmico com o laser. Conforme a lente é formada, há uma variação na convergência do feixe, e uma queda ou aumento em sua intensidade na posição central do feixe. Portanto, mensurando a magnitude e dependência temporal da variação da intensidade no centro do feixe laser, por meio de um fotodetector, podemos estudar as propriedades termo-ópticas de um material [5].

Segundo Porto *et al* [3], o primeiro modelo de lente térmica, baseava-se no fato de que células líquidas absorvendo a luz proveniente de um laser Hélio-Neônio, operando em um

comprimento de onda de 6328 Angstrom, apresentavam características de lente devido ao aquecimento próximo a região de incidência do laser e ao gradiente produzido no índice de refração dos materiais. A configuração experimental inicialmente foi desenvolvida para o estudo de espectroscopia Raman em líquidos, na qual a célula contendo o líquido era posta entre a mistura de Hélio-Neônio e um dos espelhos do laser. Um esquema da montagem está representado na figura 1.1.

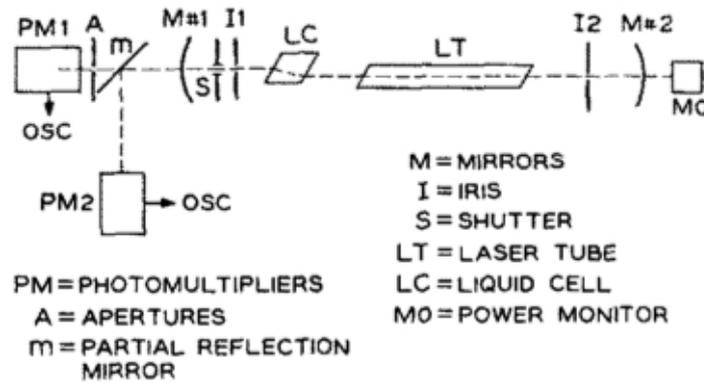


Figura 1.1: Esquema da primeira montagem para lente térmica [3].

Mais adiante, surgiram modelos utilizando mais de um laser, por exemplo, o de Grabiner *et al* [4], que consistia em dois feixes lasers se propagando através da célula, mas ela ainda permanecia dentro da cavidade, como ilustrado esquematicamente na figura 1.2. Muitos trabalhos, desde então, buscaram aprimorar a técnica.

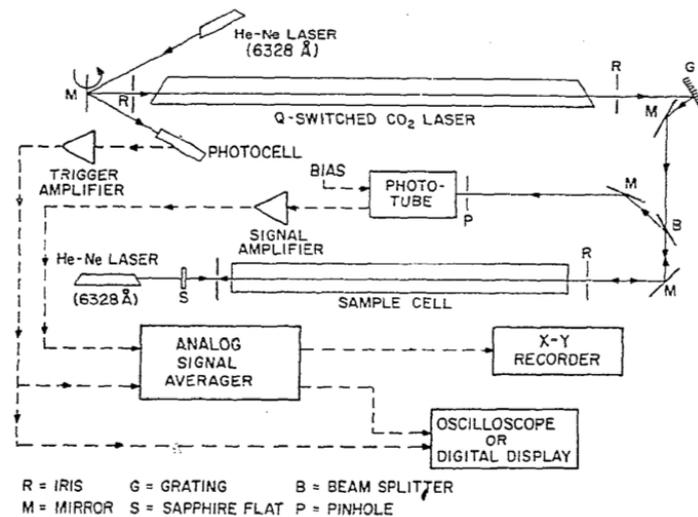


Figura 1.2: Montagem esquemática de Grabiner *et al* da técnica de lente térmica [4].

Hu e Whinnery apud Pedreira [1] constataram que a configuração com a amostra colo-

cada fora da cavidade era mais flexível e poderia resultar em medidas de absorbância mais sensíveis. A utilização de dois lasers na técnica de lente térmica a aperfeiçoou, otimizando os resultados obtidos.

De acordo com Sheldon *et al* [5], o seu modelo de lente térmica consistia em um laser operante no modo TEM_{00} , produzindo uma distribuição gaussiana de intensidade. O feixe atravessava uma lente convergente e era focalizado na origem do eixo azimutal. A amostra de comprimento L era posta a uma distância z_1 em relação a origem, ou seja, na cintura do feixe, e o fotodetector era centralizado ao feixe, posto a uma distância $z_1 + z_2$, também em relação a origem. A abertura do fotodetector era pequena se comparada ao feixe neste ponto. O efeito de lente causava uma queda na intensidade do feixe, medido no fotodetector. O modelo de Sheldon *et al* foi desenvolvido para o caso de um único feixe, ou para experimentos de dois feixes casados [6]. Um esquema deste modelo é apresentado na figura 1.3.

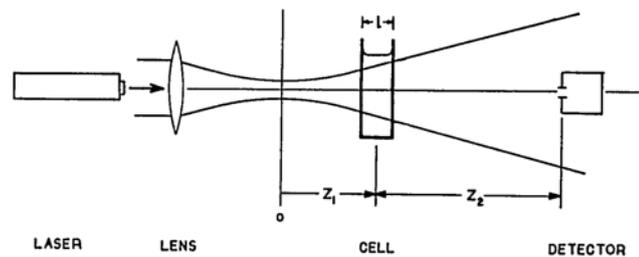


Figura 1.3: Montagem esquemática de Sheldon *et al* da técnica de lente térmica [5].

Por fim, Shen *et al* [6] propuseram o modelo teórico para o caso de dois feixes descasados (ou seja, o raio do feixe de excitação e o raio do feixe de prova sendo diferentes) no caso estacionário ou resolvido no tempo. No modelo descasado de Shen *et al*, um feixe gaussiano TEM_{00} iluminava uma amostra de baixa absorção gerando o efeito de lente térmica. Um outro feixe gaussiano TEM_{00} , de intensidade mais fraca se comparado ao feixe excitação (para que este não viesse a gerar efeitos de lente térmica) e colinear a ele incidia na amostra afim de testá-la, conforme representado na figura 1.4. No modo descasado, a amostra é colocada na cintura do feixe de excitação, onde sua densidade de potência é máxima. Experimentalmente pode-se utilizar os dois feixes levemente inclinados entre si no plano horizontal afim de reduzir a quantidade de elementos ópticos e facilitar o alinhamento [1].

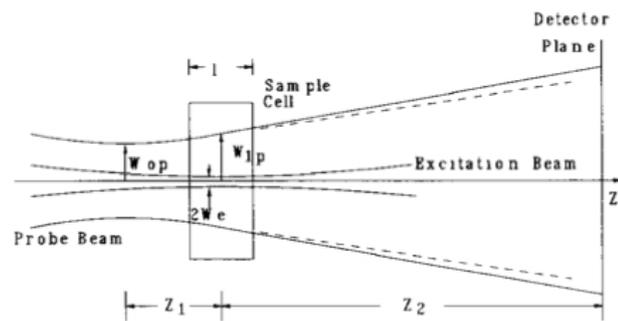


Figura 1.4: Montagem esquemática de Shen *et al* da técnica de lente térmica [6].

1.1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é analisar a técnica de lente térmica com diferentes perfis de excitação, o que é de extrema importância para o grupo de estudos de fenômenos fototérmicos (GEFF) presente na Universidade Estadual de Maringá. O modelo estudado será o resolvido no tempo e de feixes descasados, ou seja, o feixe de excitação e o de prova não possuem o mesmo raio na amostra. Mais duas considerações serão feitas: os modelos estudados aqui, tratarão apenas casos de baixa absorção óptica e as dimensões da amostra concordarão com o modelo de disco fino, no qual a espessura da amostra é muito menor que o raio da região perturbada. Apesar desta aproximação ser muito limitada para o caso de amostras sólidas [2], assumiremos ser válida para os nossos propósitos. Isto pelo fato de que o objetivo deste trabalho é observar a variação do sinal de lente térmica para diferentes fontes de excitação e não obter valores absolutos de propriedades físicas de materiais.

1.1.2 Metodologia

Diversos fatores influenciam no processo de modelagem do sinal de lente térmica: a excitação óptica, o relaxamento do estado excitado, a variação do índice de refração, etc [1]. Ou seja, é necessário ter um profundo entendimento do comportamento do feixe laser e de como ele interagirá com a matéria. Neste trabalho, essa análise será feita a partir de diferentes tipos de excitação, em especial, serão considerados três tipos de perfis: perfil gaussiano, perfil gaussiano unidimensional e perfil "top-hat".

Nos casos que serão tratados a seguir, algumas considerações serão feitas afim de facilitar o nosso problema:

1. Neste trabalho, só será estudado o modelo de baixa absorção óptica.

2. O estudo será realizado sobre a consideração de que a amostra é semi-infinita, ou seja, o raio da amostra é muito maior do que o raio do feixe de excitação ou do feixe de prova na amostra.
3. Assumiremos que o fluxo de calor entre o meio e a amostra é nulo.

A condição 1, como veremos mais claramente adiante, nos diz que a potência absorvida do laser de excitação pode ser considerada uniforme ao longo da amostra, pois ela é pouco absorvente. As condições 2 e 3 nos levam as condições de contorno $T(\infty, t) = 0$ e $\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$.

Capítulo 2

Tratamento analítico/numérico para o sinal de L.T.

No modelo teórico da T.L.T, primeiro resolvemos a equação de difusão, que nos fornece a descrição do perfil de temperatura da amostra gerado por meio do laser de excitação. É importante conhecermos o perfil de temperatura da amostra, porque ele se faz necessário na obtenção do perfil de índice de refração dependente do tempo. A análise do sinal de L.T. se dá por meio da interação do feixe de prova, com o perfil de gradiente de índice de refração obtido. Esta interação se dá diferente em cada um dos modelos da T.L.T citados brevemente na seção 1.1. O modelo de Shen *et al* [6], para o caso de dois feixes descasados, é mais sensível que o modelo de dois feixes casados ou o de um feixe único. O modelo considera a natureza aberrante da lente térmica, como no caso do modelo de Sheldon *et al* [5], mas ele é mais genérico, podendo ser ajustado para o caso de dois feixes casados ou feixe único.

2.1 Modelo de L.T. de dois feixes descasados

No modelo de dois feixes descasado, ilustrado na figura 1.4, um feixe ilumina uma amostra fracamente absorvedora. O feixe de prova que é colinear com feixe de excitação, incide na amostra para prová-la. A posição da cintura do feixe de prova é tomada como sendo a origem do eixo Z. A amostra de comprimento l é colocada a uma distância Z_1 , e o fotodetector a uma distância $Z_1 + Z_2$. O raio da cintura do feixe de prova é ω_{0p} , e o raio do feixe de excitação e do feixe prova na amostra é, respectivamente, ω_e e ω_{1p} [6].

