

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

Leandro de Santana Costa

**Introdução à Física de Plasma e Fusão Termonuclear
Controlada**

**MARINGÁ
2011**

Leandro de Santana Costa

**Introdução à Física de Plasma e Fusão Termonuclear
Controlada**

Monografia apresentada como parte dos requisitos necessários para aprovação do componente curricular Trabalho de Conclusão do Curso de Física.

Orientador: Prof. Antonio Medina Neto

**MARINGÁ
2011**

Leandro de Santana Costa

Introdução à Física de Plasma e Fusão Termonuclear Controlada

Monografia apresentada como parte dos requisitos necessários para aprovação no Curso de Física.

Aprovada em ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Antonio Medina Neto (Orientador)

Prof^a Luiz Fernando Cótica

Prof. Maurício A. Custódio de Melo

RESUMO

Palavras-chave: Plasma, Magnetohidrodinamica, fusão termonuclear.

Neste trabalho trataremos alguns tópicos sobre a física de plasmas, em uma revisão bibliográfica sobre esse assunto iremos realizar um breve estudo sobre a teoria que o envolve, analisar as características corpusculares e de fluidez desse estado da matéria chamado de plasma, também como este se comporta na presença de campos eletromagnéticos, usando como ferramenta as equações da Magnetohidrodinamica (MHD). Junto a esse estudo analisaremos quais técnicas são usadas para realizar o confinamento magnético do plasma, diante de sua altíssima energia térmica. Após análise das características da física de plasmas, estudaremos suas aplicações no sistema de confinamento para a fusão termonuclear controlada, com propósito de utilizar essa energia a nosso benefício, mantendo um baixo impacto na natureza não só em nossa geração, mas também nas futuras gerações que irão aperfeiçoar essa alta tecnologia, diminuindo seu risco de acidentes, aumentando sua eficiência energética e rentabilidade econômica, se tornado acessível a todos que desejarem utilizá-la.

OBJETIVO

O objetivo central deste trabalho de conclusão de curso é proporcionar ao acadêmico um contato com a física de plasma através de uma revisão bibliográfica sobre o assunto. Esta revisão será subdividida nos seguintes tópicos:

- Uma breve introdução à física de plasma e sua teoria básica.
- Como este se comporta na presença de campos eletromagnéticos constantes e variáveis no tempo e espaço.
- As equações da magnetohidrodinâmica (MHD)
- O método da teoria de equilíbrio.
- Técnicas usadas para o confinamento magnético do plasma.
- Aplicações da física de plasma a fusão termonuclear

Sumário

INTRODUÇÃO	7
1 FÍSICA DE PLASMAS	8
1.1 Plasma o quarto estado da matéria.....	8
1.2 Grau de ionização.....	10
1.3 Conceito de temperatura: distribuição de Maxwell-Boltzmann	13
1.4 Blindagem de Debye	16
1.5 Frequencia de plasma	19
1.6 Colisões.....	20
1.7 Critérios para Plasmas.....	22
2 PLASMA SOB A AÇÃO DE CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS	23
2.1 Campos $E = 0$ e B uniformes	23
3 TRATAMENTO TEORICO PARA PLASMAS	27
3.1 Teoria de órbitas.....	27
3.2 Teoria Cinética	28
3.3 Teoria de fluidos	28
4. TEORIA DA MHD	29
4.1 Equações da Magnetohidrodinâmica (MHD).....	29
4.1.1 Hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico)	31
5 CONFINAMENTO MAGNÉTICO	35
5.1Tipos de configuração magnética	35
5.2 Efeito Pinch	37
5.2.1 Aquecimento do plasma nas configurações Toroidais.....	39
5.3 Investigação em tokamaks	40
5.3.1 Características atuais dos Tokamak	40

6 FUSÃO TERMONUCLEAR CONTROLADA.	41
6.1 Fusão em um reator.....	41
6.2 Parâmetros de fusão.....	44
CONCLUSÃO	44
REFERENCIAS	45

Introdução

Nesse trabalho realizamos uma revisão bibliográfica com o objetivo de conhecermos algumas das características do quarto estado da matéria: o PLASMA¹, bem como suas propriedades, aplicações científicas e indústrias. Diante do propósito desse trabalho de conclusão de curso iremos discutir como o plasma pode ser obtido, ilustrar como esse novo a matéria mais abundante no universo, visto que 95% do universo conhecido é feito de plasma.

Sabe-se que o plasma é o estado da matéria mais abundante no universo, visto que 95% do universo conhecido é feito de plasma. Sua presença é vista principalmente nas estrelas incluído o Sol.

Além disto, o plasma hoje se tornou uma das saídas mais viáveis de se obter energia sem agredir o meio ambiente e a estabilidade de nossa vida nesse planeta, pois a demanda de energia neste momento é crítica em todos os países em vista do constante crescimento populacional e o aumento desenfreado do consumismo capitalista, inerente a cada cultura seja ela qual for. Contudo o maior problema que o plasma poderá resolver é a estabilização do controle energético em nosso planeta. Ou seja, poucos países têm acesso livre a bilhões de litros de petróleo ou a toneladas de carvão em seu território e também o controle sobre a tecnologia da fissão nuclear, que tem como sua matéria prima os elementos radiativos urânio e plutônio que geram um problema bem mais caro com o lixo radioativo gerado do que com a obtenção de sua energia. Problema esse, tão grande que a tecnologia empreendida no controle do lixo radioativo já não faz frente ao crescimento desse resíduo. Em vista dessa situação a física de plasmas vem não só resolver esse problema, mas também propor uma nova filosofia sobre como obter, controlar e utilizar essa nova fonte de energia.

Este estudo tem por objetivo enriquecer a grade curricular do curso de física, com propósito de esclarecer os aspectos funcionais da física de plasmas aplicados a fusão termonuclear controlada. Com este objetivo trataremos três aspectos da Física de Plasma: as formas de obtenção, armazenamento e controle, já que sua temperatura ultrapassa facilmente o valor de um milhão de graus Celsius.

1 Física de Plasmas

1.1 Plasma o quarto estado da matéria

O termo “plasma”, palavra oriunda do grego que designa materiais moldáveis ou que fluem, é usado para descrever um gás ionizado, macroscopicamente quase-neutro, formado por partículas carregadas (elétrons e íons) e eventualmente, também, por partículas neutras (átomos e moléculas), e que apresenta um comportamento coletivo, de forma organizada, devido às forças eletromagnéticas de longo alcance que agem nas partículas carregadas. E pesquisas indicam que cerca 95% do universo conhecido é feito de plasma, por exemplo: Estrelas (Sol), vento solar (emitido pelo Sol), Ionosfera, Nebulosas, aurora boreal, etc. A palavra plasma, foi usada pela primeira vez por Irvin Langmuir em 1929², para denominar a região luminescente em descargas elétricas.

Podemos dizer, de forma equivalente: um gás ionizado que tem um número suficientemente grande de partículas carregadas para blindar a si mesmo, eletrostaticamente, numa distancia pequena, é um plasma. Sendo esse o quarto estado da matéria.

Como exemplos encontram-se representados na Figura 1: água no estado sólido, líquido, gasoso e gasoso extremamente quente, com altíssima energia térmica, em uma escala simples de temperatura, nesse estado às moléculas já não tem energia de ligação suficiente para manter sua estrutura molecular, por conseqüência estes são dissociados na forma de íons, elétrons e uma pequena parte de partículas neutras (átomos e moléculas).

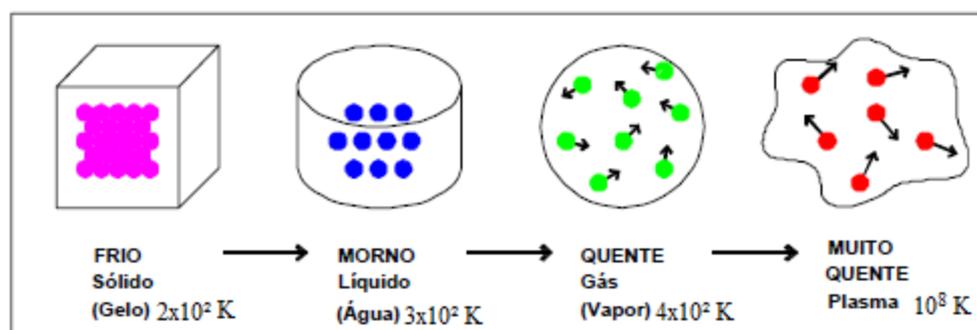


Figura 1 Transições de estados.¹

A área da física que abrange a interação desses gases ionizados com campos eletromagnéticos é denominada dinâmica do plasma. Em muitos problemas dessa área, e estes são os mais importantes e interessantes, é impossível tratar um plasma adequadamente em termos de uma formulação puramente macroscópica. Ao invés disso deve-se levar em consideração os movimentos individuais dos íons e elétrons, e suas colisões com outras partículas devem ser avaliadas através da solução da equação de transporte de Maxwell-Boltzmann.²

Para as formas de sua obtenção e ocorrência, devemos nos ater a algumas condições que o gás deve satisfazer para que possa se tornar um plasma.

1.2 Grau de ionização

A primeira condição é seu grau de ionização: Equação de ionização de Saha, conhecida também como Equação de Saha-Langmuir³, foi formulada pelo astrofísico indiano Megh Nad Saha em 1920, e mais tarde (1923) por Irving Langmuir. Uma das aplicações importantes dessa equação está em explicar a classificação espectral das estrelas. A equação é um resultado de combinar idéias da mecânica quântica e da mecânica estatística.

