

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**FÍSICA NUCLEAR:  
O ÁTOMO NUCLEAR**

AUTOR: JEREMIAS GARCIA DUARTE

**MONOGRAFIA DE CONCLUSÃO DO CURSO DE FÍSICA**

Orientador: Maurício Antonio Custódio de Melo

Maringá, 07 de novembro de 2011.

**JEREMIAS GARCIA DUARTE**

# **FÍSICA NUCLEAR: O ÁTOMO NUCLEAR**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado como parte das atividades  
para obtenção do título de Bacharel em  
Física do Centro de Ciências Exatas da  
Universidade Estadual de Maringá.

Prof. orientador: Maurício Antonio Custódio de Melo

Maringá, 2011



**Autoria:** Jeremias Garcia Duarte

**Título:** Física Nuclear: O Átomo Nuclear

Trabalho de conclusão de curso apresentado como parte das atividades para obtenção do título de Bacharel em Física do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá

<b>Os componentes da banca de avaliação, abaixo listados, consideram este trabalho aprovado.</b>		
	<b>Nome</b>	<b>Instituição</b>
<b>1</b>	Antonio Medina Neto	UEM
<b>2</b>	Nilson Benedito Lopes	UEM
<b>3</b>	Maurício Antonio Custódio de Melo	UEM

**Data da aprovação:** 07 de novembro de 2011.

*“Dedico este trabalho a Deus, por me  
amar incondicionalmente.”*

## AGRADECIMENTOS

*A Deus.*

*Aos meus pais e meu irmão;*

*Ao Prof. Maurício Antônio Custódio de  
Melo, pela orientação, apoio e incentivo;*

*Ao prof. Nilson Benedito Lopes pelo  
apoio e incentivo.*

*Não está na natureza das coisas que o homem  
realize um descobrimento súbito e inesperado;  
a ciência avança passo a passo e cada homem  
depende do trabalho de seus predecessores.*

*Ernst Rutherford*

## RESUMO

A descoberta da radioatividade, juntamente com a prova da existência do elétron dada por Thomson, forneceu a matéria prima para o desenvolvimento da teoria atômico nuclear.

Este trabalho pretende fazer uma revisão das teorias, e dos experimentos que levaram ao surgimento do atual modelo atômico nuclear. Será realizada também uma revisão da teoria da radiação gama, como se dá sua detecção e suas aplicações na Medicina Nuclear.

Quando acoplados a fármacos, elementos radioativos emissores gama, são introduzidos no organismo humano, onde dependendo do fármaco, se acumulam em certos locais do corpo já conhecidos. E devido à alta penetração da radiação gama, detectores externos podem detectar precisamente onde se dá a concentração destes elementos, podendo então diagnosticar vários tipos de doenças.

O detector exposto neste trabalho é o chamado cintilador, grandemente utilizado para diagnóstico na Medicina Nuclear.

Palavras-chave: núcleo atômico, decaimento radioativo, radiação gama, medicina nuclear, cintilador.

## **ABSTRACT**

The Discovery of radioactivity, together with the proof of the existence of the electron given by Thomson, provided the raw material for the development of nuclear atomic theory.

This paper aims to review the theories and experiments that led to the appearance of the current nuclear atomic model. It will be also performed a review of the theory of gamma radiation, as is the detection and its applications in nuclear medicine.

When coupled to drugs, radioactive elements emitting gamma, are introduced into the human body, depending on where the drug accumulates in certain parts of the body known. And due to high penetration of gamma radiation, external detectors can detect precisely where it gives the concentration of these elements, you can then diagnose various diseases.

The detector presented in this paper is called scintillator, widely used in diagnostic nuclear medicine.

Keywords: atomic nucleus, radioactive decay, gamma radiation, nuclear medicine, scintillator.

# SUMÁRIO

<b>Introdução</b> .....	<b>13</b>
<b>1 O átomo nuclear</b> .....	<b>16</b>
1.1 O átomo de Thompson .....	16
1.2 A teoria de Rutherford do espalhamento de partículas alfa .....	18
1.3 O teste experimental da teoria do espalhamento de Rutherford.....	20
1.3.1 A dependência do espalhamento com o ângulo de deflexão.....	20
1.3.2 A dependência do espalhamento com a espessura do material.....	22
1.3.3 A dependência do espalhamento com a energia ou velocidade das partículas alfa .....	22
1.3.4 A dependência do espalhamento com a carga nuclear .....	23
1.4 Algumas características do núcleo atômico .....	24
<b>2 A constituição do núcleo</b> .....	<b>27</b>
2.1 A hipótese próton-elétron sobre a constituição do núcleo .....	27
2.2 O momento angular do núcleo; o fracasso da hipótese próton-elétron.....	29
2.3 A transmutação nuclear e a descoberta do nêutron .....	32
2.4 A hipótese próton-nêutron.....	34
2.5 Propriedades elétricas e magnéticas do núcleo .....	35
2.6 Propriedades adicionais dos núcleos atômicos.....	36
<b>3 Radioatividade natural e as leis da transformação radioativa</b> .....	<b>38</b>
3.1 A base da teoria da desintegração radioativa.....	38
3.2 A constante de desintegração, a meia-vida e a vida média.....	42
3.3 Transmutações radioativas sucessivas .....	43
3.4 Equilíbrio radioativo .....	45
3.5 As séries radioativas naturais .....	48
3.6 Unidades de radioatividade.....	52
<b>4 Decaimento alfa</b> .....	<b>53</b>
4.1 A velocidade e energia das partículas alfa .....	53
4.2 A absorção de partículas alfa: alcance, ionização e poder de frenagem .....	55
4.3 Curvas de alcance-energia .....	60
4.4 Espectro de partículas alfa, partículas de longo alcance e estrutura fina .....	62