Algumas considerações devem ser feitas neste modelo:

1. O comprimento da amostra é pequeno se comparado à menor das duas distâncias con-focais dos feixes, para garantir que o diâmetro do feixe seja constante no interior da amostra.

2. As dimensões da amostra são largas se comparadas com o raio do feixe de excitação na amostra ω_e , para evitar efeitos de borda.
3. A potência absorvida pela amostra é baixa, para que nenhum efeito de convecção seja induzido (no caso de amostras líquidas).
4. A potência do feixe de prova deve ser pequena se comparada a do feixe de excitação.
5. A amostra deve ser homogênea.

2.2 Perfil de temperatura

Para determinar a diferença de fase do feixe de prova, precisamos antes determinar como é a distribuição de temperatura na amostra analisada. A partir da equação de difusão, podemos determinar o perfil de temperatura, mas como cada tipo de excitação gera um tipo diferente de termo de fonte, apresentaremos a seguir a solução para a equação de difusão para cada um dos casos separadamente.

2.2.1 Perfil de temperatura para o feixe gaussiano

O primeiro caso tratado será o perfil gaussiano. No caso de um feixe gaussiano, a intensidade do feixe é dada pela seguinte expressão:

$$I(r, z) = I_0 \exp \left[-2 \frac{r^2}{\omega_{0e}^2} \right],$$

ou seja, o perfil gaussiano tem seu pico centrado na origem e decresce monotonicamente com r crescente. Como pode ser ilustrado na figura 2.1, a seguir.

A equação de difusão pode ser escrita em coordenadas cilíndricas, como:

$$c \rho \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - k \nabla^2 T(r, z, t) = Q(r, z), \quad (2.1)$$

na qual c , ρ e k são respectivamente o calor específico, a densidade e a condutividade térmica do material, e sendo o laplaciano em coordenadas cilíndricas dado por (considerando uma simetria radial ao longo do ângulo θ):

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

A variação de intensidade do feixe de excitação ao atravessar a amostra é descrita como [1]:

$$\Delta I(r) = I_e(r) - I_s(r) \approx I_e(r) \beta l,$$

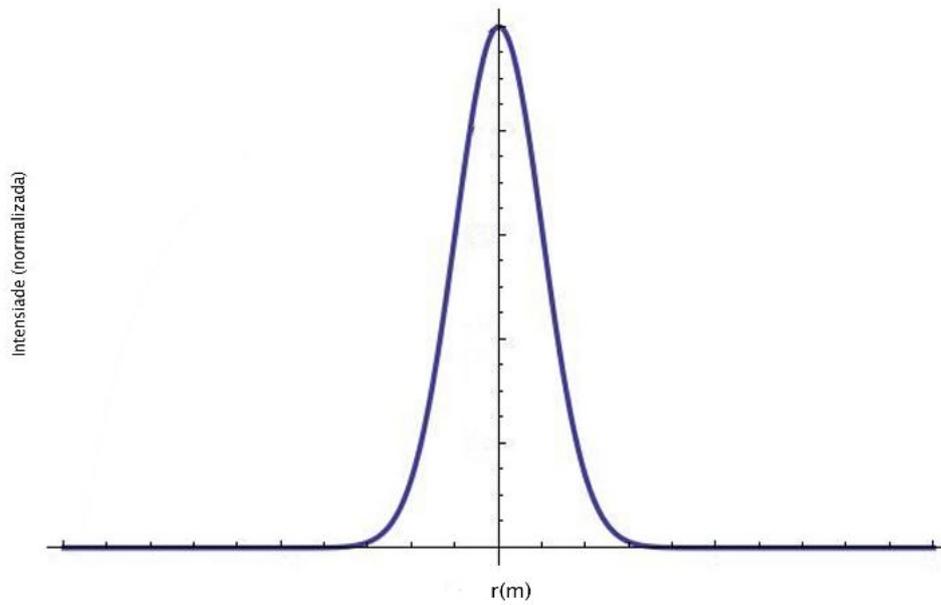


Figura 2.1: Perfil de intensidade gaussiano.

sendo $I_e(r)$ e $I_s(r)$, respectivamente a intensidade do feixe excitação ao incidir e ao sair da amostra, β é o coeficiente de absorção óptica e l a espessura da amostra. Assim, podemos determinar a parte radial do termo de fonte devido à um feixe de excitação TEM₀₀ gaussiano, que é dado por:

$$Q(r) = \frac{\Delta I(r)}{l} = I_e(r) \beta,$$

e como a intensidade deste tipo de excitação pode ser escrita como:

$$I_e(r) = \frac{2P_e}{\pi\omega_{0e}^2} \exp(-2r^2/\omega_{0e}^2),$$

com P_e , ω_{0e} sendo, respectivamente, a potência e o raio do laser de excitação. Obtemos que:

$$Q(r) = \frac{2P_e\beta}{\pi\omega_{0e}^2} \exp(-2r^2/\omega_{0e}^2). \quad (2.2)$$

Supomos aqui, que toda a energia absorvida é convertida em calor. Se o efeito de luminescência estiver associado ao processo, um fator

$$1 - \eta\lambda_e / \langle \lambda_{em} \rangle,$$

deverá ser acrescentado à equação acima, ou seja,

$$Q(r) = \frac{2P_e\beta}{\pi\omega_{0e}^2} (1 - \eta\lambda_e / \langle \lambda_{em} \rangle) \exp(-2r^2/\omega_{0e}^2), \quad (2.3)$$

com η , λ_e e $\langle \lambda_{em} \rangle$ sendo a eficiência quântica, o comprimento de onda do feixe de excitação e o comprimento de onda médio de luminescência, respectivamente. Este fator representa a

taxa de energia que é convertida em calor.

Podemos reescrever a equação de difusão da seguinte forma:

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - D \nabla^2 T(r, z, t) = f(r, z), \quad (2.4)$$

com

$$f(r, z) = \frac{Q(r, z)}{c\rho} = Q_{0g} Q(z) \exp(-2r^2/\omega_{0e}^2), \quad (2.5)$$

$$Q_{0g} = \frac{2P_e \beta}{c\rho\pi\omega_{0e}^2},$$

e

$$D = \frac{k}{c\rho}. \quad (2.6)$$

A constante D é a difusividade térmica do material. E assim, para determinarmos a solução da equação 2.4, utilizaremos o método das transformadas [9].

Transformada de Laplace

A transformada de Laplace será aplicada na variável temporal t , já que as condições iniciais propostas simplificam nosso problema no espaço de Laplace ($t \rightarrow s$). A transformada de Laplace é definida como [9]:

$$\mathcal{L}[T(r, z, t)] = T(r, z, s) = \int_0^\infty T(r, z, t) \exp(-st) dt. \quad (2.7)$$

Ao aplicarmos a transformada nos termos da equação 2.4, usando que $\mathcal{L}\left[\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t}\right] = sT(r, z, s) - T(r, z, 0) = sT(r, z, s)$, e $\mathcal{L}[f(r, z)] = \frac{f(r, z)}{s}$, obtemos que a equação 2.4 no espaço de Laplace, é dada por:

$$sT(r, z, s) - D(\nabla^2)_r T(r, z, s) - D(\nabla^2)_z T(r, z, s) = \frac{f(r, z)}{s}, \quad (2.8)$$

na qual $(\nabla^2)_r$ e $(\nabla^2)_z$ são, respectivamente, a parte radial e azimutal do laplaciano em coordenadas cilíndricas.

Transformada de Hankel

A transformada de Hankel é definida como [7]:

$$\mathcal{H}[T(r, z, s)] = T(\alpha, z, s) = \int_0^\infty T(r, z, s) J_0(\alpha r) r dr, \quad (2.9)$$

e como evidenciado pela expressão acima, a transformada é aplicada na coordenada radial para escrevermos a temperatura no espaço de Hankel ($r \rightarrow \alpha$). Logo, aplicando a transformada de Hankel na equação 2.8, vemos que:

$$\mathcal{H} \left[\frac{\partial^2 T(r, z, s)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, s)}{\partial r} \right] = -\alpha^2 T(\alpha, z, s)$$

e

$$\mathcal{H} \left[\frac{f(r, z)}{s} \right] = \frac{f(\alpha, z)}{s}.$$

Utilizando os resultados acima, obtemos que a equação de difusão no espaço de Hankel, pode ser escrita de uma maneira mais simplificada como:

$$sT(\alpha, z, s) + D\alpha^2 T(\alpha, z, s) - D \frac{\partial^2 T(\alpha, z, s)}{\partial z^2} = \frac{f(\alpha, z)}{s}. \quad (2.10)$$

Temos, ainda, que aplicar a transformada de Hankel na expressão do termo de fonte, que é dado pela equação 2.5. Portanto, temos:

$$\mathcal{H}[f(r)] = f(\alpha) = \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left(-\frac{1}{8} \alpha^2 \omega_{0e}^2\right),$$

ou seja,

$$f(\alpha, z) = Q_{0g} Q(z) \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left(-\frac{1}{8} \alpha^2 \omega_{0e}^2\right). \quad (2.11)$$

Transformada cosseno de Fourier

Por continuidade, aplicamos a transformada cosseno de Fourier na equação 2.10. Por fim, podemos obter uma expressão para a temperatura no espaço de Fourier ($z \rightarrow \lambda$), e escrever $T(\alpha, \lambda, s)$. O fato de escolhermos a transformada cosseno de Fourier é devido a condição de fluxo nulo facilitar as contas. A transformada cosseno de Fourier, pode ser definida como [9]:

$$\mathcal{F}_c [T(\alpha, z, s)] = T(\alpha, \lambda, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(\alpha, z, s) \cos(\lambda z) dz. \quad (2.12)$$

Portanto, aplicando a transformada cosseno de Fourier na equação 2.10, obtemos

$$\mathcal{F}_c \left[\frac{\partial^2 T(\alpha, z, s)}{\partial z^2} \right] = -\lambda^2 T(\alpha, \lambda, s) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\partial T(\alpha, \lambda, s)}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\lambda^2 T(\alpha, \lambda, s).$$

Podemos agora, escrever a equação de difusão como:

$$sT(\alpha, \lambda, s) + D(\alpha^2 + \lambda^2)T(\alpha, \lambda, s) = \frac{f(\alpha, \lambda)}{s}, \quad (2.13)$$

ou

$$T(\alpha, \lambda, s) = \frac{Q_{0g} Q(\lambda) Q(\alpha)}{s[s + D(\alpha^2 + \lambda^2)]}, \quad (2.14)$$

A expressão 2.14 é a solução para a equação de difusão no espaço das transformadas.

Como estamos tratando do modelo de baixa absorção, a parte azimutal do termo de fonte é descrita por:

$$Q(z) = 1,$$

portanto,

$$\mathcal{F}_c[Q(z)] = Q(\lambda) = \sqrt{2\pi}\delta(\lambda). \quad (2.15)$$

O próximo passo é retornar a expressão 2.14 aos parâmetros originais, ou seja, $(\alpha, \lambda, s) \rightarrow (r, z, t)$. Para isso, utilizaremos as transformadas inversas associadas a cada parâmetro.