A equação de Saha descreve o grau de ionização do gás em equilíbrio termodinâmico como função da temperatura, da densidade, e das energias de ionização dos átomos.

$$n_i/n_n = 2,4 \times 10^{21} (T^{3/2}/n_n) \exp(-U_i/K_B T) \quad (1)$$

n_i : Densidade de íons (m^{-3})

n_n : Densidade de átomos (m^{-3})

T: Temperatura do gás (K)

U_i : Energia interna de ionização (eV)

K_B : Constante de Boltzmann (8.617×10^{-5} eV/K)

Sendo a fração de ionização $\alpha = n_i / (n_i + n_n) \approx n_i / n_n$, para baixas temperaturas temos um baixo grau de ionização do gás, devido a sua baixa energia térmica.

U_i denota a energia necessária para remover do átomo o(s) elétron(s) da camada de valência. A tabela abaixo relaciona alguns dos elementos químicos com seus respectivos valores de U_i .

Elemento Químico	Energia de ionização (eV)
Hélio	24,59
Argônio	15,76
Hidrogênio	13,60
Nitrogênio	14,53
Mercúrio	10,44
Sódio	5,14

Tabela 1- Energia de ionização U_i para alguns elementos químicos ³

Como um exemplo, a fração de ionização (α) da atmosfera terrestre (78% de Nitrogênio, 21% de Oxigênio e 1% de outros gases) na CNTP é:

$$n_n = 3 \times 10^{13} \text{part. m}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K} \quad \frac{n_i}{n_n} = 10^{-122} \quad (\text{i})$$

$$U_i = 14.53 \text{ eV, usando que } 1\text{eV} \sim 11600 \text{ K}$$

$$U_i \sim 168548 \text{ K}$$

$$\text{Contudo:} \quad \alpha = \frac{n_i}{(n_i + n_n)} \approx \frac{n_i}{n_n} = 10^{-122} \quad (\text{ii})$$

$$\alpha = 10^{-122} \quad (\text{iii})$$

A partir deste exemplo podemos concluir que sendo a densidade da atmosfera muito alta, o livre caminho médio de um elétron é extremamente curto, como consequência não realiza colisões energéticas com os átomos, sendo capturado pelo mesmo, com isso o grau de ionização é extremamente baixo.

Mas se a densidade do gás ao contrário for baixa, altas frações de ionização podem ser atingidas.

Para um gás de átomos qualquer, é possível determinar, a relação entre o grau de ionização (α) e a temperatura do gás (T), para diferentes valores da densidade total do gás (n_n), conforme mostra figura (2) abaixo.

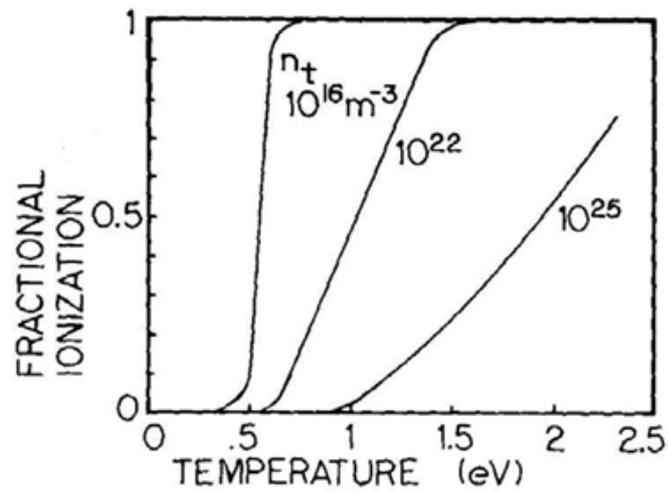


Figura 2 Grau de Ionização para diferentes valores da densidade total.³

1.3 Conceito de temperatura: distribuição de Maxwell-Boltzmann

Durante a análise da teoria que envolve a física de plasma, necessitamos de alguns conceitos que irão nos ajudar a compreender como o movimento das partículas geram energia e como essa energia esta relacionada a temperatura do plasma. E faremos isso através da distribuição de Maxwell-Boltzmann.

Um gás em equilíbrio térmico possui n partículas com velocidades que são representadas pela distribuição de velocidade de Maxwell-Boltzmann.⁴

$$n_j(v)dv_xdv_ydv_z = n_{0j} \left(\frac{m_p}{2\pi K_B T} \right)^{3/2} e^{-\left(\frac{m_p}{2kT}\right)v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} dv_x dv_y dv_z \quad (2)$$

Na qual n_{0j} é o número de partículas do tipo j por unidade de volume no plasma, v_x, v_y e v_z (etc.) são as componentes da velocidade, m_p é a massa das partículas do tipo j e T é a temperatura absoluta. As propriedades cinéticas e de transporte podem então ser calculadas em termos dessa distribuição de velocidade.

A função distribuição de Maxwell-Boltzmann é representada por uma Gaussiana, a qual pode ser melhor visualizada em um exemplo na forma unidimensional.

Considerando a velocidade térmica como sendo:

$$V_{th} = \left(\frac{2K_B T}{m} \right)^{1/2} \quad (3)$$

temos que

$$n_j(v) = n_{0j} \left(\frac{m_p}{2\pi K_B T} \right)^{1/2} e^{-\left(\frac{v^2}{V_{th}^2}\right)} \quad (4)$$

A temperatura do gás está relacionada com a agitação térmica e é definida pela largura à meia altura da função distribuição, $n_j(v)$ conforme a figura 3.

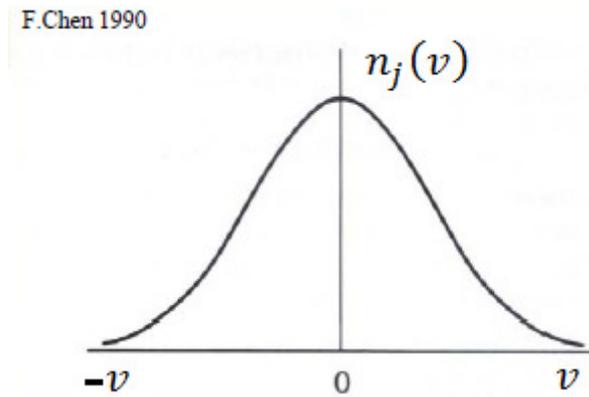


Figura 3 Função gaussiana que representa a distribuição de velocidades de um gás em equilíbrio térmico.⁴

A densidade de partículas total é definida pela área sob a curva $n_j(v)$:

$$n_{0j} = \int_{-\infty}^{\infty} n_j(v) dv \quad (5)$$

Define-se como energia cinética média como

$$\langle E_c \rangle = \frac{\int (E_c n(v) dv)}{n_{0j}} = \frac{\int \left(\frac{m_p v^2}{2}\right) n(v) dv}{n_{0j}} \quad (6)$$

Utilizando a expressão da função distribuição e integrando tem-se.

$$E_c = \frac{1}{2} K_B T \quad (7)$$

A energia cinética média das partículas do gás é $\frac{1}{2} K_B T$ por grau de liberdade (uma dimensão).

Generalizando a função distribuição para 3D, tem-se que a energia cinética média é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2} K_B T \quad (8)$$

Uma dedução formal da velocidade mais provável dessas partículas, mostrará que essa velocidade é exatamente a velocidade térmica descrita anteriormente.

Escrevendo a função de distribuição $n_j(v)$ não em uma dimensão mas no espaço tridimensional em coordenadas esféricas, obtemos.

$$n(v)d^3v = \left[\left(\frac{m_p}{2\pi K_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_p v^2}{2kT}} 4\pi v^2 \right] dv \quad (9)$$

Fazendo $\frac{dn(v)}{dv} |_{v=v^*} = 0$, para encontrar o valor mais provável v^* para essa distribuição de velocidades, lembrando que utilizamos d^3v como elemento de volume em coordenadas esféricas. Logo com $a = \frac{m}{2K_B T}$ temos

$$\frac{d}{dv} \left[e^{-av^2} v^2 \right]_{v=v^*} = \left[2ve^{-av^2} + v^2(-2av)e^{-av^2} \right]_{v=v^*} = 0 \quad (9.a)$$

$$1 - v^2 a |_{v=v^*} = 0 \quad (9.b)$$

isolando v temos $v^* = \sqrt{\frac{2K_B T}{m}}$ que é exatamente a velocidade térmica V_{th} .

Como T e $\langle E_c \rangle$ estão relacionadas, é prática na física de plasmas expressar a temperatura em unidades de energia.

Fazendo $K_B T = 1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ é a energia adquirida por um elétron na presença de uma diferença de potencial de 1V).

E substituindo a constante de Boltzmann $K_B = 1,38 \times 10^{-21} \text{ J/K}$, tem-se:

$$T = \frac{1,6 \times 10^{-19}}{1,38 \times 10^{-21}} = 11600 \text{ K} \quad (10)$$

Fator de conversão $1 \text{ eV} \equiv 11600 \text{ K}$

Analisado a relação entre energia e temperatura através da distribuição de velocidades no limite termodinâmico (Altas temperaturas e um grande número de partículas), podemos prosseguir com nosso estudo admitindo tais condições para obter nosso resultado de forma coerente com as condições as quais se encontram o plasma.

1.4 Blindagem de Debye

O plasma é caracterizado por um “comprimento característico”, que depende exclusivamente dos valores da temperatura e da densidade das partículas carregadas.

Considere uma carga teste negativa Q colocada num plasma homogêneo, instantaneamente elétrons serão repelidos e os íons serão atraídos, produzindo uma “nuvem” de cargas ao redor da carga teste Q , que “blinda” o plasma da carga teste.

Esta blindagem é denominada Blindagem de Debye⁵, e a distância característica na qual ocorre a blindagem, é chamado de Comprimento de Debye (λ_D). Onde λ_D é um comprimento característico de um determinado plasma.

Para encontrar a expressão para λ_D , consideramos um plasma homogêneo composto de elétrons com densidade n_e e temperatura T_e e íons com densidade n_o .