4.5 Níveis de energia nucleares.....	65
4.6 A teoria da desintegração alfa.....	68
<b>5 Decaimento beta.....</b>	<b>77</b>
5.1 A velocidade e energia de partículas beta.....	77
5.2 A absorção de partículas beta: alcance ionização e perda de energia.....	80
5.3 Relações de alcance-energia para partículas beta.....	84
5.4 Espectro de partículas beta: o espectro contínuo.....	86
5.5 Base da teoria do decaimento beta.....	91
<b>6 Raios gama e decaimento gama.....</b>	<b>95</b>
6.1 A absorção de raios gama pela matéria: dados experimentais.....	95
6.2 A interação dos raios gama com a matéria.....	99
6.3 Absorção fotoelétrica.....	101
6.4 Espalhamento Compton.....	104
6.5 Formação de pares elétron-pósitron.....	108
6.6 A absorção de raios gama pela matéria: comparação dos resultados experimentais e teóricos.....	111
6.7 A medida das energias dos raios gama.....	114
6.8 Decaimento gama: conversão interna.....	118
6.9 Decaimento gama e níveis de energia nucleares: teoria.....	120
6.10 Decaimento gama e níveis de energia nucleares: resultados experimentais e isomerismo nuclear.....	124
6.10.1 Tempo de vida medidos e isomerismo nuclear.....	124
6.10.2 Relações experimentais entre tempo de vida e energia.....	125
6.10.3 Níveis de energia e esquemas de decaimento.....	127
<b>7 Aplicações da radiação gama na medicina nuclear.....</b>	<b>131</b>
7.1 Cintilografia.....	131
7.2 Detectores de cintilação.....	133
7.2.1 Rendimento de Luz.....	141
7.2.2 Linearidade.....	141
7.2.3 Transparência.....	142
7.2.4 Tempo de decaimento.....	142
7.2.5 Espectro de emissão.....	143
7.3.6 Estabilidade química e dureza radioativa.....	143
7.3.7 Densidade e número atômico efetivo.....	143
7.3 Cintilografia na Medicina Nuclear.....	144
7.3.1 Sistema esquelético.....	144
7.3.2 Sistema pulmonar.....	144

7.3.3 Sistema cardiovascular .....	145
7.3.4 Sistema hepatobiliar .....	146
7.3.5 Sistema gastrointestinal .....	146
7.3.6 Sistema nervoso central.....	148
7.3.7 Sistema geniturinário.....	148
7.3.8 Sistema endócrino.....	149
7.3.9 Infecção e inflamação .....	150
7.3.10 Oncologia .....	151
<b>Considerações finais .....</b>	<b>154</b>
<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>155</b>
<b>Anexo A – Efeito Compton (variação do comprimento de onda).....</b>	<b>156</b>
<b>Anexo B – Lei de Bragg .....</b>	<b>159</b>

# INTRODUÇÃO

Este trabalho pretende fazer uma revisão das teorias, e dos experimentos que levaram ao surgimento do atual modelo atômico nuclear e dos decaimentos radioativos, onde por fim será realizado um estudo mais aprofundado sobre a detecção de radiação gama por meio de detectores de cintilação, sendo citadas também, suas aplicações em Medicina Nuclear.

Como diria o professor Marcos Cesar Danhoni Neves,

“Se a humanidade se extinguisse e eu pudesse deixar somente uma frase para a próxima civilização, diria: tudo é formado por átomos”.<sup>1</sup>

Sendo assim, considero de suma importância o conhecimento de como se deu o desenvolvimento da teoria atômica.

A descoberta da radioatividade, juntamente com a prova da existência independente do elétron dada por Thomson, forneceu um ponto de partida para as teorias sobre a estrutura atômica. O fato de que átomos de um elemento radioativo se transformam em átomos de outros elementos emitindo partículas carregadas positiva e negativamente levou a idéia de que os átomos são feitos de cargas positivas e negativas.

Na ausência de informações sobre a maneira pela qual as cargas positivas e negativas são distribuídas num átomo, Thomson propôs um modelo simples. Ele supôs que um átomo consistia de uma esfera de eletricidade positiva de densidade uniforme, pela qual estava distribuída uma carga igual e oposta na forma elétrons. Com este modelo, Thomson estava apto a calcular teoricamente como os átomos deveriam se comportar sob certas condições, e as previsões teóricas podiam ser comparadas com os resultados experimentais. Esta comparação deixou claro que a teoria de Thomson era inadequada; mas a falha do modelo de Thomson no caso particular do espalhamento de partículas alfa provou ser mais produtiva, pois conduziu ao conceito de átomo com um núcleo.

Rutherford em 1911, sugeriu que o desvio de uma partícula alfa num ângulo muito grande podia ser casado por um único encontro com um átomo, em vez de ser causada por espalhamentos múltiplos. Fotografias dos caminhos de partículas alfa numa câmara de nuvens mostravam que as partículas alfa se deslocavam frequentemente em linha reta por uma distância considerável, e eram então desviadas de repente de um ângulo grande. Para que um

---

<sup>1</sup> Aula ministrada em 2009, pela matéria de História da Física.

grande ângulo de espalhamento fosse possível, era necessário supor que existisse um intenso campo elétrico perto do átomo. Rutherford supôs então que a carga positiva do átomo está concentrada num pequeno centro ou núcleo, e que a carga negativa está distribuída numa esfera comparada à do raio atômico.

A teoria nuclear do espalhamento de partículas alfa de Rutherford foi testada ponto por ponto em 1913 por Geiger e Marsden, onde desde então, o átomo tem sido considerado como consistindo de um núcleo muito pequeno, tratado matematicamente como um ponto, ao redor do qual é distribuída de alguma maneira uma carga igual e oposta na forma de elétrons.

O fato de que certos átomos radioativos emitem raios de radiação alfa e beta, ambos de natureza corpuscular, levou a idéia de que átomos são constituídos de constituintes elementares. Essa idéia recebeu novo suporte quando os estudos dos elementos radioativos levaram a descoberta dos isótopos.

Descobriu-se que a maior parte dos elementos são misturas de isótopos, e as massas atômicas dos isótopos são muito próximos a números inteiros.