Transformada inversa de Laplace

Aplicando a transformada inversa de Laplace na expressão 2.14, obtemos que:

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{Q_{0g} Q(\lambda) Q(\alpha)}{s[s+D(\alpha^2+\lambda^2)]} \right] = Q_{0g} Q(\lambda) Q(\alpha) \left\{ \frac{1-\exp[-D(\alpha^2+\lambda^2)t]}{D(\alpha^2+\lambda^2)} \right\},$$

mas, a expressão acima pode ser simplificada, se a reescrevermos da seguinte forma:

$$\frac{1-\exp[-D(\alpha^2+\lambda^2)t]}{D(\alpha^2+\lambda^2)} = \int_0^t \exp[-D(\alpha^2+\lambda^2)\tau] d\tau.$$

Assim, a expressão da temperatura no espaço (α, λ, t) , fica:

$$T(\alpha, \lambda, t) = \int_0^t Q_{0g} Q(\lambda) Q(\alpha) \exp[-D(\alpha^2+\lambda^2)\tau] d\tau. \quad (2.16)$$

Transformada inversa de Hankel

Antes de utilizarmos a transformada inversa de Fourier, faremos a transformada inversa de Hankel. A qual é definida como [7]:

$$\mathcal{H}^{-1}[T(\alpha, \lambda, t)] = T(r, \lambda, t) = \int_0^\infty T(\alpha, \lambda, t) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha. \quad (2.17)$$

Substituindo a parte radial do termo de fonte, dada por:

$$Q(\alpha) = \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp(-\frac{1}{8}\alpha^2\omega_{0e}^2),$$

na equação 2.16, e em seguida aplicando a transformada de Hankel na mesma, obtemos a expressão da temperatura no espaço (r, λ, t) ,

$$T(r, \lambda, t) = Q_{0g} \int_0^t \frac{\omega_{0e}^2 \exp\left(-D\lambda^2\tau - \frac{2r^2}{8D\tau + \omega_{0e}^2}\right)}{8D\tau + \omega_{0e}^2} Q(\lambda) d\tau.$$

A expressão acima, pode ser simplificada se adotarmos

$$D = \frac{\omega_{0e}^2}{4t_c}, \quad (2.18)$$

com t_c sendo o tempo característico de formação da lente térmica na amostra.

Portanto, concluímos que a temperatura, ainda no espaço de Fourier, pode ser escrita como:

$$T(r, \lambda, t) = Q_{0g} \int_0^t \frac{Q(\lambda) \exp\left(-\frac{\omega_{0e}^2 \lambda^2 \tau}{4t_c} - \frac{2r^2/\omega_{0e}^2}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{1+2\frac{\tau}{t_c}} d\tau \quad (2.19)$$

Transformada inversa de Fourier

A transformada inversa de Fourier cosseno é definida como [9]:

$$\mathcal{F}_c^{-1} [T(\alpha, \lambda, t)] = T(\alpha, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(\alpha, \lambda, t) \cos(\lambda z) d\lambda. \quad (2.20)$$

Substituindo a expressão 2.15 na equação 2.19, e aplicando a transformada inversa de Fourier, determinamos por fim que, para o caso de baixa absorção óptica com aproximação de fluxo nulo, o calor apresenta somente uma difusão radial, ou seja a expressão da temperatura depende somente da coordenada r :

$$T(r, t) = Q_{0g} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{2r^2/\omega_{0e}^2}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{1+2\frac{\tau}{t_c}} d\tau. \quad (2.21)$$

A equação 2.21, nos fornece a distribuição de temperatura em uma amostra no caso de baixa absorção com excitação gaussiana. É importante ressaltar que o caso de baixa absorção, que é um caso particular da lei de Beer, não depende da coordenada azimutal. Utilizando a equação 2.21, podemos simular a variação de temperatura na amostra em função do raio da amostra e em função do tempo¹:

¹Os parâmetros utilizados para a construção dos gráficos de $T \times r$ e $T \times t$ são apresentados na tabela contida no capítulo 3.

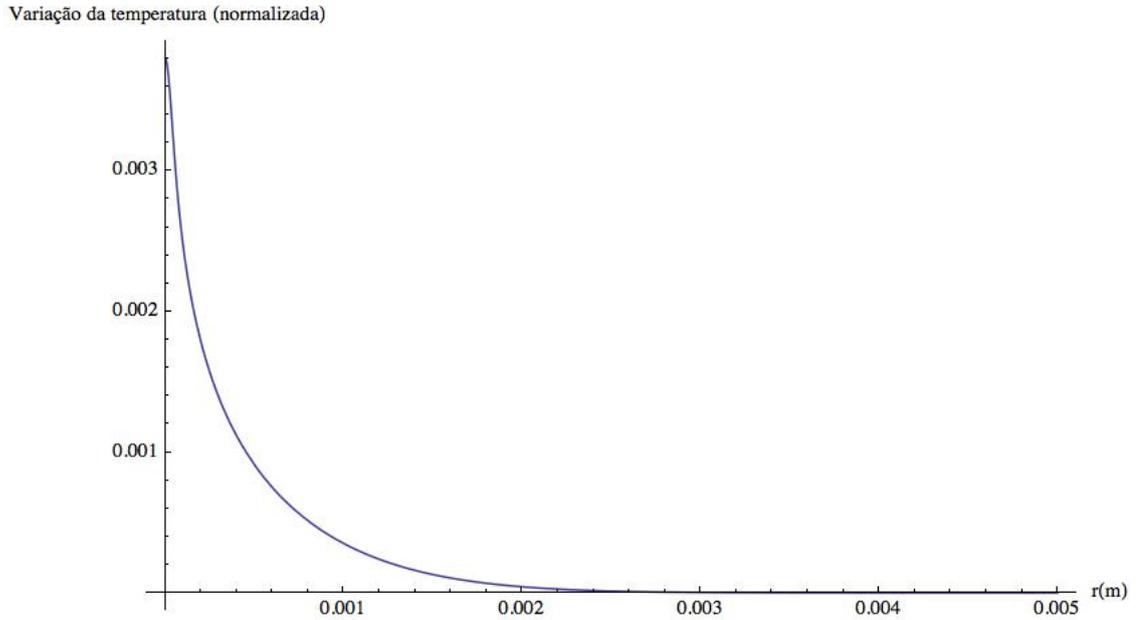


Figura 2.2: Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso gaussiano.

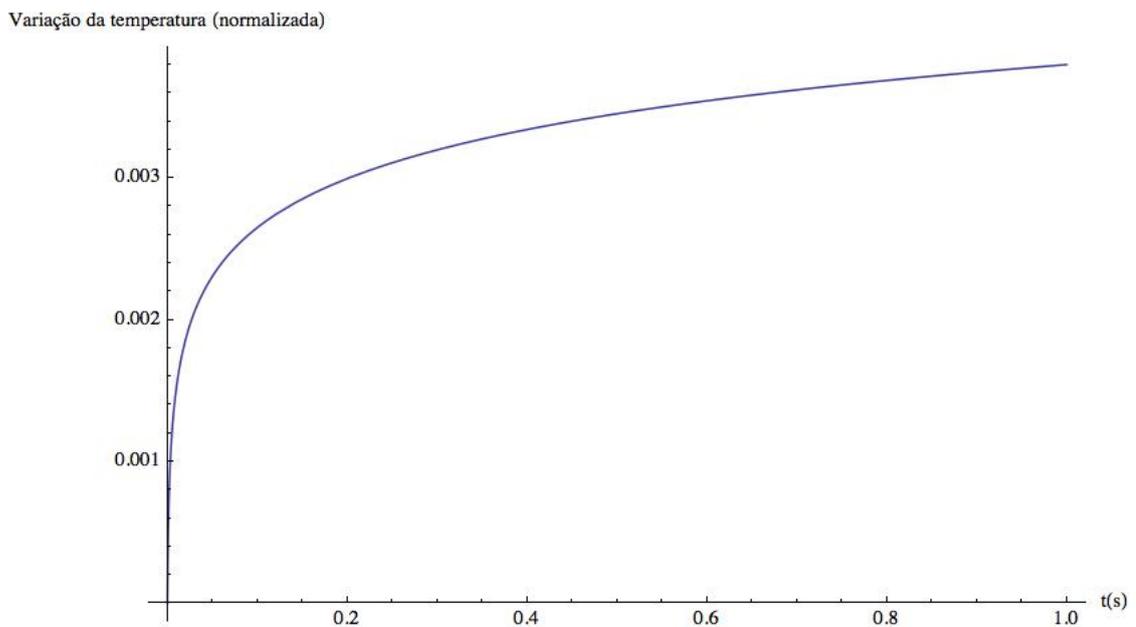


Figura 2.3: Variação da temperatura em função do tempo no caso gaussiano.

2.2.2 Perfil de temperatura para o feixe gaussiano unidimensional

Assim como tratamos o perfil gaussiano na seção anterior, vamos novamente analisar o perfil de temperatura em uma amostra de baixa absorção óptica, mas agora analisaremos uma excitação unidimensional, ou seja, o perfil de intensidade contínua gaussiano, mas somente em uma das coordenadas, por exemplo, na coordenada x . Precisamos determinar a solução para a equação de difusão, escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = f(x), \quad (2.22)$$

com

$$f(x) = Q_{0u} \exp\left(\frac{-2x^2}{\omega_{0e}^2}\right)$$

e

$$Q_{0u} = Q_{0g}$$

E mais uma vez, utilizaremos o método de transformadas para determinar a solução da equação 2.22.