O potencial eletrostático Φ deve satisfazer a equação de Poisson:

$$\nabla^2 \Phi = -e(n_o - n_e)/\epsilon_o \quad (11)$$

Na qual

ϵ_o é permissividade elétrica do vácuo ($8,854 \times 10^{-12}$ F/m)

e é a carga do elétron ($1,602 \times 10^{-19}$ C)

Considerando a função distribuição Maxwell - Boltzmann para os elétrons com o termo da energia potencial $q\Phi$, dada por:

$$n_{0e}(v) = n_o \left(\frac{m_e}{2\pi K_B T_e} \right)^{3/2} e^{-\left(\frac{m_e v^2}{2} + q\Phi\right)/K T_e} \quad (12)$$

Integrando $n_{0e}(v)$ em todas as velocidades v , sendo $q = -e$, considerando que no infinito o potencial é nulo, conseqüência da quase neutralidade do plasma, e que $n_e =$

$n_i = n_{\infty}$, a densidade de elétrons é dada por:

$$n_e = \int n_{\infty}(v) dv \quad (13)$$

$$n_e = n_{\infty} e^{\left(\frac{e\Phi}{K T_e}\right)} \quad (14)$$

Substituindo na equação de Poisson tem-se

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{en_\infty}{\varepsilon_0} \left(1 - e^{\left(\frac{e\Phi}{KT_e}\right)}\right) \quad (15)$$

Assumindo $e\Phi/KT_e \ll 1$, pode-se expandir a exponencial em série de Taylor,

$$\varepsilon_0 \cdot \nabla^2 \Phi = -en_\infty \left(1 - e^{\left(\frac{e\Phi}{KT_e}\right)}\right) \quad (15.a)$$

$$\varepsilon_0 \cdot \nabla^2 \Phi = en_\infty \left[\left(e^{\left(\frac{e\Phi}{KT_e}\right)} - 1 \right) \right] \quad (15.b)$$

$$\varepsilon_0 \cdot \nabla^2 \Phi = en_\infty \left[\frac{e\Phi}{KT_e} + \frac{1}{2} \left(\frac{e\Phi}{KT_e} \right)^2 + \dots \right] \quad (15.c)$$

E mantendo apenas o termo de primeira obtemos a seguinte equação diferencial.

$$\nabla^2 \Phi = \left(\frac{n_\infty e^2}{\varepsilon_0 KT_e} \right) \Phi \quad (15.d)$$

A equação é simplificada se considerarmos que o potencial eletrostático possui simetria esférica (plasma isotrópico):

$$\frac{\partial^2(r\Phi)}{\partial r^2} - \frac{n_\infty e^2}{\varepsilon_0 KT_e} (r\Phi) = 0 \quad (16)$$

Cuja solução geral é dada por

$$\Phi(r) = \frac{A}{r} e^{-r/\lambda_D} \quad (17)$$

A é uma constante obtida fazendo-se $\Phi \rightarrow 0$, para $r \rightarrow 0$, sendo λ_D o comprimento de Debye

$$\lambda_D = \left(\frac{n_\infty e^2}{\varepsilon_0 KT_e} \right)^{-1/2} \quad (18)$$

Uma expressão prática para λ_D é dada por:

$$\lambda_D = 69 \left(\frac{T_e}{n_\infty} \right)^{1/2} [T_e(K), n_\infty(m^{-3})] \quad (18.a)$$

Relembrando: λ_D é uma medida da distancia onde ocorre a blindagem do plasma ou da espessura da Bainha de Plasma.

Define-se a esfera de Debye como sendo uma esfera imaginária dentro do plasma com raio igual ao comprimento de Debye, λ_D , conforme a figura 4.

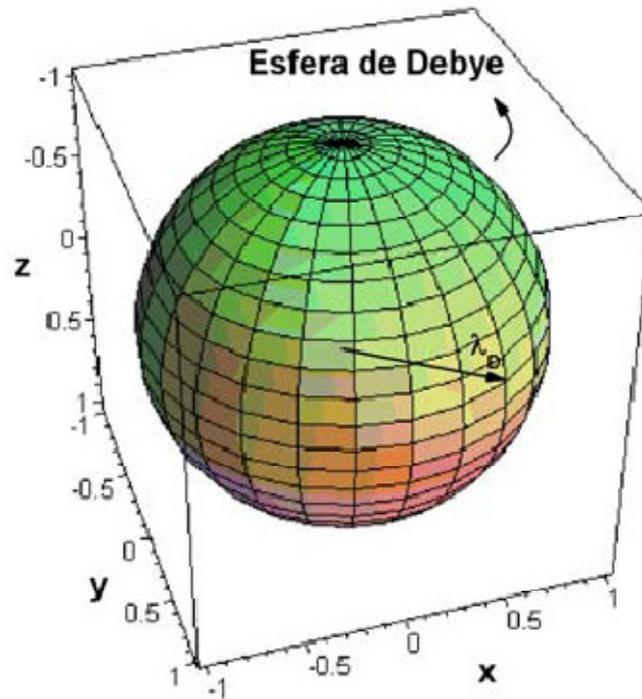


Figura 4 Esfera de Debye.⁴

Uma determinada partícula carregada do plasma só interage coletivamente, via força de Coulomb, com as outras partículas carregadas que estiverem dentro da esfera de Debye.

O número de elétrons numa esfera de Debye é dado por:

$$N_D = n_e \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 = 1,38 \cdot 10^6 T^{3/2} / n^{1/2} \quad [T \text{ (K)}, n \text{ (m}^{-3}\text{)}] \quad (19)$$

1.5 Freqüência de plasma

O movimento coletivo de cargas é caracterizado por uma oscilação denominada “Oscilação Eletrônica de Plasma” ou “Oscilação de Langmuir”. Devido à grande massa dos íons considera-se que somente os elétrons tomam parte do movimento oscilatório de cargas, sendo que a força de atração de Coulomb entre elétrons e íons é a responsável pelo movimento oscilatório. A freqüência de oscilação é denominada de Freqüência de Plasma, que como veremos só depende da densidade dos elétrons, a partir da figura 5.

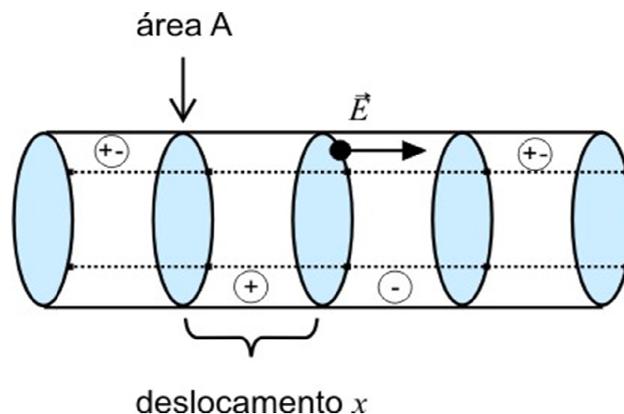


Figura 5 - Cilindro hipotético dentro do plasma.⁵

Quando num plasma as cargas se deslocam de x , os elétrons contidos no volume $A \cdot x$, vão solidariamente, para um volume igual à sua direita, tornando a região onde saíram os elétrons carregada positivamente.

Pela Lei de Gauss aplicada Area A e deslocamento x

$$\oint_S E dS = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{-Ax n_0 e}{\epsilon_0} \quad (20)$$

uma vez que o deslocamento x é pequeno podemos assumir que o campo E é constante nessa região logo $\oint_S E dS = EA$ e usando que $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{e}$ na qual $\vec{F} = m_e \frac{d^2x}{dt^2}$.

Isolando os termos obtemos

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} x \quad (20.a)$$

Que é a equação do oscilador harmônico.

A freqüência de oscilação de plasma para os elétrons em (rad/s) é dada por:

$$\omega_p = \left(\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (20.b)$$

Uma expressão prática para a frequência (em Hertz) é dada por:

$$f_p = 8.98 \sqrt{n_0} \quad [n_0 (\text{m}^{-3})] \quad (21)$$

1.6 Colisões

As colisões entre as partículas (carregadas e neutras) desempenham papel fundamental na física de plasmas.

A frequência de colisão é genericamente definida por:

$$\nu = n \sigma v \quad (22)$$

$n \rightarrow$ densidade numérica de partículas envolvidas no processo [m^{-3}]

$\sigma \rightarrow$ secção de choque de colisão [m^2]

$v \rightarrow$ velocidade “relativa” das partículas [m/s]

Podem-se distinguir dois tipos básicos de colisões: entre partículas carregadas e neutras e entre partículas carregadas.

Para colisões entre partículas carregadas (elétrons) e partículas neutras (tipo n) a interação é de curto alcance (esferas rígidas). Supondo que as partículas neutras estejam imóveis, e que os elétrons possuem distribuição de Maxwell- Boltzmann para velocidades, a frequência de colisão média é dada por:

$$\nu_{en} = n_n \sigma_n C_e V_{th} \quad \rightarrow \quad \nu_{en} = n_n \sigma_n \left(\frac{2K_B T_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (23)$$

$n_n \rightarrow$ densidade de partículas neutras

$\sigma_n \rightarrow$ secção de choque de colisão

$V_{th} \rightarrow$ velocidade térmica dos elétrons definida na eq (3) : $V_{th} = (2K_B T_e / m_e)^{1/2}$

Podemos definir um tempo característico τ de modo que :

Se $\tau v_{en} \ll 1 \rightarrow$ regime não-colisional: efeito das partículas neutras é pequeno \rightarrow plasma fracamente ionizado

Se $\tau v_{en} \gg 1 \rightarrow$ regime colisional: movimento das partículas carregadas é determinado pelas partículas neutras \rightarrow gás clássico.

Para colisões entre partículas carregadas (considerando apenas colisões elétron - íon), a interação é de longo alcance (força de Coulomb), conforme a figura 6.