Para explicar a massa de um núcleo cujo peso atômico é muito ao inteiro  $A$ , era necessário supor que o núcleo contivesse  $A$  prótons. Mas se este fosse o caso, a carga do núcleo seria  $A$ , praticamente igual ao peso atômico, e não igual ao número atômico  $Z$ , que é a metade ou menos, que o peso atômico. Para contornar esta dificuldade, supôs-se que, além dos prótons, os núcleos atômicos continham  $A-Z$  elétrons. Era possível então considerar o átomo como consistindo de um núcleo de  $A$  prótons e  $A-Z$  elétrons circundado por  $Z$  elétrons extranucleares.

A hipótese dos núcleos serem constituídos de prótons e elétrons conduziu a contradições e teve de ser abandonada. Uma das falhas da hipótese estava associada com a propriedade do núcleo até então desconhecida, o momento angular.

Em 1932, como um dos resultados da pesquisa sobre desintegração (ou transmutação) de núcleos por partículas alfa, Chadwick demonstrou a existência de nêutrons. A descoberta levou a idéia atualmente aceita sobre a constituição do núcleo: que ele é constituído de prótons e nêutrons. Esta hipótese foi usada pela primeira vez como base de uma teoria detalhada do núcleo por Heisenberg no mesmo ano.

Com isso, foi possível compreender a emissão de raios gama por núcleos excitados, onde devido a sua alta energia, possuem uma grande facilidade de penetração em materiais orgânicos. Devido a essa penetração, elementos radioativos emissores de raios gama na Medicina Nuclear, são acoplados a substâncias farmacológicas de acordo com o tecido a ser avaliado. Externamente ao paciente, temos os detectores dos raios gama emitidos. Pouca informação é perdida devido a grande penetração dos raios gama. Os detectores atualmente utilizados são os chamados cintiladores. Através da interação dos raios gama com as moléculas do meio cintilador e sua consequente excitação, ocorre a emissão de luz visível ou ultravioleta. Essa luz incide sobre uma superfície fotosensitiva, liberando um elétron por fóton incidente (efeito fotoelétrico). Estes elétrons são multiplicados e transformados em pulso de saída decodificado por um software. Onde por fim é obtida a imagem do local analisado.

Esta técnica tem contribuído para o estudo de doenças como câncer e Alzheimer, devido a sua grande precisão. Além de ser útil na detecção de diversas doenças.

# 1 O ÁTOMO NUCLEAR

*Não está na natureza das coisas que o homem realize um descobrimento súbito e inesperado; a ciência avança passo a passo e cada homem depende do trabalho de seus predecessores.*

*Ernest Rutherford*

## 1.1 O átomo de Thomson

A descoberta da radioatividade, juntamente com a prova da existência independente do elétron dada por Thomson, forneceu um ponto de partida para as teorias sobre a estrutura atômica. O fato de que átomos de um elemento radioativo se transformam em átomos de outros elementos emitindo partículas carregadas positiva ou negativamente levou à idéia de que os átomos são feitos de cargas positivas e negativas. Se esta idéia é correta, a carga total negativa num átomo deve ser um múltiplo inteiro da carga eletrônica e, uma vez que o átomo é eletricamente neutro em condições normais, as cargas positivas e negativas devem ser numericamente iguais. A emissão de elétrons por átomos em diversas condições muito diferentes dava provas convincentes de que os elétrons devem existir como tal no interior dos átomos.

Na ausência de informações sobre a maneira pela qual as cargas positivas e negativas estão distribuídas num átomo, Thomson propôs um modelo simples. Ele supôs que o átomo consistia de uma esfera de eletricidade positiva de densidade uniforme, pela qual estava distribuída uma carga igual e oposta na forma de elétrons. Observe-se que o átomo, nesta hipótese, era como um pudim de ameixas, com a eletricidade negativa dispersada como ameixas num caldo de eletricidade positiva. O diâmetro da esfera era suposto ser da ordem de  $10^{-8}$  cm, o valor descoberto para o tamanho de um átomo. Com este modelo, Thomson estava apto a calcular teóricamente como os átomos deveriam se comportar sob certas condições, e as previsões teóricas podiam ser comparadas com o resultado de experiências. Tornou-se

claro, quando esta comparação foi feita, que a teoria de Thomson era inadequada; mas a falha do modelo de Thomson no caso particular do espalhamento de partículas  $\alpha$  provou ser mais produtiva porque conduziu ao conceito de átomo com núcleo. O conceito é fundamental para a física atômica e nuclear.

O espalhamento de partículas  $\alpha$  foi primeiramente demonstrado por Rutherford, que descobriu que, quando um feixe de partículas  $\alpha$  passava através de uma fenda estreita e incidia sobre uma chapa fotográfica, a imagem da fenda tinha bordas bem definidas se a experiência fosse feita num recipiente com vácuo. Quando a aparelhagem continha ar, a imagem da fenda na chapa fotográfica era difusa, mostrando que alguns dos raios tinham sido desviados do seu caminho original pelas moléculas do ar. As partículas  $\alpha$  eram também desviadas por um filem muito fino de matéria como uma folha de ouro ou prata.

O espalhamento de partículas  $\alpha$ , de acordo com a teoria de Thomson, é o resultado de um número relativamente grande de pequenas deflexões, causadas pela ação de um grande número de átomos do material espalhador sobre uma única partícula  $\alpha$ , chamado de espalhamento composto ou múltiplo.

Rutherford mostrou que  $N_\phi$ , o número de partículas  $\alpha$  desviadas de um ângulo igual ou maior que  $\phi$  deveria ser dado por:

$$N_\phi = N_0 e^{-(\phi/\phi_m)^2}, \quad (1.1)$$

onde  $N_0$  é o número de partículas correspondendo a  $\phi = 0$ , e  $\phi_m$  é a deflexão média depois de passar pela folha.

Geiger descobriu que o espalhamento concorda com o previsto pela equação Eq.(1.1) para ângulos muito pequenos, isto é, para valores muito pequenos de  $\phi$ , mas o número de partículas desviadas de ângulos grandes era muito maior que o previsto pela teoria de Thomson. Portanto o espalhamento experimental de partículas  $\alpha$  em ângulos grandes não podia ser conciliado com as previsões teóricas baseadas em espalhamentos múltiplos por um átomo de Thomson, e era necessário buscar um modelo melhor para o átomo.