Transformada de Laplace

Por meio da definição para a transformada de Laplace dada por 2.7, temos que:

$$\mathcal{L} \left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \right] = sT(x,s) - T(x,0) = sT(x,s),$$

e

$$\mathcal{L} \left[Q_{0u} \exp\left(\frac{-2x^2}{\omega_{0e}^2}\right) \right] = \frac{Q_{0u} \exp\left(\frac{-2x^2}{\omega_{0e}^2}\right)}{s}.$$

Logo, podemos reescrever a equação 2.22 no espaço de Laplace ($t \rightarrow s$), como:

$$sT(x,s) + D \frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} = \frac{f(x)}{s}. \quad (2.23)$$

Transformada de Fourier

No caso unidimensional, que é um caso bem mais simples que o anterior, utilizaremos a transformada de Fourier, que pode ser definida como [9]:

$$\mathcal{F} [T(x,s)] = T(\lambda,s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(x,s) \exp(i\lambda x) dx. \quad (2.24)$$

Utilizando 2.24 na equação 2.23, vemos que:

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} \right] = -\lambda^2 T(\lambda,s),$$

e

$$\mathcal{F} \left[\frac{Q_{0u} \exp\left(\frac{-2x^2}{\omega_{0e}^2}\right)}{s} \right] = \frac{Q_{0u} \exp\left(-\frac{1}{8}\lambda^2 \omega_{0e}^2\right)}{2s \sqrt{1/\omega_{0e}^2}}.$$

Logo, a equação de difusão no espaço de Fourier ($x \rightarrow \lambda$) é escrita da seguinte forma:

$$sT(\lambda,s) + D\lambda^2 T(\lambda,s) = f(\lambda), \quad (2.25)$$

com

$$f(\lambda) = \frac{Q_{0u} \exp(-\frac{1}{8}\lambda^2 \omega_{0e}^2)}{2s \sqrt{1/\omega_{0e}^2}}. \quad (2.26)$$

Desta forma a expressão para a variação da temperatura no espaço das transformadas é dada por:

$$T(\lambda, s) = \frac{f(\lambda)}{s(s + D\lambda^2)}. \quad (2.27)$$

Transformada inversa de Laplace

Agora que obtivemos a expressão para a temperatura no espaço das transformadas, podemos obter a distribuição da temperatura utilizando as transformadas inversas, como no caso gaussiano, para determinar a variação da temperatura no espaço dos parâmetros originais.

Vamos iniciar fazendo a transformada inversa de Laplace. Aplicando-a na equação 2.27, obtemos:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{f(\lambda)}{s(s+D\lambda^2)}\right] = \frac{\exp\left(-\frac{1}{8}\lambda^2 \omega_{0e}^2\right)}{2s \sqrt{1/\omega_{0e}^2}} \left(\frac{1-\exp(-Dt\lambda^2)}{D\lambda^2}\right),$$

ou, de uma forma simplificada,

$$\frac{1-\exp(-Dt\lambda^2)}{D\lambda^2} = \int_0^t \exp(-D\lambda^2 \tau) d\tau.$$

Desta forma, obtemos:

$$T(\lambda, t) = Q_{0u} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{1}{8}\lambda^2 \omega_{0e}^2\right)}{2s \sqrt{1/\omega_{0e}^2}} \exp(-D\lambda^2 \tau) d\tau. \quad (2.28)$$

A expressão 2.28 nos fornece a distribuição de temperatura no espaço de Fourier em função do tempo.

Transformada inversa de Fourier

O último passo é aplicar a transformada inversa de Fourier na equação 2.28, para enfim, obtermos a expressão para a variação da temperatura nos parâmetros originais. A transformada inversa de Fourier é definida como [9]:

$$\mathcal{F}^{-1}[T(\lambda, t)] = T(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} T(\lambda, t) \exp(-i\lambda x) d\lambda. \quad (2.29)$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier na equação 2.28, obtemos:

$$\mathcal{F}^{-1} \left[\frac{\exp\left(-\frac{1}{8}\lambda^2 \omega_{0e}^2\right)}{2s\sqrt{1/\omega_{0e}^2}} \exp(-D\lambda^2 \tau) \right] = \frac{\exp\left(-\frac{2x^2}{8D\tau + \omega_{0e}^2}\right)}{\sqrt{\frac{8D\tau + \omega_{0e}^2}{\omega_{0e}^2}}}.$$

Concluimos então, que a expressão para a variação da temperatura no caso de excitação gaussiana unidimensional, pode ser escrita como:

$$T(x, t) = Q_{0u} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{2x^2}{8D\tau + \omega_{0e}^2}\right)}{\sqrt{\frac{8D\tau + \omega_{0e}^2}{\omega_{0e}^2}}} d\tau, \quad (2.30)$$

que pode ser reescrita utilizando a definição 2.18, como:

$$T(x, t) = Q_{0u} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{2x^2/\omega_{0e}^2}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{\sqrt{1+2\frac{\tau}{t_c}}} d\tau. \quad (2.31)$$

A expressão 2.31 foi utilizada para simular a variação da temperatura em função da coordenada x e em função do tempo no caso da excitação gaussiana unidimensional²:

Variação da temperatura (normalizada)

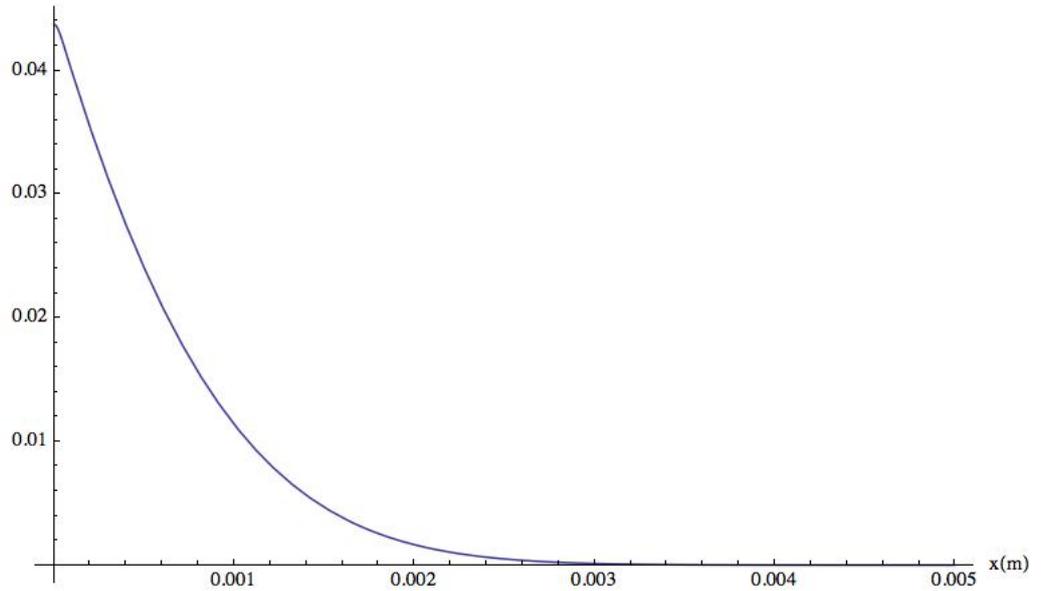


Figura 2.4: Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso gaussiano unidimensional.

²Os parâmetros utilizados para a construção dos gráficos de $T \times r$ e $T \times t$ são apresentados na tabela contida no capítulo 3.

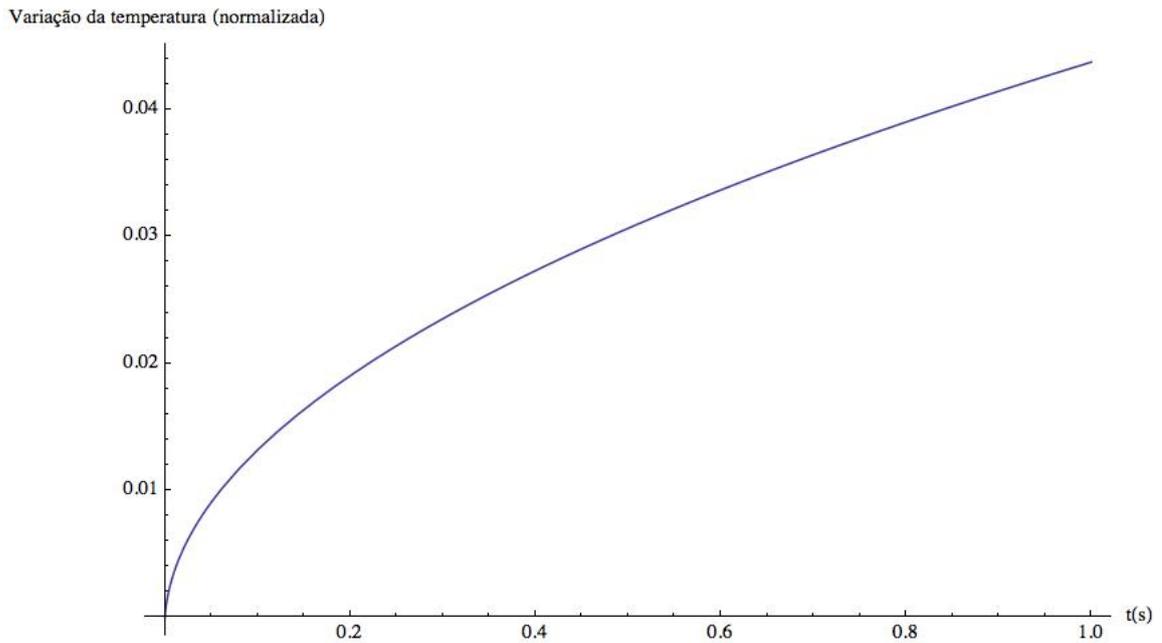


Figura 2.5: Variação da temperatura em função do tempo no caso gaussiano unidimensional.

2.2.3 Perfil de temperatura para o feixe top-hat

O último caso tratado neste trabalho será a excitação do tipo top-hat. Podemos ilustrá-lo como na figura 2.6, na qual vemos que sua intensidade só pode ser máxima ou mínima, dependendo da região observada.

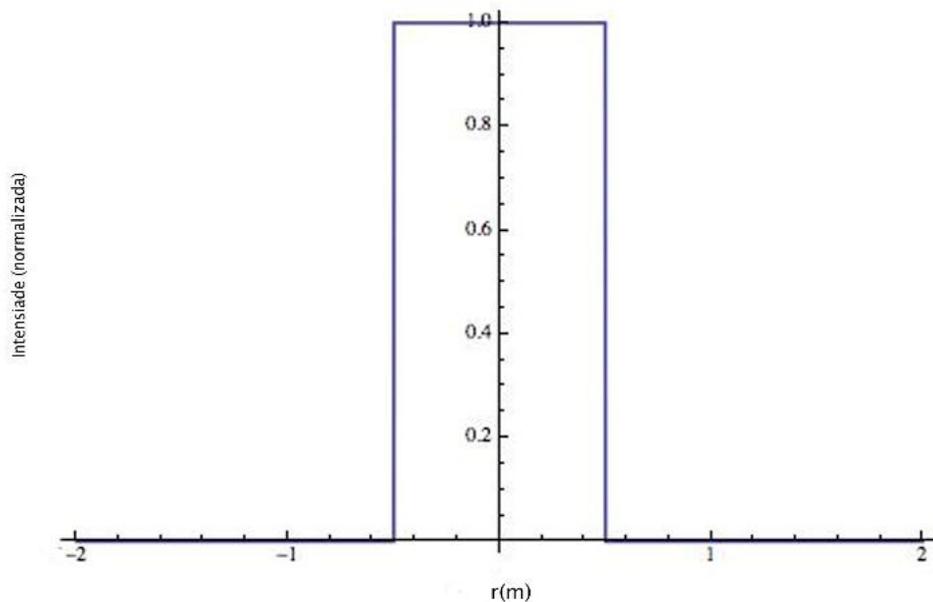


Figura 2.6: Perfil de intensidade top-hat.