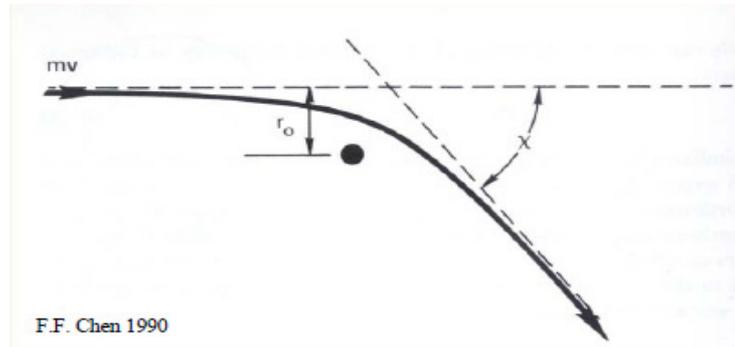


Figura 6 trajetória de uma partícula sob a ação da força de Coulomb.⁵

Um elétron com velocidade v , aproximando-se de um íon fixo de carga $+e$, através do parâmetro de impacto r_0 , distancia essa onde a interação íon-elétron é suficiente para defletir elétron se deslocando de um ângulo χ , efeito esse considerado como uma colisão.

Considerando a força de Coulomb dada por:

$$\mathbf{F}_c = e^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2 \quad (24)$$

A qual é sentida pelo elétron durante o intervalo de tempo Δt , enquanto o mesmo está na vizinhança do íon, que é estimado por:

$$\Delta t \approx r_0 / v \quad (25)$$

A variação do momento linear do elétron é dada aproximadamente por:

$$\Delta(mv) = |\mathbf{F}\Delta t| \approx e^2 / 4\pi\epsilon_0 r_0 v \quad (26)$$

Para colisões com ângulos de deflexão $\chi \sim 90^\circ$ a variação do momento linear é da ordem do próprio momento:

$$\Delta(mv) \approx mv \approx e^2/4\pi\epsilon_0 r_0 v \rightarrow r_0 = e^2/4\pi\epsilon_0 m v^2 \quad (27)$$

A secção de choque definida por: $\sigma = \pi r_0^2$, fica:

$$\sigma = e^4/16\pi\epsilon_0^2 m^2 v^4 \quad (28)$$

A frequência de colisão, ν_{ei} , é dada por:

$$\nu_{ei} = n\sigma v = n e^4/16\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3 \quad (29)$$

Considerando a distribuição de Maxwell-Boltzmann para os elétrons, pode-se substituir v pela velocidade térmica $(2K_B T_e/m)^{1/2}$, obtendo-se:

$$\nu_{ei} \approx \frac{ne^4}{16\pi\epsilon_0^2 m^2 (2KT_e/m)^{3/2}} \quad (30)$$

Para colisão elétron-partícula neutra $\rightarrow \nu_{en} \propto T^{1/2}$

Para colisão elétron-íon $\rightarrow \nu_{ei} \propto 1/T^{3/2}$

1.7 Critérios para Plasmas

Após termos apresentado alguns conceitos sobre o plasma estamos em condições de definir critérios que um meio ionizado deve apresentar para ser considerado um plasma.

Primeiro critério: (quase-neutralidade), plasma deve ser denso o suficiente para que o comprimento de Debye seja muito menor que uma distância característica do sistema, L .

$$\lambda_D \ll L \quad (31)$$

Segundo critério: (comportamento coletivo) \rightarrow A blindagem de Debye só existe se houver um número grande de partículas carregadas no interior de uma esfera de Debye, N_D .

$$N_D \gg 1 \quad (32)$$

Terceiro critério: (colisões) \rightarrow Para que os efeitos coletivos das cargas sejam predominantes, uma frequência típica de oscilação de um evento no plasma, f , que pode ser a frequência de plasma para elétrons, f_{pe} , deve ser maior que a frequência de colisão entre os elétrons e as partículas neutras, ν_{en} . Caso contrário o sistema é amortecido e dominado pelas partículas neutras.

$$f = f_{pe} > \nu_{en} \quad (33)$$

Sendo $\tau = 1/f$ (período médio típico de um fenômeno oscilatório no plasma), o terceiro critério é expresso por:

$$\tau \nu_{en} < 1 \quad (34)$$

2 Plasma sob a ação de campos Eletromagnéticos

A aplicação de campos eletromagnéticos externos é de fundamental importância para muitas aplicações de plasmas (ex. fusão termonuclear). Além dos campos externos existem também, os campos internos criados por correntes elétricas que circulam no plasma (campos auto-consistentes). Estes campos aparecem nos mais diversos formatos: estáticos, variáveis no tempo, uniformes, com gradientes, curvados, etc.

O conhecimento da trajetória das partículas carregadas na presença destes campos auxilia no entendimento do comportamento do plasma.

A equação de movimento de uma partícula de carga q e massa m , sob a ação da força de Lorentz exercida por um campo elétrico, \mathbf{E} , e por um campo magnético, \mathbf{B} , é dada por:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (35)$$

2.1 Campos $\mathbf{E} = 0$ e \mathbf{B} uniformes

Nesta seção vamos considerar o campo elétrico nulo ($\mathbf{E} = 0$) e um campo magnético uniforme na direção z ($B_z = B$, $B_x = B_y = 0$), como ilustrado na figura 7, devido a sua grande importância diante do confinamento magnético.

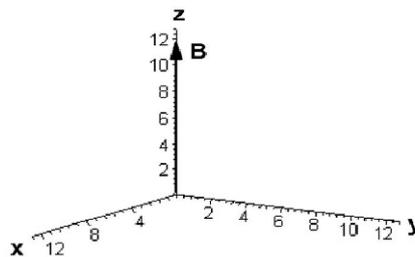


Figura 7 Campo Magnético na direção z .⁴

A equação de movimento de uma única partícula de massa m e carga elétrica q , sujeita aos campos elétrico e magnético da figura acima, é dada pela expressão.

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix} \quad (36)$$

Em termo das componentes x , y , e z , a equação (36) transforma-se no sistema de equações:

$$m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B \quad (a)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B \quad (b) \quad (37)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (c)$$

A solução da equação de movimento para a componente z da velocidade (37c) sugere um movimento de translação ao longo de z , segundo a equação:

$$m \frac{dv_z}{dt} = 0 \Leftrightarrow v_z = \text{constante} \quad (38)$$

Agora, observe que as duas equações de movimento para as componentes transversais da velocidade (37a e 37b) estão acopladas, portanto devemos desacoplá-las, para isso vamos diferenciar em t a componente em $y(x)$ e substituir o resultado na componente em $x(y)$.

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dv_{x,y}}{dt} \right) = -qB \frac{dv_{y,x}}{dt} \quad (39)$$

$$\frac{d^2 v_{x,y}}{dt^2} = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_{x,y} \quad (40)$$

A equação diferencial 40 descreve um movimento harmônico simples com frequência de giro ou ciclotrônica igual a:

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m} \quad \text{com} \quad \omega_c \geq 0 \text{ (por convenção)} \quad (41)$$

A solução da equação (40) é dada por:

$$v_{x,y} = \pm v_{\perp} e^{i(\omega_c t + \delta_{x,y})} \quad (42)$$

Na qual v_{\perp} é a velocidade no plano x-y perpendicular ao campo B, δ é um fator de fase e os sinais de \pm (devido ao sinal da carga elétrica) indica o sentido de giro, para horário ou anti-horário.

Agora, a partir da solução (42), assumindo $\delta_{x,y}=0$, considerando a definição da frequência ciclotrônica e utilizando uma das equações do sistema (37), é possível determinar as velocidades nas direções x e y (direção transversal)

$$v_x = v_{\perp} e^{i(\omega_c t)}$$

$$v_y = \pm i v_{\perp} e^{i(\omega_c t)}$$

Assim como os deslocamentos em x e y.

$$x = x_0 + \frac{v_{\perp}}{\omega_c} e^{i\omega_c t} \quad (\text{i}) \quad (43)$$

$$y = y_0 \pm i \frac{v_{\perp}}{\omega_c} e^{i\omega_c t} \quad (\text{ii})$$

A partir do sistema (43), vamos definir o raio de Larmor que é o raio da órbita da partícula em torno do centro guia (x_0, y_0) fixado.

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (44)$$

Como as velocidades e os deslocamentos são grandezas reais (não imaginários), devemos tomar apenas a parte real das equações dos sistemas (43).

$$v_x = v_{\perp} \cos \omega_c t \quad (\text{a}) \quad (45)$$

$$v_y = \pm v_{\perp} \sin \omega_c t \quad (\text{b})$$

$$x = x_0 + r_L \sin \omega_c t \quad (\text{c})$$

$$y = y_0 + r_L \cos \omega_c t \quad (\text{vi})$$

Portanto o movimento da partícula deve ser uma superposição dos movimentos de translação ao longo de z (segundo a equação (37c)) e de giro no plano x-y (segundo o sistema (45)), conforme mostra a figura 8.