## 1.2 A teoria de Rutherford do espalhamento de partículas alfa

Rutherford (1911) sugeriu que o desvio de uma partícula  $\alpha$  num ângulo muito grande podia ser causado por um único encontro com um átomo, em vez de ser causado por espalhamento múltiplo. Fotografias dos caminhos de partículas  $\alpha$  numa câmara de nuvens mostravam que as partículas  $\alpha$  se deslocavam frequentemente em linha reta por uma distância considerável, e eram então desviadas de repente de um ângulo grande. Para que um grande ângulo de espalhamento fosse possível, era necessário supor que existisse um intenso campo elétrico perto do átomo. Rutherford supôs então que a carga positiva do átomo está concentrada num pequeno centro ou núcleo, e que a carga negativa está distribuída numa esfera comparada à do raio atômico. Nesse modelo, uma partícula  $\alpha$  pode penetrar muito perto do núcleo antes que a força repulsiva atuando sobre ela se torne suficientemente grande para fazê-la voltar, mas então a força repulsiva pode ser muito grande e resultar numa grande deflexão. Ao mesmo tempo, quando uma partícula  $\alpha$  está perto do núcleo, ela está razoavelmente longe das cargas negativas, que estão espalhadas num volume muito maior, de forma que as forças atrativas exercida numa partícula  $\alpha$  pelos elétrons pode ser desprezada. Para efeito de cálculo, Rutherford supôs que as cargas do núcleo e das partículas  $\alpha$  agem como cargas pontuais e que o espalhamento é causado pela força eletrostática repulsiva entre o núcleo e a partícula  $\alpha$ .

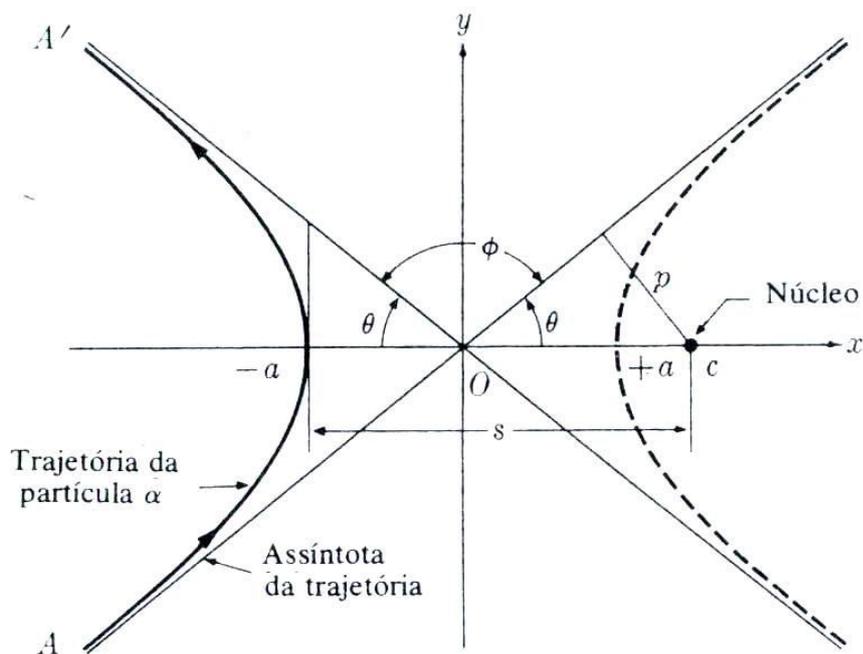


Figura 1.1: O espalhamento de uma partícula  $\alpha$  pelo átomo nuclear de Rutherford [3].

Em seus primeiros cálculos, Rutherford tratou do caso de um átomo suficientemente pesado para que o núcleo pudesse ser considerado como permanecendo em repouso durante o processo de espalhamento.

Pela Figura 1.1, se a velocidade da partícula  $\alpha$  é  $V$  nesta grande separação, que é suposta como sendo infinita, sua energia total é igual à energia cinética inicial,  $MV^2/2$ , onde  $M$  é a massa. Esta energia deve ser igual à energia total da partícula  $\alpha$  quando está justamente no vértice da hipérbole. Se a velocidade neste ponto é  $V_0$ , então,

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV_0^2 + \frac{2Ze^2}{s}. \quad (1.2)$$

O segundo termo da direita representa a energia potencial da partícula  $\alpha$  no vértice de sua órbita, no campo elétrico do núcleo. Se a última equação é dividida por  $MV^2/2$  e se uma nova quantidade  $b$  é introduzida,  $b = 4Ze^2/MV^2$ , o resultado é

$$\frac{V_0^2}{V^2} = 1 - \frac{b}{s}. \quad (1.3)$$

Nas experiências feitas para testar a teoria, o espelhamento foi determinado contando-se o número de partículas  $\alpha$  que incidiam perpendicularmente numa área constante de uma tela de sulfeto de zinco, colocada a uma distância  $R$  da folha de espessura  $t$ , contendo  $n$  átomos por unidade de volume.

Sendo  $Q$  o número total de partículas  $\alpha$  incidentes na folha, e  $Y$  o número de partículas  $\alpha$  desviadas numa unidade de área da tela de sulfeto de zinco, num ângulo  $\phi$  com a direção original das partículas, então,

$$Y = \frac{Qntb^2 \cos ec^4(\phi/2)}{16R^2}. \quad (1.4)$$

De acordo com a teoria de Rutherford, o número de partículas  $\alpha$  incidindo numa unidade de área da tela de sulfeto de zinco, a uma distância  $R$  do ponto de espalhamento, deveria ser proporcional a:

1.  $\cos^4(\phi/2)$ , onde  $\phi$  é o ângulo de espalhamento,
2.  $t$ , a espessura do material espalhador,
3.  $1/(MV^2)^2$ , ou ao recíproco do quadrado da energia inicial da partícula  $\alpha$ ,
4.  $(Ze)^2$ , o quadrado da carga positiva do núcleo.