Mais uma vez, nosso objetivo é determinar a distribuição de temperatura gerada pela

excitação top-hat. Para esta excitação, temos que [7]:

$$f(r, z) = \frac{P_e \beta}{\rho c \pi \omega_{0e}^2} U(\omega_{0e} - r) Q(z), \quad (2.32)$$

com $U(\omega_{0e} - r)$ sendo a função degrau unitário³. Novamente, fizemos a suposição de que toda energia absorvida é convertida em calor, caso contrário, deveríamos acrescentar o fator, já apresentado anteriormente, para a taxa de energia convertida em calor, na equação anterior.

Utilizaremos novamente a equação 2.4, que é a equação de difusão em coordenadas cilíndricas,

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - D \nabla^2 T(r, z, t) = f(r, z),$$

e o método de solução utilizado até agora, para determinar o perfil de temperatura. O método de se resolver o perfil top-hat é muito semelhante ao do perfil gaussiano, de modo que se trabalharmos analogamente a seção 2.2.1, utilizando as transformadas de Laplace (2.7), Fourier cosseno (2.12) e Hankel (2.9), na equação de difusão, obteremos novamente:

$$T(\alpha, \lambda, s) = \frac{Q_{0r} Q(\lambda) Q(\alpha)}{s [s + D(\alpha^2 + \lambda^2)]},$$

ou, podemos escrever, utilizando o resultado apresentado na equação 2.16,

$$T(\alpha, \lambda, t) = \int_0^t Q_{0r} Q(\lambda) Q(\alpha) \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] d\tau,$$

no caso de já escrevermos a variação da temperatura no espaço do tempo.

Transformada inversa de Fourier cosseno

Se aplicarmos a transformada inversa de Fourier cosseno 2.20, na última expressão apresentada para a variação temperatura, e utilizarmos a equação 2.15, obtemos:

$$T(\alpha, z, t) = \frac{Q_{0r} Q(\alpha)}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2\pi} \delta(\lambda) \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] \cos(\lambda z) d\lambda d\tau, \quad (2.33)$$

ou

$$T(\alpha, t) = Q_{0r} Q(\alpha) \int_0^t \exp\left(-\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2 \tau}{4t_c}\right) d\tau, \quad (2.34)$$

na qual já adotamos a definição 2.18.

Resolvendo a integral acima, podemos também reescrevê-la, como:

$$T(\alpha, t) = Q_{0r} Q(\alpha) \frac{4t_c}{\alpha^2 \omega_{0e}^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t \alpha^2 \omega_{0e}^2}{4t_c}\right)\right]. \quad (2.35)$$

³A função degrau unitário assume o valor zero, caso o argumento da função seja negativo, e valor um, caso contrário.

Transformada de Hankel

As poucas diferenças entre o tratamento dado ao perfil gaussiano e o perfil top-hat, está na parte radial do termo de fonte (equação 2.32). Antes que possamos dar continuidade na obtenção da distribuição da temperatura, precisamos aplicar a transformada de Hankel, equação 2.9, a equação 2.32, para analisar o seu comportamento no espaço de Hankel. Utilizando então, a equação 2.9 em 2.32, determinamos que a parte radial do termo de fonte no espaço de Hankel é:

$$\mathcal{H}[Q(r)] = Q(\alpha) = \frac{\omega_{0e} J_1(\alpha \omega_{0e})}{\alpha}. \quad (2.36)$$

Transformada inversa de Hankel

Por fim, utilizamos a definição 2.17 que nos fornece a expressão para a transformada inversa de Hankel, podemos determinar o perfil de temperatura para a excitação top-hat. Aplicando 2.17 em 2.35, e utilizando o resultado obtido para a parte radial do termo de fonte, 2.36, obtemos:

$$T(r, t) = Q_{0t} \int_0^\infty \frac{4t_c}{\alpha^2 \omega_{0e}} \left[1 - \exp\left(-\frac{t \alpha^2 \omega_{0e}^2}{4t_c}\right) \right] J_0(\alpha r) J_1(\alpha \omega_{0e}) d\alpha. \quad (2.37)$$

A expressão anterior nos diz o comportamento da distribuição da temperatura em uma amostra com baixo coeficiente de absorção óptico, no caso da excitação do tipo top-hat. Entretanto, não é possível encontrar uma forma analítica para a equação 2.37. Para contornarmos este problema trabalhamos com soluções numéricas. Podemos novamente determinar o comportamento da variação da temperatura em função do raio da amostra e em função do tempo⁴:

⁴Os parâmetros utilizados para a construção dos gráficos de $T \times r$ e $T \times t$ são apresentados na tabela contida no capítulo 3.

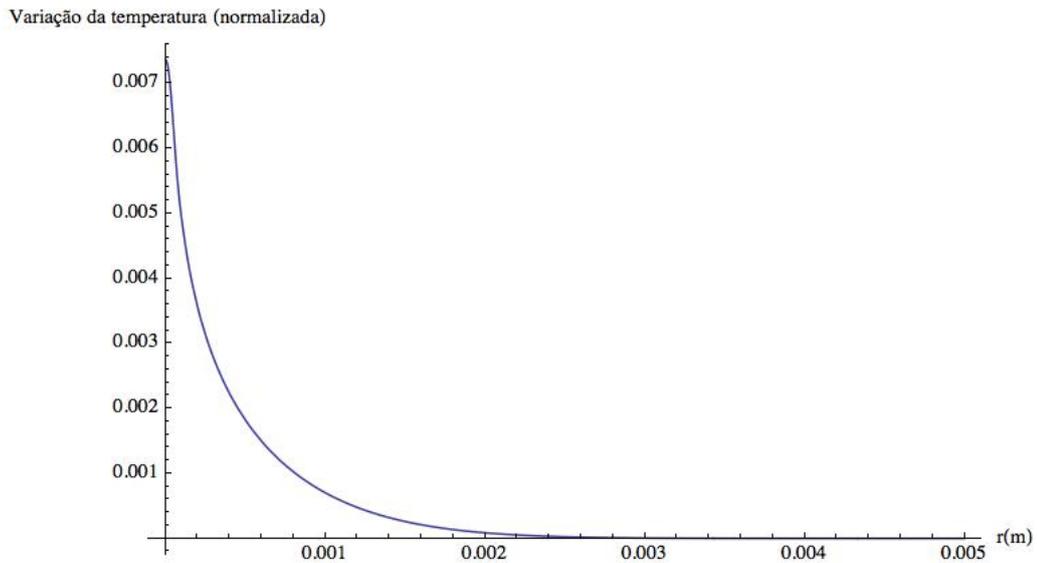


Figura 2.7: Variação da temperatura em função do raio da amostra no caso top-hat.

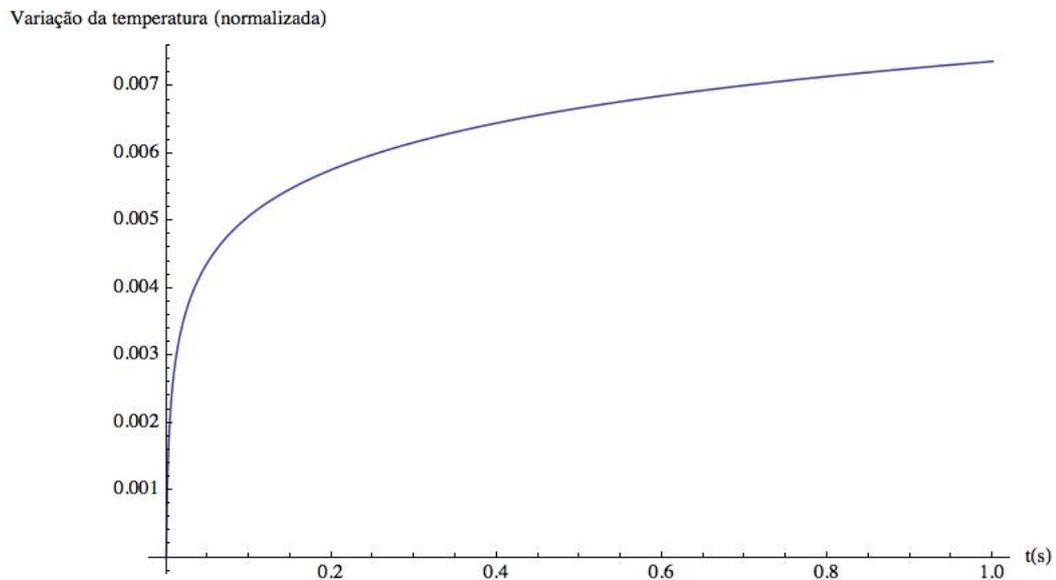


Figura 2.8: Variação da temperatura em função do tempo no caso top-hat.

2.3 Gradiente de índice de refração e diferença de fase do feixe de prova

Como já discutido anteriormente, estamos considerando amostras com baixo coeficiente de absorção óptica. Vamos considerar agora, uma amostra que tenha espessura l_0 e índice de refração $n(r, z, t)$ centrada em $z = 0$, como ilustrado na figura:

Estamos considerando que a espessura da amostra seja muito fina e que a aproximação de fluxo nulo seja válida.

Para um feixe com simetria axial se propagando na direção z , o caminho óptico é definido

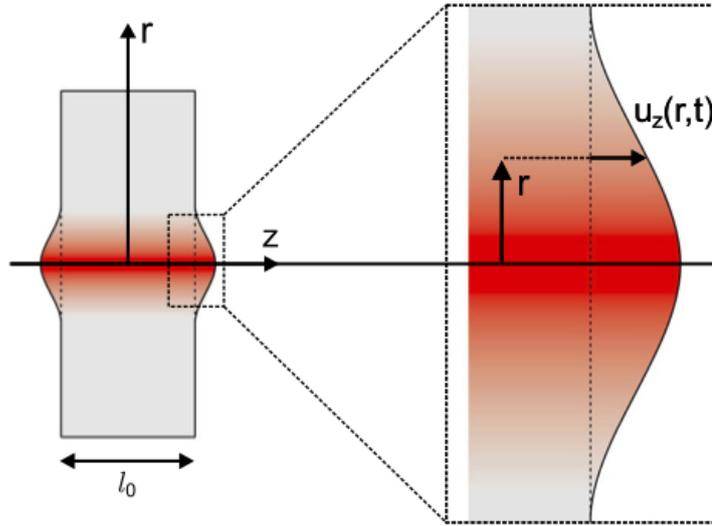


Figura 2.9: Esquema da geometria do elemento óptico. [2]

como [2]:

$$S(r,t) = \int_{\text{caminho}} n(r,z,t) dz. \quad (2.38)$$

A variação do caminho óptico induzida pela lente térmica na frente de onda é o resultado da distribuição de temperatura na amostra e de efeitos termo-elásticos. Na aproximação de amostra muito fina ou muito grossa, conhecidos como aproximação "plane-stress" and "plane-strain", respectivamente a expressão para o caminho óptico pode ser escrita, para materiais com baixa absorção óptica, de uma forma simples por [2]:

$$S(r,t) = S_0 + \frac{ds}{dT} \Delta T(r,t), \quad (2.39)$$

sendo ds/dT o coeficiente de variação do caminho óptico em função da temperatura. A partir das considerações anteriores, podemos agora analisar a aberração gerada na frente de onda, devido à dependência radial do caminho óptico. Esta análise é feita por meio da teoria de aberrações e do princípio de Huygens [1]. Podemos escrever a amplitude complexa do campo elétrico do feixe de prova como:

$$\tilde{U}_{cf} = \frac{i}{\lambda} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \tilde{U}_{pe} \left(\frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \right) \frac{1}{|\vec{z}_2 - \vec{r}|} \exp[-i(2\pi/\lambda)|\vec{z}_2 - \vec{r}|] r dr d\theta, \quad (2.40)$$

com \tilde{U}_{cf} e \tilde{U}_{pe} , sendo a amplitude complexa do campo elétrico no centro do feixe e no plano de entrada, respectivamente. A segunda quantidade no integrando é o fator de inclinação, a terceira quantidade é a atenuação da onda após viajar uma distância $|\vec{z}_2 - \vec{r}|$, e por fim, a última quantidade é a fase complexa da onda [5].