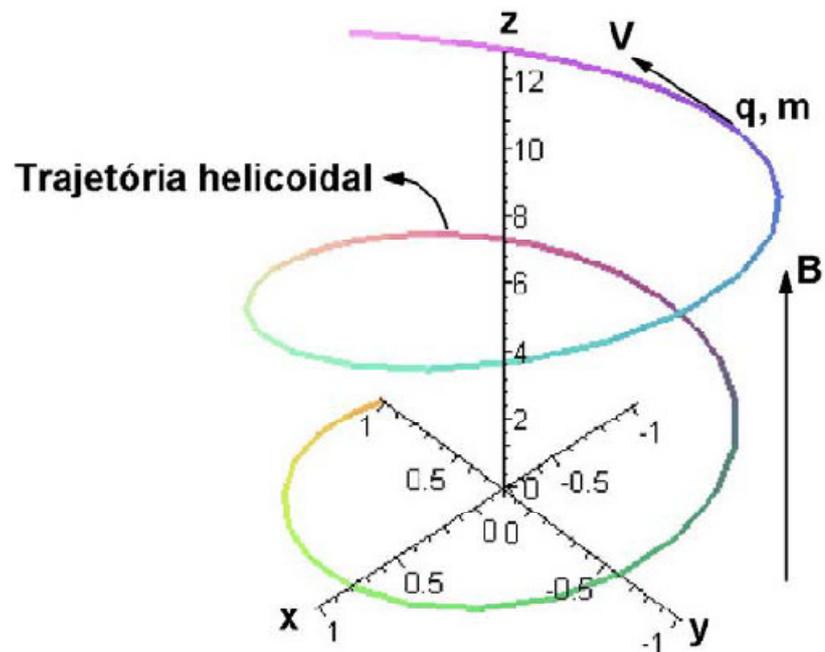


Figura 8 Trajetória Helicoidal para Íons num Campo Magnético.⁴

O sentido do giro pode ser tanto horário quanto anti-horário, dependendo do sinal da carga elétrica da partícula, quanto ao raio de Larmor, maior ou menor, dependendo da massa da partícula, conforme mostra a figura 9.

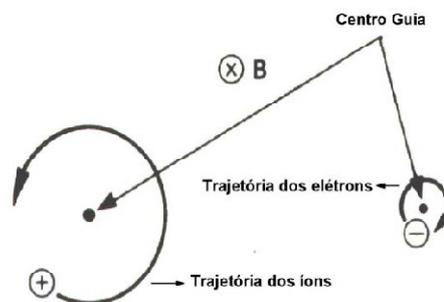


Figura 9 Sentido de Giro das Partículas Carregadas em \mathbf{B} .⁴

3 TRATAMENTO TEORICO PARA PLASMAS

A dinâmica do plasma é governada pela interação entre as partículas carregadas e/ou neutras e os campos eletromagnéticos internos produzidos pelas próprias partículas e/ou aplicados externamente.

Na grande maioria dos casos o plasma é adequadamente descrito com as leis da mecânica clássica. A mecânica quântica é utilizada somente em casos de densidade extremamente altas e/ou temperaturas muito baixas.

A grande dificuldade do plasma está no fato de possuir densidades intermediárias → comportamento entre fluido e partículas individuais.

Para uma descrição teórica do plasma existem basicamente três “caminhos” principais, cada um com suas aproximações, regimes de validade e que são utilizados em diferentes circunstâncias⁵:

-Teoria de órbitas (*partículas individuais*)

-Teoria cinética (*discretas-espécies de partículas*)

-Teoria de fluidos (*contínuo - todas as partículas*)

3.1 Teoria de órbitas

Na Teoria de órbitas estuda-se o movimento de cada partícula carregada “do plasma” na presença de campos elétricos e magnéticos previamente especificados (externos), não levando em conta os campos criados pelas partículas. É importante para prever o comportamento de partículas carregadas em plasmas de baixa densidade no qual a interação partícula-campo predomina em relação às colisões.

A equação básica é a equação de movimento de uma partícula de carga, q , sobre a ação da força de Lorentz, devido a um campo elétrico, E , e um campo magnético, B , que na sua forma mais geral é dada por:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (46)$$

Na qual \mathbf{p} é o momento da partícula de massa m e velocidade \mathbf{v} , sob a ação do campo eletromagnético.

3.2 Teoria Cinética

Neste tratamento cinético utiliza-se o conceito de função distribuição, $f(r,v,t)$, para o sistema em análise e resolve-se as equações diferenciais cinéticas apropriadas que governam a evolução temporal e espacial das variáveis macroscópicas para cada espécie de partícula. As variáveis macroscópicas são definidas por médias estatísticas sobre uma função distribuição, usualmente a distribuição Maxwell-Boltzmann, e são denominadas “momentos” da função distribuição.

A função distribuição deve satisfazer a equação de Boltzmann⁵.

$$\frac{\partial f_{\alpha}(r,v,t)}{\partial t} = \mathbf{v} \cdot \nabla_r f_{\alpha}(r,v,t) + \mathbf{a} \cdot \nabla_v f_{\alpha}(r,v,t) = 0 \quad (47)$$

Ex. de variáveis → densidade, temperatura, fluxo de calor, etc.

Ex. equações → conservação de massa, conservação de momento.

3.3 Teoria de fluidos

Neste modelo o plasma é tratado como um fluido condutor onde o comportamento macroscópico é descrito como um todo, sem considerar as espécies individualmente.

As variáveis macroscópicas são definidas pela soma das contribuições de cada espécie de partícula.

Exemplo de variável: densidade de carga total

$$\rho = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} \quad (48)$$

As equações de transporte são também obtidas para o plasma como um todo, e são chamadas de equações MHD (Magnetohidrodinâmica).

4. Teoria da MHD

A união das equações da mecânica de fluidos com as equações de Maxwell do eletromagnetismo fornece uma abordagem teórica para os fenômenos de plasma conhecido como teoria Magnetohidrodinâmica (MHD). Tal abordagem se constitui essencialmente numa teoria da mecânica do contínuo, que teve início com Hannes Olof Gösta Alfvén, que utilizou o termo pela primeira vez em 1942. Alfvén foi agraciado com o prêmio Nobel de física em 1970, pelo trabalho fundamental e descobertas em MHD, com inúmeras aplicações a física de plasma.

Na abordagem da MHD, o fato do plasma ser tratado como fluido condutor simples, tendo valores locais de densidade, velocidade macroscópica e temperatura, faz com que o comportamento de várias espécies individuais que o constituem, tais como elétrons, íons e partículas neutras, não seja especificado como ocorre em outras abordagens. Sendo apenas um dos tratamentos teóricos da física de plasma, a MHD é aplicada para estudar fenômenos de baixa frequência em fluidos condutores usualmente imersos em campos magnéticos. Assim quando consideramos o movimento do plasma não relativístico e variando lentamente (isto é a escala de tempo \gg inverso da frequência de plasma), sob a ação de forças mecânicas e magnéticas, o modelo MHD é apropriado. Deve-se, pois, ter em mente que a principal limitação da MHD é não podermos aplicá-la a fenômenos de alta frequência, os quais podem gerar separação de cargas (oscilações em plasmas ou ondas eletromagnéticas em plasmas).

4.1 Equações da Magnetohidrodinâmica (MHD)

O foco desta seção é apresentar as equações da MHD, discutindo as limitações oriundas das simplificações impostas na descrição dos processos dinâmicos de um plasma. Sendo o objeto de estudo da MHD o movimento de um fluido condutor, imerso num campo magnético, naturalmente suas equações devem incluir:

- (i) Equações de movimento de fluido (Hidrodinâmica);
- (ii) Equações dos campos eletromagnéticos (Eletrodinâmica);
- (iii) Equações de estado e, dependendo da abordagem do problema, também a equação da energia (Termodinâmica)

A tabela 2 abaixo reúne as principais equações da MHD

Equações	Comentários
$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla v = 0$ (49)	Eq. da continuidade da massa
$\rho \left[\frac{dv}{dt} + v \cdot \nabla v \right] = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \cdot P$ (50)	Eq. De movimento (Eq. De Euler) (Navier Stokes e força de Lorentz)
$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ (51)	Eq. Força de Lorentz
$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{-1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$ (52)	Lei de Faraday
$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 j$ (53)	Lei de Ampère
$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ (54)	Fluido incompressível
$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) = 0$ (55)	Fluido isotérmico
$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0$ (56)	Fluido adiabático
$P = nK_B T$ (57)	Equação de estado do gás ideal

Tabela 2 Eq. da MHD⁶

As equações contidas na tabela 2 revelam o tratamento do plasma como um fluido condutor de densidade ρ , velocidade v , pressão P.

Uma análise dessas equações revela a existência de certo nível de aproximação nesse tratamento de plasma, contudo pode-se dizer que, em linhas gerais, a base fundamental dessa formulação esta vinculada as suposições abaixo descritas.

- (1) *Hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico);*
- (2) *Hipótese da quase neutralidade; que já foi discutida anteriormente quando deduzimos λ_D o comprimento de Debye admitindo que a densidade de cargas positivas é aproximadamente igual a densidade de cargas negativas no espaço contido dentro da esfera de Debye.*

4.1.1 Hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico)

De modo geral, uma determinada substância pode ser tratada como fluido se o menor elemento de volume for suficientemente grande para conter elevado número de partículas para que as propriedades médias possam ser definidas e variar de forma contínua. Portanto para a expressão *elemento de volume*, utilizada em mecânica de fluidos, devemos entendê-la do ponto de vista físico, isto é, muito pequeno em relação ao volume do sistema, mas grande em relação às distâncias das partículas. Uma vez que o livre caminho médio λ precisa ser muito pequeno para que uma substância possa ser tratada como um fluido. Pequeno em relação a que? Em relação às dimensões características do sistema, ou seja, se L é uma dimensão característica do sistema, a hipótese do contínuo, numa linguagem matemática, significa $\lambda \ll L$. Do significado do conceito de livre caminho médio, percebesse a importância que as colisões desempenham no processo de construção da hipótese do contínuo (processos colisionais favorecem a hipótese do contínuo). A associação dessa hipótese com a colisão leva a suspeita de que a teoria da MHD não se aplicaria a plasmas onde as colisões não são eficientes (plasmas acolisionais). Entretanto essa não é a realidade apresentada na experiência. Como bem conhecido, o campo magnético impõe certas restrições aos movimentos das partículas carregadas, como, por exemplo, na direção perpendicular as linhas de campo. Uma compreensão desse fato permite perceber que as partículas carregadas ficam de certa forma, confinadas num tempo suficientemente longo para que o sistema se comporte como fluido. Assim, pode se justificar a aplicabilidade da teoria MHD num contexto que envolve plasmas aproximadamente acolisionais.