### 1.3 O teste experimental da teoria do espalhamento de Rutherford

A teoria nuclear do espalhamento de partículas  $\alpha$  de Rutherford foi testada ponto por ponto em 1913 por Geiger e Marsden.

#### 1.3.1 Espalhamento: ângulo de deflexão

O efeito da variação do ângulo de deflexão  $\phi$  foi estudado na aparelhagem mostrada esquematicamente na Figura 1.2. No diagrama, R representa uma substância radioativa que é a fonte de partículas  $\alpha$ , F é uma folha muito fina de material espalhador, e S é a tela de sulfeto de zinco, rigidamente ligada ao microscópio M.

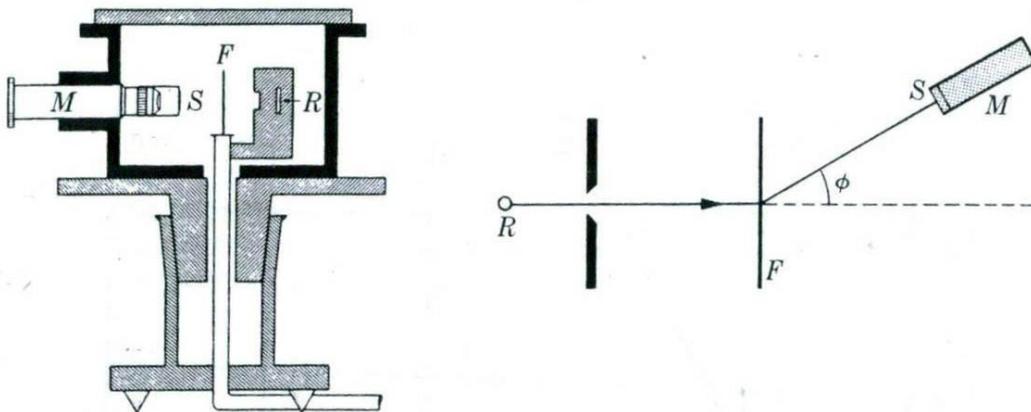


Figura 1.2: Aparelhagem de Geiger e Marsden para testar a dependência angular do espalhamento de partículas  $\alpha$  [3].

A fonte e a folha são mantidas fixas, enquanto que a tela e o microscópio podem ser girados por meio de uma junta que não permite a passagem de ar, variando o ângulo de deflexão. A aparelhagem inteira foi fechada numa caixa de metal na qual pode ser feito o vácuo. O número de partículas  $\alpha$  chegando por unidade de área na tela, num dado intervalo

de tempo, foi obtido contando-se as cintilações. Na experiência, o ângulo  $\phi$  foi variado, enquanto que todas as outras variáveis na Eq.(1.4) foram mantidas constantes. O número de cintilações contadas,  $N$ , é proporcional a  $Y$ , ou a  $\text{cosec}^4(\phi/2)$ ; portanto, a razão  $N/\text{cosec}^4(\phi/2)$  deve ser constante para uma dada folha, nas condições da experiência.

Os resultados de dois grupos de experiências, um com uma folha espalhadora de prata, o outro com uma folha de ouro, são dados na Tabela 1.1. Quando os resultados são ajustados aos de ângulos maiores, torna-se claro que o valor da razão muda pouco sobre a faixa inteira de valores de  $\phi$ . Os desvios na constância da razão foram considerados como estando dentro do erro experimental e concluiu-se que a teoria prediz corretamente a dependência do espalhamento com o ângulo de deflexão.

Tabela 1.1: A dependência do espalhamento de partículas alfa com o ângulo de deflexão[3].

Ângulo de deflexão $\phi$	II $\text{cosec}^4(\phi/2)$	III		VI	
		Prata		Ouro	
		Número de cintilações $N$	$\frac{N}{\text{cosec}^4(\phi/2)}$	Número de cintilações $N$	$\frac{N}{\text{cosec}^4(\phi/2)}$
150°	1,15	22,2	19,3	33,1	28,8
135	1,38	27,4	19,8	43,0	31,2
120	1,79	33,0	18,4	51,9	29,0
105	2,53	47,3	18,7	69,5	27,5
75	7,25	136	18,8	211	29,1
60	16,0	320	20,0	477	29,8
45	46,6	989	21,2	1435	30,8
37,5	93,7	1760	18,8	3300	35,3
30	223	5260	23,6	7800	35,0
22,5	690	20.300	29,4	27.300	39,6
15	3445	105.400	30,6	132.000	38,4
30	223	5,3	0,024	3,1	0,014
22,5	690	16,6	0,024	8,4	0,012
15	3445	93,0	0,027	48,2	0,014
10	17.330	508	0,029	200	0,012
7,5	54.650	1710	0,031	607	0,011
5	276.300	.....	.....	3320	0,012

### 1.3.2 Espalhamento: espessura do material espalhador

A dependência do espalhamento com a espessura do material espalhador foi testada fixando-se o ângulo de deflexão e usando-se folhas de diferentes espessuras e de diferentes materiais. Os resultados de diversas experiências são mostrados na Figura 1.3, na qual o número de partículas por minuto, espalhadas num ângulo de  $25^\circ$ , é posto no gráfico como ordenada e a espessura  $t$  da folha como abcissa. As linhas retas mostram que, para qualquer elemento, o número de partículas espalhadas num certo ângulo, por unidade de tempo, é diretamente proporcional à espessura da folha, de acordo com a teoria.