Esta integral pode ser simplificada e escrita na seguinte forma:

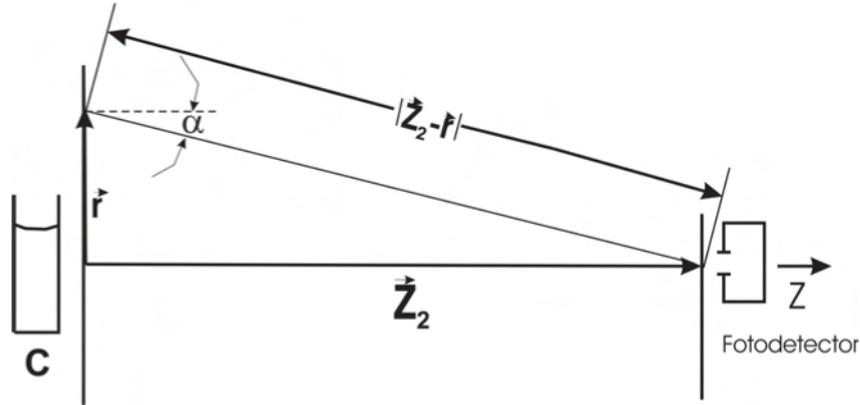


Figura 2.10: Esquema para o cálculo da amplitude complexa do campo elétrico no fotodetector. [1]

$$\tilde{U}_{cf} = H \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \tilde{U}_{pe} \exp(-i \frac{\pi r^2}{\lambda z_2}) r dr d\theta, \quad (2.41)$$

na qual consideramos que as dimensões transversais do feixe são muito menores que a distância entre os planos de entrada e saída, e supondo que a propagação do feixe, vá de acordo com a difração de Fresnel, $a^4/\lambda_P \ll Z_2^3$, com a e λ_P sendo a maior dimensão transversal da amostra e o comprimento de onda do feixe de prova, respectivamente. O parâmetro H agrupa as constantes consideradas na simplificação.

Uma expressão para \tilde{U}_{pe} é obtida se ignorarmos o efeito de lente térmica no meio, supondo que o feixe é composto de ondas esféricas de raio de curvatura R e que a distribuição do feixe é gaussiana. O fator de amplitude é:

$$|\tilde{U}_{pe}| = B \exp(-r^2/\omega^2). \quad (2.42)$$

Como pode ser observado na figura 2.11, a fase no plano de entrada é:

$$\frac{2\pi}{\lambda} L = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{R^2 + r^2} \cong \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{R + r^2/2R}$$

A aproximação é válida, porque o feixe é confinado à uma fina região ao redor do eixo, tal que $R \gg r$. Portanto, a distribuição de fase ou o atraso da fase é:

$$\frac{\pi r^2}{\lambda R}$$

Segundo Born e Wolf apud Sheldon [5], a lente térmica gera uma perturbação na onda esférica, na forma de um atraso em sua fase. As ondas esféricas emergem do plano de entrada, ligeiramente distorcidas conforme ilustrado na figura 2.12.

A diferença de fase correspondente ao efeito de lente térmica, pode ser escrita como:

$$\phi(r,t) = \frac{2\pi}{\lambda} [S(r,t) - S(0,t)], \quad (2.43)$$

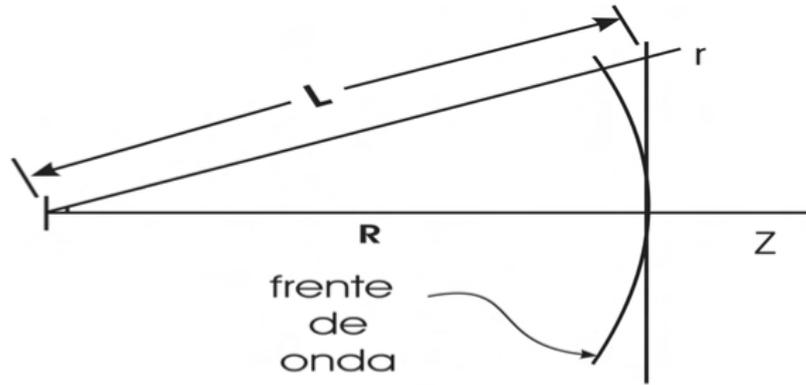


Figura 2.11: Distribuição da fase no plano de entrada. [1]

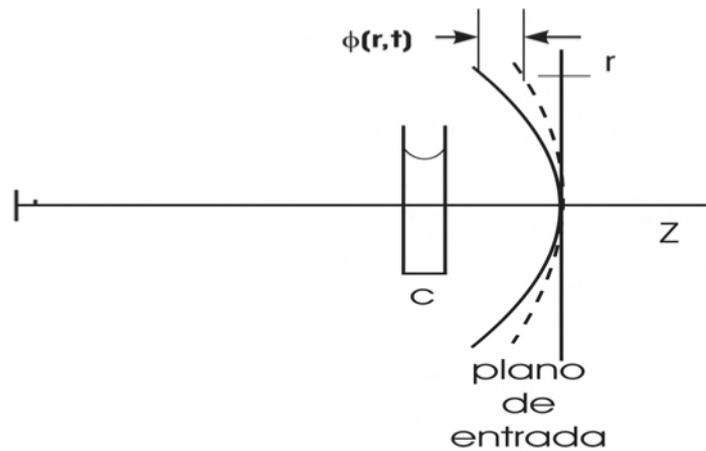


Figura 2.12: Distorção da fase no plano de entrada devido à lente térmica. [1]

na qual, $S(r,t)$ é determinada por meio da expressão 2.38. Podemos ver que nossa aproximação para o perfil de índice de refração 2.39 depende do índice de refração inicial e do perfil de temperatura. No nosso caso, o perfil de temperatura não depende do eixo z , portanto, podemos reescrever a equação 2.43 como:

$$\phi(r,t) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ds}{dT} [\Delta T(r,t) - \Delta T(0,t)]. \quad (2.44)$$

2.4 A diferença de fase

Determinar a diferença de fase é primordial na análise do sinal de lente térmica. Portanto, podemos por meio da expressão (2.44) determinar a diferença de fase gerada na amplitude da onda. Nesta seção utilizaremos os resultados obtidos anteriormente para o perfil de temperatura, para poder determinar a diferença de fase em cada tipo de excitação.

2.4.1 A diferença de fase para o feixe gaussiano

Na seção 2.2.1, determinamos que uma excitação do tipo gaussiana gera uma distribuição de temperatura em uma amostra com baixo coeficiente de absorção óptico, dada pela equação 2.21:

$$T(r,t) = Q_{0g} \int_0^t \frac{1}{1+2\frac{\tau}{t_c}} \exp\left(-\frac{2r^2/\omega_{0e}}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right) d\tau.$$

Podemos resolver esta integral para obter uma forma semi-analítica para a distribuição de temperatura em função do tempo. O resultado da integral é:

$$T(r,t) = Q_{0g} \frac{t_c}{2} \left[Ei\left(-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2}\right) - Ei\left(-\frac{2r^2/\omega_{0e}^2}{1+2t/t_c}\right) \right], \quad (2.45)$$

na qual,

$$Ei(x),$$

é a função exponencial-integral.⁵

Substituindo a expressão anterior na equação 2.44, obtemos que a diferença de fase é dada por:

$$\phi_g(r,t) = \frac{\theta_g}{2} \left[Ei\left(-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2}\right) - Ei\left(-\frac{2r^2/\omega_{0e}^2}{1+2t/t_c}\right) + \text{Log}\left(\frac{1}{1+2t/t_c}\right) \right] \quad (2.46)$$

com

$$\theta_g = \frac{2\pi l_0}{\lambda} \frac{ds}{dT} t_c Q_{0g}, \quad (2.47)$$

na qual l_0 é a espessura da amostra.

2.4.2 A diferença de fase para o feixe gaussiano unidimensional

No caso de uma excitação gaussiana unidimensional foi determinado que o perfil de temperatura é dado pela expressão 2.31:

$$T(x,t) = Q_{0u} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{2x^2/\omega_{0e}^2}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{\sqrt{1+2\frac{\tau}{t_c}}} d\tau,$$

que juntamente com a equação (2.44), nos fornece a diferença de fase para o caso de excitação do tipo gaussiana unidimensional:

$$\phi_u(x,t) = \theta_u \int_0^t \frac{-1 + \exp\left(-\frac{2x^2/\omega_{0e}^2}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{t_c \sqrt{1+2\frac{\tau}{t_c}}} d\tau, \quad (2.48)$$

⁵A função exponencial-integral é definida como $Ei(x) = \int_{-x}^{\infty} e^{-t}/t dt$ [9]

com

$$\theta_u = \frac{2\pi l_0}{\lambda} \frac{ds}{dT} t_c Q_{0u}. \quad (2.49)$$

No caso do perfil gaussiano unidimensional, a amplitude não pode ser tratada analiticamente devido à complexidade da expressão 2.48. Assim, neste caso uma abordagem numérica é essencial.