Vimos que a equação de movimento para uma única partícula sujeita aos campos \vec{E} e \vec{B} é dada por

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (58)$$

Agora considere a seguinte aproximação: que o plasma seja constituído de uma coleção de elementos de fluido e que também possamos desprezar os eventos colisionais, assim como o movimento térmico das partículas num elemento de fluido com densidade de partículas carregadas (n), então a equação de fluido que rege a dinâmica do elemento de fluido é

$$m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (59)$$

onde \mathbf{u} é a velocidade média das partículas carregadas contidas num elemento de fluido, que deve ser exatamente, a velocidade mais provável do elemento de fluido.

Observação: Na aproximação de fluido, cada elemento de fluido, pode ser constituído tanto por íons, elétrons ou nêutrons, logo deve existir também diferentes equações de fluido para cada espécie no plasma.

Como estamos interessados em encontrar uma equação de fluido para um sistema de coordenadas fixo, devemos rearranjar a expressão (59), pois tal expressão, leva em conta um sistema de coordenadas que viaja juntamente com a partícula.

Para isso, considere uma grandeza $\vec{G}(x, t)$ qualquer do fluido (para facilitar, vamos considerar o problema unidimensional), então a variação temporal de $\vec{G}(x, t)$ neste sistema de coordenadas fixo, deve ser

$$\frac{d\vec{G}(x, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \mathbf{u}_x \frac{\partial \vec{G}}{\partial x} \quad (60)$$

O primeiro termo à direita da igualdade, $\frac{\partial \vec{G}}{\partial t}$ representa a variação temporal de G num dado ponto fixo no espaço r e os termos, $\frac{\partial \vec{G}}{\partial x}$ e \mathbf{u}_x representam, respectivamente a variação espacial de G para tempos diferentes e a variação da posição do elemento de fluido em tempos diferentes.

Podemos generalizar o caso acima, para 3 dimensões, isto é:

$$\frac{d\vec{G}}{dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + (\mathbf{u}_r \cdot \nabla) \vec{G} \quad (61)$$

Em nosso caso, \vec{G} é a própria velocidade \mathbf{u} do elemento de fluido, então podemos reescrever (59) como

$$m \left[\frac{d\mathbf{u}}{dt} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (62)$$

A expressão (62) é conhecida como equação de transferência de momentum para elementos de fluido que se movem com velocidade \mathbf{u} quando sujeita aos campos \vec{E} e \vec{B} .

Para encontrar a taxa média de variação de momento dos elementos de fluido, vamos considerar um cilindro imaginário de comprimento l e área transversal A , que contém o fluido a uma temperatura T , então

$$\vec{F}_m l = N \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \vec{V}_i^2 \quad (63)$$

A expressão (63) indica a força média exercida pelo fluido, constituído de N partículas, sobre as paredes do cilindro imaginário que o contém.

Podemos reescrever a expressão (63), pois sabemos que num plasma a energia média das N partículas contidas num elemento de fluido é.

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \vec{V}_i^2 = \frac{K_B T}{2} \quad (64)$$

Podemos relacionar a energia no elemento de fluido com a pressão através da equação (57), equação do gás ideal da tabela 2.

$$P = n K_B T \quad (65)$$

Tendo que a força com que o elemento de fluido age na parede do cilindro é menos o gradiente da energia $\vec{F} = -\vec{\nabla} \varphi^8$ podemos escrever a contribuição da pressão do plasma em forma da força, e adiciona - lá a equação (62).

$$\vec{F}_m = -\vec{\nabla} P \quad (66)$$

Outro aspecto relevante é que, numa abordagem mais geral, a pressão é tida como uma grandeza tensorial, porém o que se vê na formulação MHD, é que a pressão é tratada como escalar. Tal fato sinaliza que a isotropia está implicitamente admitida nessa teoria, conduzindo a uma equação de movimento que não leva em consideração os efeitos da viscosidade e com isso a pressão aparece como isotrópica ou escalar.

Analisando a pressão como uma grandeza tensorial pode-se perceber algumas características interessantes com tensão de stress e tensão de cisalhamento.

Na presença de movimento térmico, o fluido terá uma temperatura T que dará origem a forças resultantes da pressão cinética no interior do fluido.

Agora podemos reescrever a equação de transferência de momentum da seguinte maneira.

$$m \left[\frac{d\mathbf{u}}{dt} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \vec{\nabla} P \quad (67)$$

Observação: A expressão (67) é evidentemente aproximada no que se refere à pressão, pois em três dimensões p não é um escalar e sim um tensor, dado pela matriz abaixo

$$\overleftrightarrow{P} = \begin{pmatrix} P_{xx} & P_{xy} & P_{xz} \\ P_{yx} & P_{yy} & P_{yz} \\ P_{zx} & P_{zy} & P_{zz} \end{pmatrix} \quad (68)$$

Onde os elementos de matriz na diagonal principal correspondem aos termos relacionados com as forças de tensão que agem no elemento de fluido e os demais termos, fora da diagonal principal, são os termos relacionados com as forças de cisalhamento (ou termos de viscosidade). Portanto para o caso mais geral, onde a pressão é anisotrópica, $\vec{\nabla} P$ deve ser substituído por $\vec{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{P}$ (produto diádico) na expressão (67).

Em particular, assumimos no início uma distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann, então o tensor Stress \overleftrightarrow{P} é

$$\overleftrightarrow{P} = \begin{pmatrix} P_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & P_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & P_{zz} \end{pmatrix} \quad (69)$$

Se o plasma estiver sujeito a um campo magnético externo, podem coexistir no plasma duas temperaturas devido às pressões nas direções paralelas e perpendiculares ao campo magnético, logo o tensor Stress \overleftrightarrow{P} assume a forma.

$$\overleftrightarrow{P} = \begin{pmatrix} P_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & P_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & P_{\perp} \end{pmatrix} \quad (70)$$

Num plasma, o elemento de fluido constituído de partículas carregadas que podem eventualmente perder momentum em colisões com o elemento de fluido não carregado, isto é, neutro. E devido a esse fato que ocorre freqüente tomamos a pressão como escalar.

5 Confinamento magnético

5.1 Tipos de configuração magnética

Abandonado a ele próprio, um plasma ocupa, tal como qualquer gás, todo o espaço geométrico disponível, devido às colisões entre partículas. O plasma pode ser confinado por campos magnéticos, visto que as trajetórias dos íons e dos elétrons que o constituem são hélices que se enrolam em torno das linhas de força do campo magnético.

Se um recipiente está mergulhado num campo magnético retilíneo (solenóide), as partículas do plasma não podem atingir as paredes laterais, mas vão colidir com as extremidades do recipiente. Para evitar este contato das partículas com as paredes materiais, foram estudados dois tipos de configuração para confinamento magnético:

As configurações lineares onde a intensidade do campo magnético é reforçada nas extremidades do recipiente para que a partícula possa refletir no 'espelho magnético' antes de qualquer contato material. Este movimento harmônico devido a reflexão das partículas é, no entanto sujeito a perdas nos espelhos devido às colisões entre partículas; devido a estas perdas estas configurações não são consideradas para os reatores.

As configurações toroidais que suprimem as perdas nas extremidades devido ao fecho das linhas de força sobre elas próprias. O estudo teórico das trajetórias das partículas mostra que para o seu confinamento é necessário sobrepor ao campo toroidal uma componente do campo que lhe seja perpendicular (campo poloidal). As linhas de força do campo total são então hélices em torno das quais envolvem as partículas do plasma.

Distinguem-se várias classes de sistemas de confinamento toroidal de acordo com a maneira como a helicidade das linhas do campo magnético é obtida, sendo as principais:

- os tokamaks,
- os stellarators,

- os RFP ("reverse field pinch" , com 'constricção' do campo magnético).

No **tokamak**, cuja configuração é mostrada no esquema da figura 10, o campo toroidal é criado por um conjunto de bobinas espaçadas regularmente em torno do toro e é muito superior ao campo poloidal criado por uma forte corrente que circula no plasma.

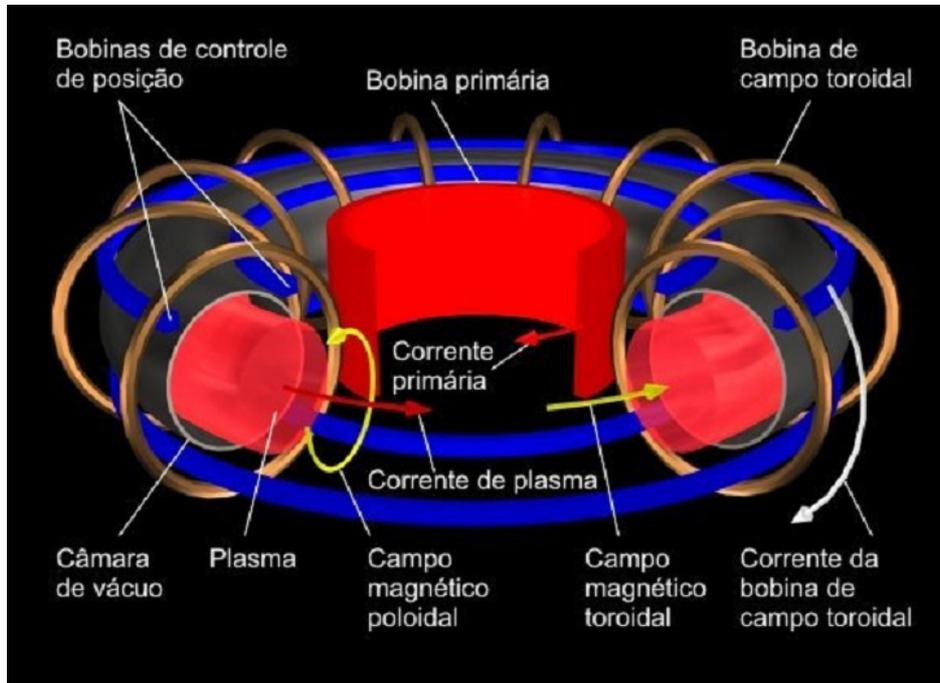


Figura 10 Esboço de um reator Tokamak de fusão.⁷

Abaixo uma pequena análise quantitativa dos parâmetros típicos em um reator de Fusão.