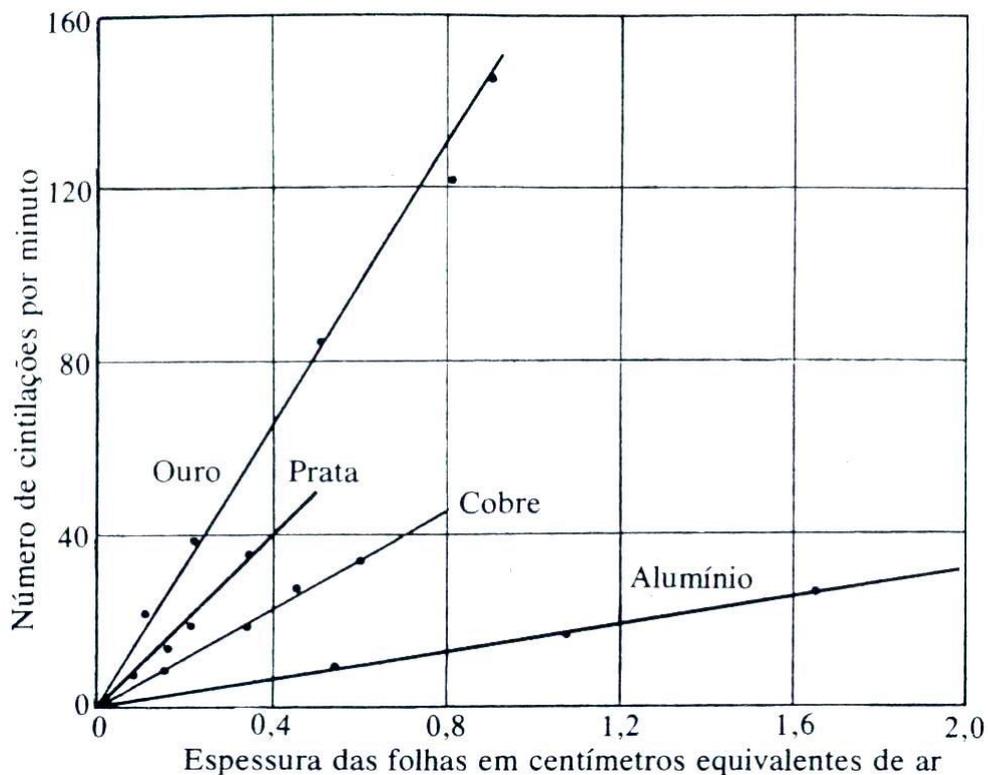


Figura 1.3: A variação do espalhamento de partículas alfa com a espessura do material espalhador [3].

### 1.3.3 Espalhamento: energia e velocidade das partículas alfa

Numa série de experiências, Geiger e Marsden variaram a velocidade das partículas  $\alpha$  de uma dada fonte, colocando placas de mica entre a fonte e a folha espalhadora; quanto mais espessas as placas, mais lentas eram as partículas que chegavam à folha espalhadora. As

velocidades das partículas eram determinadas medindo-se o comprimento de sua trajetória no ar. Sabia-se que o alcance  $R$  estava relacionado com a velocidade pela fórmula empírica:

$$R = aV^3, \quad (1.5)$$

onde  $a$  é uma constante conhecida. Depois que a velocidade das partículas  $\alpha$  que passavam através de uma dada espessura de placa de mica era obtida desta maneira, o espalhamento num ângulo conhecido era medido contando-se o número  $N$  de cintilações. O produto  $NV^4$  deveria ser constante quando  $V$  variava. O produto  $NV^4$  dado na última coluna da Tabela 1.2 é praticamente constante sobre a faixa de valores de  $V$  estudados, mostrando como o espalhamento varia inversamente com a quarta potência da velocidade, como previsto pela teoria de Rutherford.

*Tabela 1.2: A variação do espalhamento de partículas alfa com a velocidade[3].*

<i>Número de placas de mica</i>	<i>Alcance das partículas <math>\alpha</math> (cm)</i>	<i>Valores relativos de <math>1/V^4</math></i>	<i>Número <math>N</math> de cintilações por minuto</i>	<i><math>NV^4</math></i>
0	5,5	1,0	24,7	25
1	4,76	1,21	29,0	24
2	4,05	1,50	33,4	22
3	3,32	1,91	44	23
4	2,51	2,84	81	28
5	1,84	4,32	101	23
6	1,04	9,22	255	28

### 1.3.4 Espalhamento: carga nuclear

A carga nuclear não podia ser medida diretamente, e uma comparação direta entre a teoria e a experiência não podia ser feita neste caso. Não foi senão em 1920 que Chadwick, usando técnicas de espalhamento aperfeiçoadas, teve sucesso em medir a carga nuclear com boa precisão. Para folhas de platina, prata e cobre, ele obteve:

$$\text{cobre} : Z = 29,3 \pm 0,5,$$

$$\text{prata} : Z = 46,3 \pm 0,7,$$

$$\text{platina} : Z = 77,4 \pm 1,0.$$

Assim, todos os quatro testes da teoria de espalhamento de Rutherford tiveram sucesso e constituem a primeira, senão a maior peça de evidência experimental isolada para o modelo nuclear do átomo.

## 1.4 Características do núcleo atômico

Desde 1913, o átomo tem sido considerado como consistindo de um pequeno núcleo carregado positivamente, ao redor do qual é distribuída, de alguma maneira, uma carga igual e oposta na forma de elétrons.

Até agora, o núcleo atômico propriamente dito é um conceito vago. Ele foi descrito como “diminuto” ou “muito pequeno” e tem sido tratado matematicamente como um ponto; ao mesmo tempo, supõe-se que ele contém praticamente toda a massa do átomo. É claro que informações quantitativas sobre o tamanho do núcleo são agora necessárias. A primeira informação deste tipo foi obtida a partir das experiências do espalhamento de partículas  $\alpha$ ; ela veio da consideração da distância de maior aproximação de uma partícula  $\alpha$  a um núcleo, e da região de validade da lei de Coulomb.

Para qualquer órbita hiperbólica, a distância de maior aproximação é  $s$ . O menor valor que  $s$  pode ter é o de uma colisão frontal, quando uma partícula  $\alpha$  é desviada de um ângulo de  $180^\circ$ . Em tal colisão, a velocidade de uma partícula  $\alpha$  no ponto de inversão é exatamente zero. Segue-se da Eq.(1.3) que, para que  $V_0$  desapareça,  $s$  deve ser igual a  $b$ . Portanto, a quantidade  $b$ , definida por:

$$b = \frac{4Ze^2}{MV^2}, \quad (1.6)$$

nos dá a menor distância com que uma partícula  $\alpha$ , com velocidade  $V$ , pode se aproximar de um núcleo de carga  $Z$ .