2.4.3 A diferença de fase para o feixe top-hat

Por fim, no caso de uma excitação do tipo top-hat, no qual a expressão que determina o perfil de temperatura é:

$$T(r,t) = Q_{0t} \int_0^\infty \frac{4t_c}{\alpha^2 \omega_{0e}} [1 - \exp\left(-\frac{t \alpha^2 \omega_{0e}^2}{4t_c}\right)] J_0(\alpha r) J_1(\alpha \omega_{0e}) d\alpha, \quad (2.50)$$

a diferença de fase pode, mais uma vez, ser determinada pela expressão 2.44, que nos fornece:

$$\phi_t(r,t) = \theta_t \int_0^\infty \frac{4t_c}{\alpha^2 \omega_{0e}} [1 - \exp\left(-\frac{t \alpha^2 \omega_{0e}^2}{4t_c}\right)] J_0(\alpha r) J_1(\alpha \omega_{0e}) d\alpha \quad (2.51)$$

com

$$\theta_t = \frac{\pi l_0}{\lambda} \frac{dS}{dT} t_c Q_{0u} = \frac{\theta_g}{2}. \quad (2.52)$$

A integral contida na expressão 2.51 também não pode ser resolvida analiticamente, o que nos leva a um tratamento numérico para o caso do perfil top-hat.

2.5 A propagação do feixe de prova

Para um feixe gaussiano TEM₀₀ a amplitude complexa do campo elétrico pode ser escrita da seguinte maneira [1]:

$$U_p(r, Z_1) = \sqrt{\frac{2P_p}{\pi}} \frac{1}{\omega_{1p}} \exp\left(\frac{-r^2}{\omega_{1p}^2}\right) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda_p} \left(2Z_1 + \frac{r^2}{R_{1p}}\right)\right], \quad (2.53)$$

na qual P_p e R_{1p} são a potência total e o raio de curvatura do feixe de prova em Z_1 , ou seja a uma distância da origem ao centro da amostra. E λ_p é o comprimento de onda do feixe de prova. Temos também que o feixe de prova, após atravessar a amostra, tem sua amplitude alterada devido a diferença de fase, sendo sua nova amplitude dada por:

$$U_p(r, Z_1) = B \exp\left(\frac{-r^2}{\omega_{1p}^2}\right) \exp\left[-i \left(\frac{\pi r^2}{\lambda_p R_{1p}} + \phi(r,t)\right)\right], \quad (2.54)$$

com

$$B = \sqrt{\frac{2P_p}{\pi}} \frac{1}{\omega_{1p}} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_p} Z_1\right).$$

Usamos a teoria de difração de Fresnel para analisar a propagação do feixe de prova, que atravessa a amostra e vai até o plano detector. A amplitude complexa do feixe de prova no centro do detector é uma superposição das amplitudes complexas que deixam cada ponto da amostra [1]. Podemos escrever, em coordenadas cilíndricas,

$$U_p(Z_1 + Z_2, t) = \frac{i}{\lambda_p Z_2} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_p} Z_2\right) \int_0^\infty U_p(r, Z_1) \exp\left(-i \frac{\pi r^2}{\lambda_p Z_2}\right) 2\pi r dr. \quad (2.55)$$

Definindo

$$g = \left(\frac{r}{\omega_{1p}}\right), \quad (2.56)$$

e

$$C = B \frac{i\pi\omega_{1p}}{\lambda_p Z_2} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_p} Z_2\right), \quad (2.57)$$

e substituindo a equação 2.54 na equação 2.55, obtemos:

$$U_p(Z_1 + Z_2, t) = C \int_0^\infty \exp\left\{-g - i \left[\frac{\pi}{\lambda_p} \left(\frac{\omega_{1p}^2}{R_{1p}} + \frac{\omega_{1p}^2}{Z_2}\right) g + \phi(r, t)\right]\right\} dg. \quad (2.58)$$

Para o caso de um feixe de prova Gaussiano [1]

$$\omega_{1p}^2 = \omega_{0p}^2 \left(1 + \frac{Z_1^2}{Z_c^2}\right), \quad (2.59)$$

no qual Z_c é a distância confocal, dada por:

$$Z_c = \frac{\pi\omega_{0p}^2}{\lambda_p}.$$

Por fim, definindo o parâmetro V como:

$$V = Z_1/Z_c + \frac{Z_c}{Z_2} (V'^2 + 1), \quad (2.60)$$

com

$$V' = \frac{Z_1}{Z_c}$$

e assim, podemos reescrever a equação 2.58 como:

$$U_p(Z_1 + Z_2, t) = C \int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g - i\phi] dg. \quad (2.61)$$

Podemos definir o parâmetro m , que mede o casamento do feixe de prova e de excitação na amostra, como:

$$m = \left(\frac{\omega_{1p}}{\omega_{0e}} \right), \quad (2.62)$$

e reescrever a diferença de fase em termos dos parâmetros m e g . Estas simplificações nos levam a escrever:

$$\phi_g(m, g, t) = \frac{\theta_g}{2} \left[Ei(-2mg) - Ei\left(\frac{-2mg}{1+2t/t_c}\right) + \text{Log}\left(\frac{1}{1+2t/t_c}\right) \right], \quad (2.63)$$

$$\phi_u(m, g, \theta, t) = \int_0^t \frac{-1 + \exp\left(-\frac{2mg \cos\theta}{1+2\frac{\tau}{t_c}}\right)}{t_c \sqrt{1+2\frac{\tau}{t_c}}} d\tau, \quad (2.64)$$

e

$$\phi_t(m, g, t) = \theta_t \int_0^\infty \frac{4t_c}{\alpha^2 \omega_{0e}} \left[1 - \exp\left(-\frac{t \alpha^2 \omega_{0e}^2}{4t_c}\right) \right] J_0(\alpha \sqrt{mg} \omega_{0e}) J_1(\alpha \omega_{0e}) d\alpha, \quad (2.65)$$

que são, respectivamente, a diferença de fase para o caso de excitação gaussiana, gaussiana unidimensional e top-hat, escritas em função dos parâmetros m e g .

2.5.1 A intensidade do laser de prova no fotodetector

No caso da técnica de lente térmica, a intensidade $I(t)$ do centro do laser que chega ao fotodetector é [2]:

$$I(t) = \frac{|U_p(Z_1 + Z_2, t)|^2}{|U_p(Z_1, t)|^2}, \quad (2.66)$$

ou seja,

$$I(t) = \frac{|\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp[(1+iV)g - i\phi] dg d\theta|^2}{|\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp[(1+iV)g] dg d\theta|^2}, \quad (2.67)$$

assim, podemos agora, utilizando as equações 2.63, 2.64, 2.65 e a equação 2.67, analisar o perfil de intensidade para cada um dos três tipos de excitação laser, para o caso da técnica de lente térmica. Ressaltamos que a expressão 2.67, no caso em que o perfil do laser possui simetria axial, a integração em função de θ deve ser resolvida trivialmente.

Capítulo 3

Análise do perfil de intensidade

Como dito no final do capítulo anterior, todo o tratamento matemático feito anteriormente, foi para que pudéssemos analisar o perfil de intensidade no experimento de lente térmica, que se dá por meio da equação 2.67, do valor do parâmetro experimental V e, neste trabalho, das equações 2.63, 2.64 e 2.65.

Afim de que pudéssemos avaliar as expressões obtidas, adotamos os parâmetros de um determinado vidro do laboratório do Grupo de Estudos dos Fenômenos Fototérmicos (G.E.F.F.). Assim, a tabela abaixo contém os valores dos parâmetros que foram tomados como referência em nosso estudo:

$\theta_u (W^{-1})$	V	m	$t_c (s)$	$\omega_{0e} (\mu m)$
0.05	3	40	0.001	50

Tabela.1: Parâmetros utilizados na análise dos perfis de intensidade.

3.1 Perfil de intensidade gaussiano unidimensional

Para determinarmos o perfil de intensidade no caso da excitação gaussiana unidimensional, precisamos efetuar as integrações em θ e g , e como dito anteriormente, a expressão acima é demasiadamente complexa, de forma que a trataremos numericamente.

Utilizando as expressões 2.64 e 2.67, consideramos uma variação do parâmetro g de 0 a 20 e uma variação temporal 20 vezes maior que o tempo característico da amostra, afim de garantir que o sinal de L.T. estivesse estabilizado, para confeccionar o seguinte gráfico:

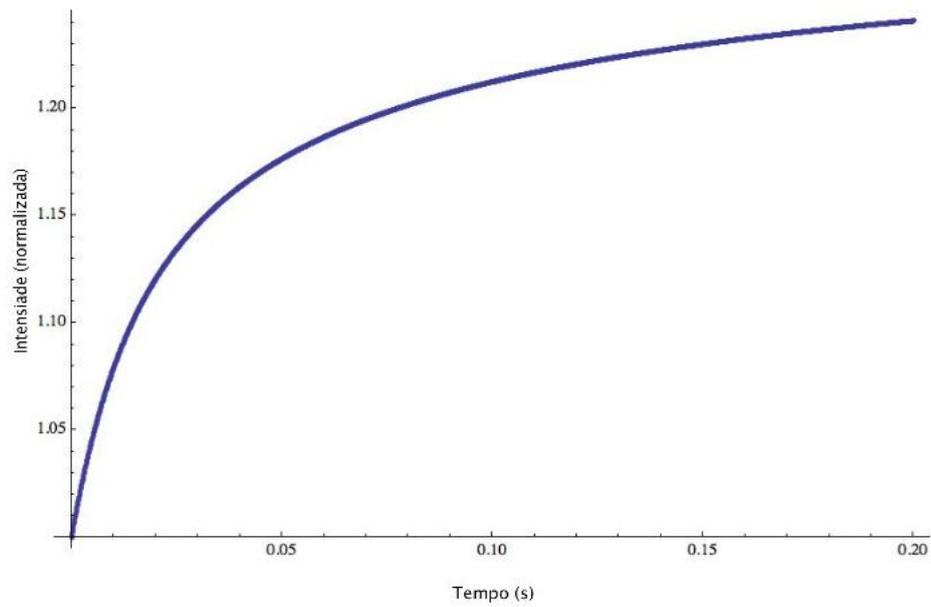


Figura 3.1: Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação gaussiano unidimensional.

A figura 3.1 é uma simulação do sinal de L.T. para o caso de excitação unidimensional, construída a partir dos valores fornecidos na tabela.1.