Parâmetros típicos:

• Volume do plasma	1 – 100 m ³
• Massa total do plasma	10 ⁻⁴ – 10 ⁻² gramas
• Densidade de íons	10 ¹⁹ – 10 ²⁰ m ⁻³
• Temperatura	1 – 40 keV
• Pressão (α N x T)	0,1 – 5 atm
• Velocidade térmica dos íons	100 – 1000 km/s
• Velocidade térmica dos elétrons	0,01c – 0,1c
• Campo magnético toroidal	1 – 7 T
• Corrente de plasma total (corrente primaria)	(0,1 – 7) MA

No **Stellarator**, a helicidade das linhas do campo é produzida por um conjunto de bobinas, elas próprias tendo por vezes a forma helicoidal. Não é induzida exteriormente nenhuma corrente no plasma.

No **RFP**, as componentes toroidal e poloidal do campo são criadas como no tokamak, mas a corrente que circula no plasma é mais intensa que num tokamak com o mesmo campo toroidal. O estabelecimento dos campos faz-se numa escala de tempo tal que daí resulta uma reorganização interna espontânea dos campos magnéticos conduzindo à inversão do sentido do campo toroidal no interior do plasma.

5.2 Efeito Pinch

A tendência de uma descarga de corrente intensa através de um plasma a se comprimir lateralmente é conhecida como o ``efeito pinch''. O mecanismo básico que causa o pinch é a interação de uma corrente com seu próprio campo magnético ou, de maneira equivalente, a atração entre filamentos de corrente paralelos.

Consideremos uma descarga de corrente, de simetria cilíndrica, através do plasma. Conforme a lei circuital de Ampère, a indução magnética a uma distancia r do eixo de descarga é dado por

$$B(r) = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r J(r') r' dr'. \quad (71)$$

Disto, segue-se que

$$\frac{\partial B}{\partial r} = -\frac{\mu_0}{r^2} \int_0^r J(r') r' dr' + \mu_0 J(r) \quad (72)$$

$$= -\frac{1}{r} B(r) + \mu_0 J(r). \quad (73)$$

A força magnética por unidade de volume é

$$F_v = J \times B = -J(r)B(r)\mathbf{a}_r \quad (74)$$

Onde \mathbf{a}_r é um vetor unitário na direção r . Eliminando $J(r)$ das Eqs. (73) e (74) tem-se

$$F_v = -\frac{1}{\mu_0} B \frac{\partial B}{\partial r} - \frac{1}{\mu_0 r} B^2. \quad (75)$$

Esta força pode ser convertida numa pressão equivalente, p_{eq} , escrevendo-se $F_v = -\frac{\partial p_{eq}}{\partial r}$

$$\text{E então integrando temos: } p_{eq} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 - \frac{1}{\mu_0} \int_0^r \frac{B^2}{r} dr. \quad (76)$$

Estamos particularmente interessados na expressão sobre os contornos laterais da descarga, nos limitaremos ao estudo do caso da alta condutividade, em que as linhas de campo magnético não podem penetrar apreciavelmente no fluido condutor. Aqui, a integral da equação (76) não contém contribuição da região de descarga. No limite da descarga, $r = R$, a pressão é exatamente a que denominado pressão magnética, p_m :

$$p_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2(R). \quad (77)$$

É evidente, através da equação (76), que a pressão magnética é uniforme na região externa, mas nula ou muito pequena no interior da descarga. Dessa forma, pode-se compreender o efeito pinch como proveniente de uma formação repentina de pressão magnética na região externa à descarga.

O pinch da descarga resulta na compressão do plasma. Se o pinch puder contrair-se de uma maneira estável, continuará até que a pressão magnética na região externa seja igual à pressão do fluido na descarga. Trataremos o plasma como um gás perfeito, cuja pressão de fluido $p = nkT$. Então, no raio final R da descarga,

$$\frac{1}{2\mu_0} B^2(R) = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{4\pi^2 R^2} I^2 = nkT, \quad (78)$$

Onde I é a corrente de descarga. Esta expressão pode ser resolvida para a corrente:

$$I^2 = 2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right)^{-1} \pi R^2 nkT \quad (78.a)$$

$$I^2 = 2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right)^{-1} A_0 n_0 kT, \quad (78.b)$$

Uma vez que a conservação das partículas requer que $A_0 n_0 = \pi R^2 N$. Aqui, A_0 é a seção reta inicial de descarga, n_0 é sua densidade inicial de partículas, $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ T.m/A e a constante de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K. Para alcançar a temperatura de 10^8 K necessária a um reator termonuclear (fusão), com $A_0 = 0.04$ m² e $n_0 = 10^{21}$ partículas/m³, uma corrente de pinch, de 1 milhão de ampères aproximadamente.

É fácil de ver que o pinch é um fenômeno intrinsecamente instável. A pressão magnética no limites da descarga depende de seu raio bem como de sua minuciosa forma geométrica. Pequenas perturbações crescerão se as variações de pressão resultante forem tais que elevem estas perturbações. A figura (11) mostra que pequenas ondulações sobre a superfície que limita a descarga, bem como dobras, se situam nesta categoria, produzindo as chamadas instabilidades de ondulação e de dobras do plasma pinch.

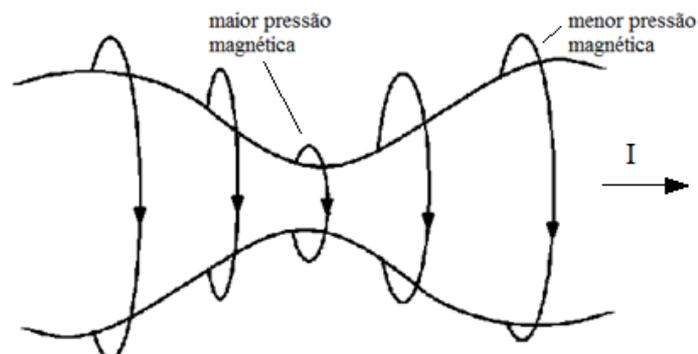


Figura 11 ondulação no plasma.⁸

5.2.1 Aquecimento do plasma nas configurações Toroidais

No caso do Tokamak e do RFP, a corrente que circula no plasma e que cria a componente poloidal do campo poloidal magnético serve também para aquecer o plasma por efeito Joule. Este processo é eficaz até uma temperatura da ordem de 10 milhões de graus, para além da qual a resistividade do plasma é demasiado baixa para que exista uma dissipação significativa. Por esta razão têm sido desenvolvidos sistemas de aquecimento adicional para permitir ao plasma atingir as temperaturas termonucleares. (Para os stellarators estes meios de aquecimento serão os únicos a garantir a energia necessária, pois nesta configuração não é induzida corrente no plasma).

Atualmente, são utilizados três métodos de aquecimento adicional em plasmas:

Aquecimento por injeção de Átomos neutros: Um feixe de íons, criado e acelerado fora da máquina de confinamento, é neutralizado antes de penetrar no espaço onde existe o campo magnético. Os átomos neutros são ionizados no plasma e confinados pelo campo magnético. As colisões redistribuem a energia e a temperatura do plasma aumenta.

Aquecimento por ondas de radiofrequência: O plasma pode absorver a energia de ondas eletromagnéticas nas frequências de ressonância do meio (em particular as frequências ciclotrônicas dos íons e dos elétrons). As antenas revestem uma parte da parede e são alimentadas por potentes geradores de ondas. A escolha da frequência permite definir a espécie de partículas que será aquecida e a região onde se fará a absorção e o consequente aquecimento.

Compressão adiabática do plasma: Este método assenta no deslocamento do plasma de uma região de campo magnético fraco para uma região de campo magnético forte; o deslocamento é obtido aumentando progressivamente a componente vertical do campo magnético. Como isto implica um funcionamento pulsado com fortes constrangimentos técnicos sobre a máquina, este método é pouco aplicado. Apenas o TFTR (Princeton, USA) o utilizou recentemente.

5.3 Investigação em tokamaks

5.3.1 Características atuais dos Tokamak

A máquina JET, que é o maior Tokamak em operação (volume do plasma: 140 m^3) atingiu o melhor desempenho para o produto $n_0 T_0 t_E$ denominado produto de Lawson, com o valor de $9 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{KeV} \cdot \text{s}$.

O critério de Lawson revela qual a condição mínima, ou seja o valor mínimo para o produto $n_0 T_0 t_E$ em que se possa haver a reação de fusão em reator Tokamak pois o plasma está continuamente perdendo energia devido à radiação emitida pelos elétrons quando são desacelerados e também a perda de energia pelo transporte de calor. Portanto, a condição mínima para que um reator funcione requer que a potência termonuclear gerada seja suficiente para superar tais perdas. John David Lawson deduziu, em 1957, a condição mínima para o

balanço de energia num reator, levando em consideração a combinação das eficiências de conversão de energia térmica em elétrica e de aquecimento do plasma.

Confinamento: O estudo do transporte da matéria e do calor através do campo magnético permite qualificar o confinamento. Este estudo exige a variação de um grande número de parâmetros (campo magnético, corrente, densidade, temperatura,...) e a medição de perfis espaciais e temporais de numerosas características do plasma.