Usando partículas  $\alpha$  mais rápidas, Rutherford e outros ampliaram as experiências para ver quão perto do núcleo a lei de força  $1/r^2$  continua valendo. Os resultados mostraram que para a prata a lei de Coulomb valia até  $2 \times 10^{-12}$  cm, para o cobre até  $1,2 \times 10^{-12}$  cm, e para o ouro até  $3,2 \times 10^{-12}$  cm. Se o núcleo é definido na região onde ocorrem desvios da lei de força de Coulomb, então, para os elementos mencionados, os raios dos respectivos núcleos são

menores que as distâncias dadas. Assim, os núcleos destes elementos têm cerca de  $10^{-12}$  cm de raio, e são realmente muito pequenos comparados com um átomo, com seu raio de  $10^{-8}$  cm.

No caso do alumínio, descobriu-se que a lei do inverso do quadrado falhava a cerca de 6 a  $8 \times 10^{-13}$  cm, com resultados semelhantes para outros elementos leves. Os desvios do espalhamento com o inverso do quadrado da distância mostravam que, muito perto do núcleo, a repulsão era menor que a calculada apenas pela lei de Coulomb. Estes resultados forneceram a primeira prova da existência de uma força não elétrica, especificamente nuclear.

Em 1935, haviam sido coletados dados sobre espalhamento elástico de partículas  $\alpha$  da maior parte dos elementos leves até o alumínio. Em cada caso, foram observados desvios do espalhamento coulombiano. Com a ajuda de novos métodos teóricos, estes dados podiam ser usados para fazer estimativas quantitativas dos raios dos núcleos. Mostrou-se que os dados podiam ser interpretados de uma maneira consistente se o raio do núcleo fosse considerado como sendo aproximadamente proporcional à raiz cúbica do peso atômico, isto é, se

$$r = r_0 A^{1/3},$$

onde  $A$  é o peso atômico, e  $r_0 = 1,4$  a  $1,5 \times 10^{-13}$  cm.

Onde temos que Gamow expressa de maneira bem realista a comparavelmente pequenez do núcleo:

“Enquanto os elétrons da atmosfera atômica se movem, na média, em distâncias que excedem por um fator de várias centenas de milhares o próprio diâmetro, as partículas que vivem dentro do núcleo ficaram praticamente esfregando os cotovelos umas nas outras, se os tivessem”.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> O incrível mundo da física moderna/George Gamow; tradução de E. Jacy Monteiro. – 2. Ed. – São Paulo: IBRASA, 1980. Pg.174



## 2 A CONSTITUIÇÃO DO NÚCLEO

*Abrindo a gaveta, tirou minúscula bola vermelha, brilhante, e, comprimindo-a fortemente entre o polegar e o índice, colocou-a ao lado da bola verde em cima da mesa. Ouviu-se barulho agudo, como da explosão de uma bicha, e as duas bolas desapareceram subitamente. “Está vendo?” disse o marceneiro, soprando os dedos levemente chamuscados. “É por isso que não se podem usar elétrons para construir núcleos. Experimentei-o uma vez, mas tive de abandonar imediatamente. Agora uso somente prótons e nêutrons.”*

*George Gamow*

A aplicação da teoria quântica ao modelo nuclear do átomo levou ao desenvolvimento de uma teoria satisfatória para aquelas propriedades dos átomos que dependem dos elétrons externos ao núcleo. O desenvolvimento de uma teoria do núcleo é um problema mais difícil. O trabalho de Rutherford e de seus colegas sobre o espalhamento de partículas  $\alpha$  mostrou que o núcleo atômico tem um raio de  $10^{-12}$  a  $10^{-13}$  cm, de modo que o volume do núcleo é da ordem de  $10^{-36}$  cm<sup>3</sup> ou menos. A massa de um dos átomos mais leves é de cerca de  $10^{-24}$  g, e está quase toda concentrada no núcleo, com o resultado que a densidade do núcleo é de pelo menos  $10^{12}$  g/cm<sup>3</sup>. Uma densidade desta magnitude é inconcebivelmente grande, e torna-se claro que no núcleo atômico a matéria é agrupada de uma maneira que talvez não possa ser submetida a métodos de análise experimentais e teóricos comuns. Neste capítulo o problema da constituição do núcleo será discutido.

### 2.1 A hipótese próton-elétron

O fato de que certos átomos radioativos emitem raios  $\alpha$  e  $\beta$ , ambos de natureza corpuscular, levou à ideia de que átomos são constituídos de constituintes elementares. Essa ideia de que todos os elementos são constituídos a partir de uma substância básica recebeu

novo suporte durante os primeiros anos do século XX, quando os estudos dos elementos radioativos levaram a descoberta dos isótopos. Descobriu-se que existem espécies atômicas que têm diferentes massas apesar de pertencerem ao mesmo elemento e de terem o mesmo número atômico e propriedades químicas; as diferentes espécies pertencentes ao mesmo elemento são chamadas isótopos. Por exemplo, descobriram-se quatro isótopos radioativos do chumbo, com pesos atômicos de 214, 212, 211 e 210, assim como três isótopos não radioativos, com pesos atômicos de 206, 207 e 208. Os núcleos destes isótopos, variando na massa de 206 a 214, mostram uma vasta gama de estabilidades, medidas pela natureza de sua radioatividade, apesar de todos terem a mesma carga.

A prova da existência de isótopos em elementos radioativos conduziu a experiências para testar se algum dos elementos comuns também consistia de uma mistura de isótopos. Descobriu-se que este é realmente o caso. A maior parte dos elementos são misturas de isótopos, e as massas atômicas dos isótopos são muito próximas a números inteiros.