3.2 Perfil de intensidade gaussiano

No caso do perfil gaussiano, preferimos construir um perfil de intensidade normalizado pelo parâmetro θ_g , por razões que serão mais claras futuramente. A simetria axial do perfil gaussiano nos permite efetuar a integração angular na expressão 2.67, que em conjunto com os dados fornecidos na tabela.1 e a expressão 2.63, nos permite construir o gráfico:

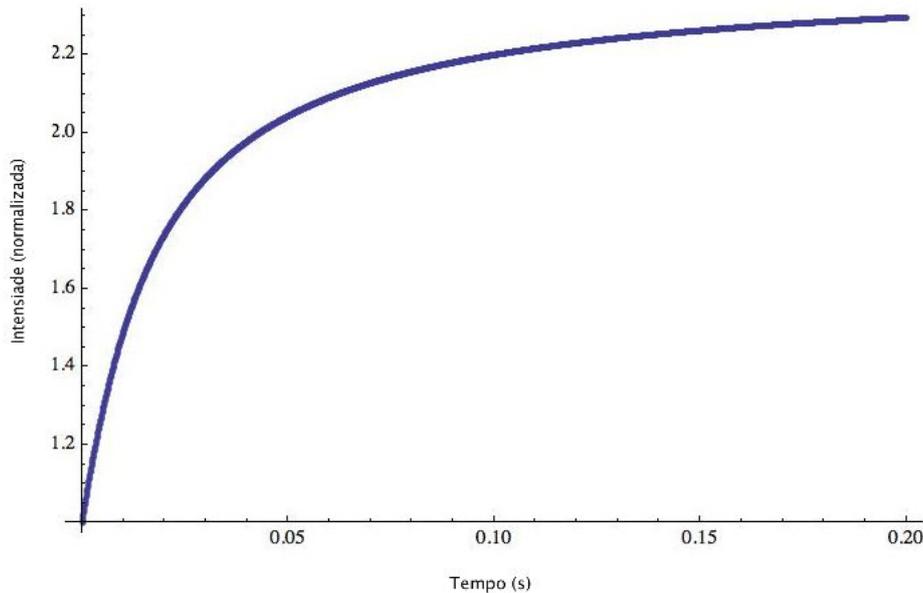


Figura 3.2: Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação gaussiano.

Esta é mais uma simulação do sinal de L.T que podemos gerar, neste caso utilizando um laser de excitação com perfil gaussiano.

3.3 Perfil de intensidade top-hat

De maneira análoga aos casos apresentados nas seções anteriores, podemos obter o sinal de L.T. para o caso de excitação top-hat. Ressaltamos que a constante θ_t e θ_g dos perfis top-hat e gaussiano, respectivamente, podem ser correlacionados por meio da relação

$$2\theta_t = \theta_g,$$

assim, preferimos construir o sinal de L.T. em função da constante θ_g para que pudéssemos comparar a eficiência deste caso com o perfil gaussiano. Portanto, utilizando a expressão 2.67 e a expressão 2.65, construímos o gráfico de intensidade em função do tempo, normalizado pela constante θ_g

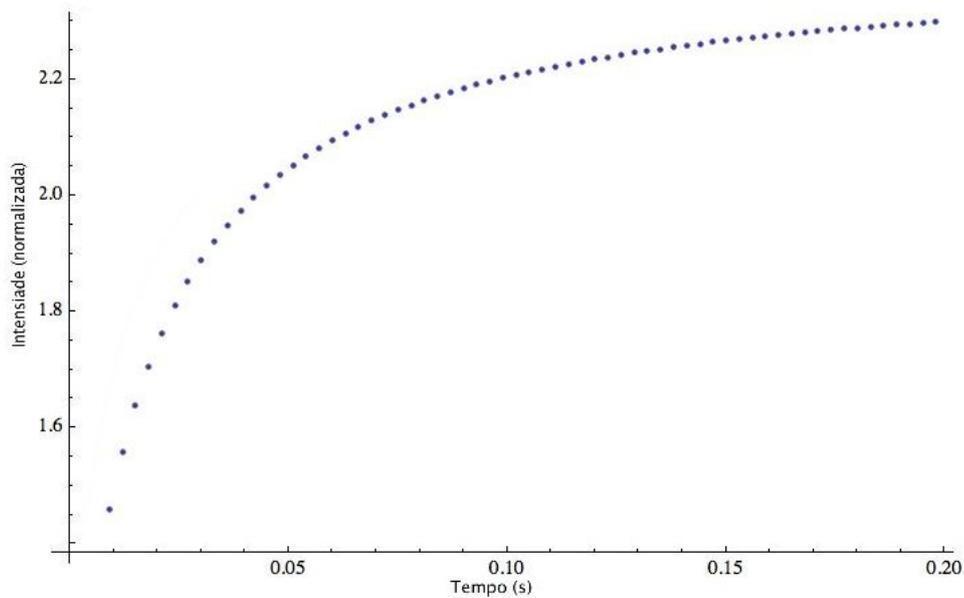


Figura 3.3: Simulação do sinal de L.T. para o perfil de excitação top-hat.

3.4 Perfil de intensidade gaussiano \times top-hat

Os gráficos nas figuras 3.2 e 3.3 foram construídos normalizados em função da constante θ_g , portanto, é interessante construir um gráfico apresentando os dois perfis de intensidade, afim de comparar ambos os casos. O gráfico que segue ilustra essa comparação, ele foi construído usando os mesmos parâmetros anteriores:

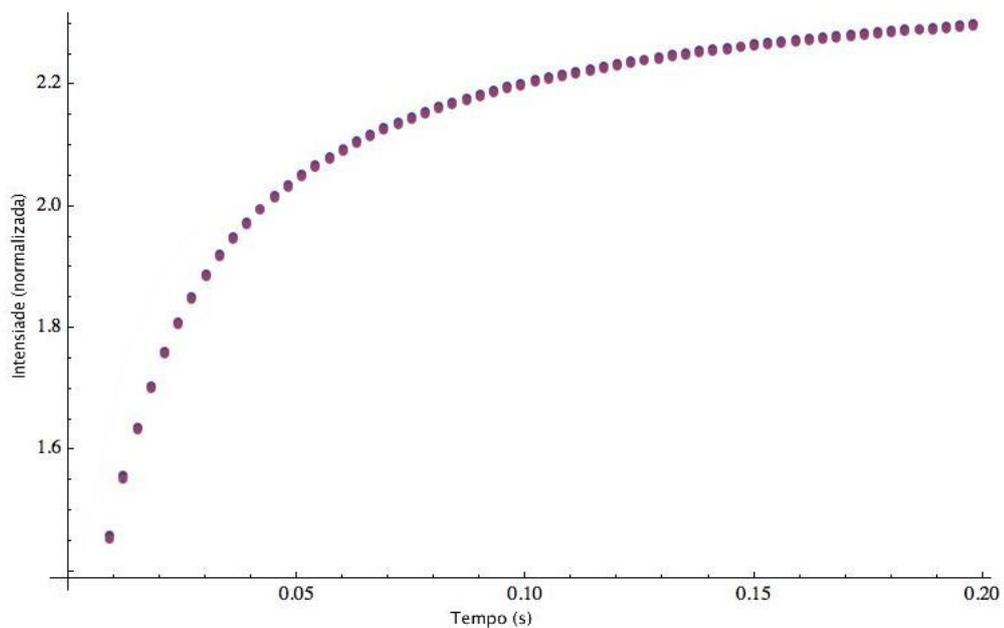


Figura 3.4: Simulação do sinal de L.T. para o perfil de intensidade gaussiano \times top-hat

Capítulo 4

Considerações finais

Neste trabalho, foram abordados temas relacionados à técnica de lente térmica, no qual foram desenvolvidas as ferramentas matemáticas necessárias para a obtenção de uma expressão numérica, para três tipos de excitações laser: gaussiana, gaussiana unidimensional e top-hat. Foi considerado casos de baixa absorção óptica para que o estudo não se tornasse demasiadamente complicado devido à uma possível dependência azimutal no perfil de temperatura, o que necessitaria de um diferente desenvolvimento no cálculo do caminho óptico e, consequentemente, da intensidade que chega ao fotodetector.

O desenvolvimento teórico apresentado neste trabalho possibilita a montagem de L.T., com dois parâmetros ajustados experimentalmente m e V , que permite a caracterização de diferentes materiais. E, embora neste trabalho, tenhamos tratado apenas de materiais de baixa absorção óptica, a técnica de L.T. não é limitada apenas a este caso. A T.L.T. possibilita a determinação de diversas propriedades de materiais com diferentes coeficientes de absorção óptico.

As figuras 3.1, 3.2 e 3.3 ilustram de maneira efetiva o comportamento da intensidade que chega ao fotodetector em função do tempo, e nos exemplificam o comportamento do sinal de lente térmica (em que foi considerado um coeficiente θ positivo, ou seja, um comportamento convergente para a lente).

O modelo de L.T. é aplicável à amostras que possuem isotropia em sua difusividade térmica. Por isso, o modelo teórico proposto neste trabalho para o caso de excitação gaussiana unidimensional é interessante, pois ele nos possibilita uma maneira de trabalhar com amostras anisotrópicas, e assim, aumenta a gama de materiais, nos quais é possível uma análise e caracterização por meio da T.L.T.

Podemos concluir também, a partir da figura 3.4, que medidas de L.T. podem ser experimentalmente realizadas utilizando lasers não gaussianos de orçamento mais baixo, como o laser de perfil top-hat, por meio de diodos de alta potência.

Referências Bibliográficas

- [1] P. R. B. Pedreira. **Desenvolvimento de um protótipo de lente térmica resolvida no tempo para estudos de líquidos em condições transitórias em tempo real.** (Tese de doutorado, Universidade Estadual de Maringá. 2005)
- [2] L. C. Malacarne; N. G. C. Astrath e M. L. Baesso. **Unified theoretical model for calculating laser-induced wavefront distortion in optical materials.** Journal of the Optical Society of America B, Vol. 29, No. 7, Jul. 2012
- [3] J. P. Gordon; R. C. C. Leite; R. S. Moore; S. P. S. Porto e J. R. Whinnery. **Long-Transient Effects in Lasers With Inserted Liquid Samples.** Journal of Applied Physics, Vol. 36, No. 1, Jan. 1965
- [4] F. R. Grabiner, D. R. Siebert e G. W. Flynn, **Laser Induced Time-depedent Thermal Lensing Studies of Vibrational Relaxation: Translational Cooling in CH_3F ,** Chemical Physics Letter, Vol. 17, No. 2, Nov. 1972
- [5] S. J. Sheldon; L. V. Knight e J. M. Thorne. **Laser-Induced Thermal Lens Effect: A New Theoretical Model.** Applied Optics, Vol. 21, No 9, pág. 1663-1669, 1982.
- [6] J. Shen; R. D. Lowe e R. D. Snook. **A model for cw laser induced mode-mismatched dual-beam thermal lens spectrometry.** Chemical Physics, Vol. 165, pág. 385-396, 1992
- [7] T. V. Moreno. **Estudo das técnicas de lente térmica e espelho térmico com excitação tipo Top-Hat.** (Trabalho de conclusão de curso, Universidade Estadual de Maringá. 2011)
- [8] S. Wolfram. **The Mathematica Book.** 5nd ed., Wolfram Media. 2003).
- [9] G. B. Arfken e H. J. Weber. **Mathematical Methods for Physicists.** 5nd ed., Academic Press. 2000
- [10] M. P. Belançon. **Análise das técnicas de espelho térmico e de lente térmica para o estudo de materiais semitransparentes e opacos.** Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Maringá. 2009