Pureza do plasma: As impurezas libertadas no contato parede/plasma aumentam as perdas por radiação e diluem o combustível. Na operação com um limitador magnético, o elemento material que assegura o contato pode ser afastado do plasma. O revestimento da parede por materiais leves (B, Be, C) é uma técnica comprovada e constantemente melhorada.

Funcionamento estacionário ou quase-estacionário: A corrente no plasma só pode ser induzida por efeito transformador durante um tempo limitado. São, por isso, utilizados métodos não indutivos de geração de corrente (por feixes de neutros ou por ondas de radiofrequência), os quais permitem manter a corrente no plasma.

Disrupções: O Tokamak funciona num domínio limitado de parâmetros. Fora desse domínio, a corrente é interrompida bruscamente - ocorre uma disrupção. Daí resultam consequências mecânicas e térmicas importantes na estrutura e sobre as paredes do reator. O estudo dos sinais precursores dessas Disrupções permitirá tomar medidas preventivas.

6 Fusão termonuclear controlada.

6.1 Fusão em um reator

Para se obter a fusão nuclear em um reator é necessário se ter um combustível que além de abundante, também tenha alto rendimento energético e dentre as mais de 80 reações de fusão possíveis, a que envolve os dois isótopos de hidrogênio (Deutério e Trítio) é a mais atrativa devido a sua rentabilidade econômica e abundancia natural e certamente será a escolhida para alimentar o primeiro reator de fusão na Terra. Abaixo um pequeno exemplo das reações de fusão e sua respectiva energia liberada.

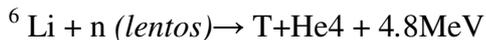
- (1) $D + D \rightarrow T (1.01\text{MeV}) + p (3.03\text{MeV})$
 (2) $D + D \rightarrow \text{He}_3 (0.82\text{MeV}) + n (2.45\text{MeV})$
 (3) $T + D \rightarrow \text{He}_4 (3.52\text{MeV}) + n (14.06\text{MeV})$
 (4) $D + \text{He}_3 \rightarrow \text{He}_4 (3.67\text{MeV}) + p (14.67\text{MeV})$
 (5) $\text{Li}_6 + n \rightarrow T + \text{He}_4 + 4.8\text{MeV}$

Deutério (D): isótopo estável com abundância de 1 parte em 6700 (30g/m³)

Trítio (T): isótopo radioativo ($T_{1/2} = 12,3$ anos), decaimento beta para ³He onde o decaimento beta é o processo pelo qual um núcleo instável pode transformar-se em outro núcleo mediante a emissão de uma partícula beta. Nesse caso o Lítio ao receber a emissão de uma partícula beta é transformado no isótopo do hidrogênio, Trítio.

Sendo o Deutério inesgotável na natureza, obtido de lagos e oceanos, contudo o trítio deverá ser produzido artificialmente, por não ser um elemento natural.

A principal fonte de trítio é o lítio através do bombardeamento por nêutrons :



Além da abundancia desses elementos a sua alta secção de choque propicia um grande número de reações, sendo esse um grande atrativo e preponderante motivo para sua escolha nas reações de fusão.

A figura 12 mostra através do gráfico (secção de choque x velocidade) por energia. que a reação deutério-trítio, tem, para altas energias a maior secção de choque, que possibilita um grande número de colisões e por consequencia maior rendimento energético para fusão nuclear.

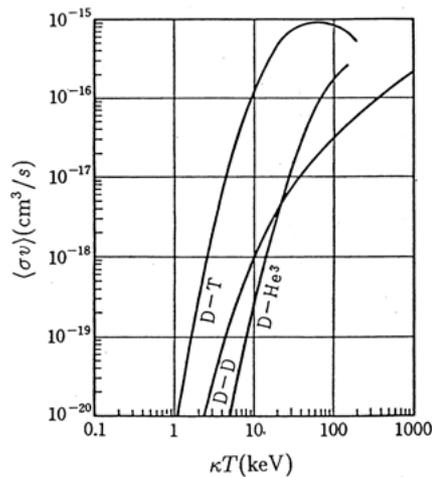


Figura 12 gráfico (secção de choque x velocidade) por energia.⁹

A reação de fusão tem algumas vantagens como a produção em larga escala, Combustível abundante e barato, Efeitos mínimos ao meio ambiente, Fonte universal, Lixo radioativo de pequena meia-vida, inerentemente segura, não necessita de armazenamento e de maior rendimento comparado com outros combustíveis como mostrado na figura 13.

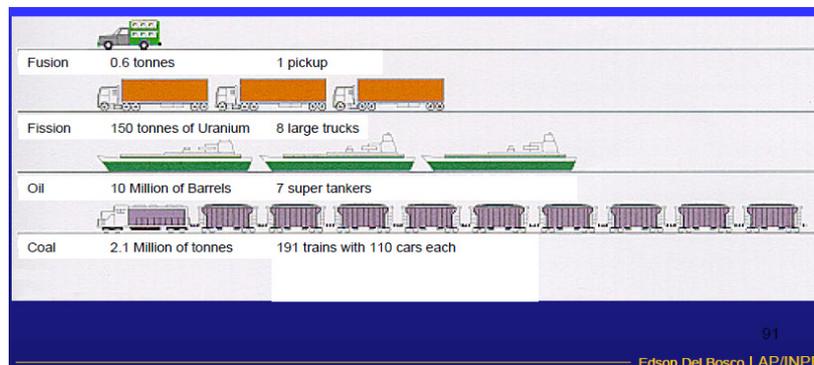


Figura 13 comparação de combustíveis.⁷

Mas também existem desvantagens inerentes a essa nova tecnologia pois necessita de intensa pesquisa, Radioatividade do trítio, Grande fluência de neutros de alta energia, Transmutação radioativa (novos materiais).

6.2 Parâmetros de fusão

Parâmetros de fusão ou triplo produto é definido por $n T_i \tau_E$ (*produto de Lawson*) que expressa o valor mínimo entre os valores de n , T_i e τ_E afim de que ocorra a ignição, ou seja, se desencadeie a fusão em um reator⁹.

Abaixo uma descrição quantitativa dos parâmetros de fusão em um reator.

n : densidade [m^{-3}] → reação de fusão: ($10^{-4} g/m^3$)

T_i : temperatura dos íons [keV] → “agitação” térmica necessária à fusão

τ_E : tempo de confinamento de energia ($W_{t\acute{e}rm} / P_{perdida}$) [s] → isolamento térmica

Na qual $W_{t\acute{e}rm}$ é a energia térmica do plasma e $P_{perdida}$ a potencia perdida pela desaceleração dos íons e perda pelo transporte de calor como descrito no inicio da secção 5.

para que ocorra a fusão em um reator as condições a seguir devem ser satisfeitas:

$$n T_i \tau_E > 6 \times 10^{21} m^{-3} keV s$$

$$10 keV < T_i < 20 keV$$

Condição de ignição (50%D + 50%T)

Tais valores são de suma importância para que se possa produzir a energia termonuclear em reatores de forma abundante e renovável. E toda a teoria sobre a física de plasma vista até aqui tem o propósito de gerar e controlar esse quarto estado da matéria chamado de PLASMA afim de usa - lo a nosso benefício.

Conclusão

Neste trabalho, através da análise da teoria envolvida à física de plasma, concluímos que esse estado da matéria além de ser, em sua constituição, a maior parcela da matéria no universo conhecido, também é de suma importância para se obter a reação de fusão em um reator, principalmente o reator de fusão Tokamak, onde o termo *tokamak* é uma transliteração da palavra russa **Токамак** que por si só é um acrônimo das palavras: (*toroidal'naya kamera magnitnymi katushkami*) — câmara toroidal magnética¹.

Conhecemos a partir desse estudo quais as propriedades desse gás extremamente ionizado denominado de plasma, como suas propriedades termodinâmicas a partir da distribuição de Maxwell - Boltzmann, também sua propriedade de quase neutralidade e a Hipótese do contínuo (aproximação de fluido e sistema isotrópico) para que pudéssemos desenvolver a análise da magnetohidrodinâmica (MHD) para esse fluido condutor.

Além da análise teórica estudamos também quais suas aplicações à fusão termonuclear controlada com o intuito de conhecer quais as formas de se confinar e controlar esse gás a altas temperaturas e como esse confinamento magnético é usado na fusão, com o propósito de ser usado como uma fonte de energia abundante e limpa para a natureza, problema esse que hoje é amplamente discutido por todas as nações.

Referencias

- ¹ Dr. Edson Del Bosco, Mini curso física de plasmas e fusão termonuclear controlada. LAP, IINPE, parte 1.
 - ² Aula de física de plasma UNB. Baseado em Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 1: Plasma Physics Francis F. Chen Second Edition Plenum Press, 1985
 - ³ Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 1: Plasma Physics Francis F. Chen Second Edition Plenum Press, 1985.
 - ⁴ Aula de física de plasma UNB. Baseado em Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 1: Plasma Physics Francis F. Chen Second Edition Plenum Press, 1985
 - ⁵ Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 2: Plasma Physics Francis F. Chen Second Edition Plenum Press, 1985.
 - ⁶ Faculdade de ciencias e tecnologia, universidade nova de Lisboa, tópicos de eng física, física e tecnologia de plasma, professor Manuel Maneira.
 - ⁷ Mini curso física de plasmas e fusão termonuclear controlada. LAP, IINPE Dr. Edson Del Bosco, parte 2.
 - ⁸ John R. Reitz, Frederick J. Milford, Robert W. Christy Fundamentos da Teoria eletromagnética
 - ⁹ Dr. Edson Del Bosco, parte 1, Mini curso física de plasmas e fusão termonuclear controlada.
-