O fato de as massas atômicas dos isótopos de um elemento serem próximas a números inteiros levou Aston a formular sua regra de número inteiro. De acordo com esta regra, todos os pesos atômicos são muito próximos a inteiros e os pesos atômicos fracionários determinados por métodos químicos são causados pela presença de dois ou mais isótopos, cada um dos quais tem um peso atômico quase inteiro. Muitos dos trabalhos experimentais sobre isótopos envolveram uma análise dos raios positivos a partir de diferentes substâncias; e em todos os trabalhos deste tipo a partícula carregada positivamente mais leve encontrada tinha a mesma massa que o átomo de hidrogênio e carregava uma carga positiva igual à carga do elétron em magnitude, mas de sinal contrário. Esta partícula é evidentemente o núcleo de um átomo de hidrogênio. A combinação da regra do número inteiro e as propriedades especiais do núcleo de hidrogênio levaram à hipótese de que os núcleos atômicos são constituídos de núcleos de hidrogênio, e foi dado ao núcleo de hidrogênio o nome de próton para indicar sua importância como constituinte fundamental de todos os átomos.

Para explicar a massa de um núcleo cujo peso atômico é muito próximo ao inteiro  $A$ , era necessário supor que o núcleo contivesse  $A$  prótons. Mas, se este fosse o caso, a carga do núcleo seria  $A$ , praticamente igual ao peso atômico, e não igual ao número atômico  $Z$ , que é a metade ou menos, que o peso atômico. Para contornar esta dificuldade, supôs-se que, além dos prótons, os núcleos atômicos continham  $A - Z$  elétrons. Era possível então considerar o núcleo como consistindo de um núcleo de  $A$  prótons e  $A - Z$  elétrons circundado por  $Z$

elétrons extranucleares. O número  $A$  é chamado de número de massa e é o inteiro mais próximo do peso atômico.

A hipótese próton-elétron parecia ser consistente com a emissão de partículas  $\alpha$  e  $\beta$  pelos átomos dos elementos radioativos. Onde cabe aqui a rápida explicação dada por Gamow:

“Para os núcleos leves, nos quais a carga elétrica é relativamente pequena, essa repulsão de Coulomb não tem consequências, mas no caso de núcleos mais pesados, altamente carregados, as forças de Coulomb começam a oferecer séria concorrência às forças coesivas de atração. Quando tal acontece, o núcleo não é mais estável, e torna-se capaz de expulsar algumas partes componentes. É exatamente o que acontece a alguns elementos localizados na própria extremidade do sistema periódico, conhecidos como “elementos radioativos”. As experiências mostram-nos, contudo, que as partículas emitidas são as partículas-alfa, (núcleos de hélio) isto é, partículas complexas construídas de dois prótons e dois nêutrons cada uma”;

“Contudo, se houver, faltando relativamente, nêutrons em demasia, ou prótons em excesso, poderão transformar-se, e a tinta em excesso deixa o núcleo sob a forma de elétrons negativos ou positivos. Essa acomodação é o que chamamos de transformação-beta”.<sup>3</sup>

## 2.2 O momento angular do núcleo: fracasso da hipótese próton-elétron

Apesar da hipótese dos núcleos serem constituídos de prótons e elétrons ter alguns aspectos satisfatórios, ela eventualmente conduziu a contradições e teve de ser abandonada. Uma das falhas da hipótese estava associada com a propriedade do núcleo até então desconhecida, o momento angular. A descoberta de que o núcleo atômico tem um momento angular, ou spin, com o qual está associado um momento magnético, era o resultado de um estudo detalhado das linhas espectrais. Quando se examinavam componentes individuais das linhas do multipletto com espectrômetros do maior poder de resolução possível, descobria-se que cada uma destas componentes está dividida em diversas linhas que ficam extremamente perto umas das outras; esta divisão adicional é chamada de estrutura hiperfina. A separação total, em unidades de número de onda, é de somente cerca de  $2 \text{ cm}^{-1}$  ou menos. Não se podia explicar a estrutura hiperfina em termos dos elétrons extranucleares, e era necessário supor, como Pauli fez em 1924, que ela estivesse relacionada com as propriedades do núcleo

---

<sup>3</sup> O incrível mundo da física moderna/George Gamow; tradução de E. Jacy Monteiro. – 2. Ed. – São Paulo: IBRASA, 1980. Pg.164

atômico. As propriedades associadas com a estrutura hiperfina são a massa e o momento angular do núcleo.

Um momento magnético é associado ao momento angular do núcleo exatamente como é associado ao momento angular de um elétron. Os dois momentos magnéticos interagem, e a energia de interação perturba a energia total dos elétrons; existe, portanto, uma separação dos níveis atômicos, que dá origem a estrutura hiperfina das linhas no espectro atômico. A multiplicidade e os espaçamentos relativos das linhas podem ser deduzidos teoricamente e dependem das magnitudes do momento angular e momento magnético do núcleo. Podemos então deduzir o momento angular do núcleo a partir da multiplicidade e dos espaçamentos relativos determinados experimentalmente.

O momento angular do núcleo é um vetor,  $\mathbf{I}$ , de magnitude  $\sqrt{I(I+1)}h/2\pi$ , onde  $I$  é o número quântico que define a maior componente de  $\mathbf{I}$  possível, ao longo de um eixo especificado, de acordo com a regra:

$$I_z = I \frac{h}{2\pi}. \quad (2.1)$$

Descobriu-se experimentalmente que o valor de  $I$  do número de massa  $A$  do núcleo é um inteiro ou zero, se  $A$  é par e tem um valor ímpar semi-inteiro, se  $A$  é ímpar.

As regras citadas acima conduzem a um dos fracassos da hipótese próton-elétron para a constituição do núcleo. Nitrogênio tem um número atômico de 7 e um número de massa de 14, e seu núcleo teria 14 prótons e 7 elétrons nesta hipótese. A contribuição dos prótons ao momento angular deveria ser um múltiplo inteiro de  $h/2\pi$  quer o momento angular do próton seja um múltiplo inteiro, quer seja semi-inteiro de  $h/2\pi$ . Um elétron tem spin  $1/2(h/2\pi)$  de modo que seu momento angular total é sempre um múltiplo de um número ímpar semi-inteiro por  $h/2\pi$ . A contribuição de 7 elétrons é, portanto, um múltiplo de um número ímpar semi-inteiro por  $h/2\pi$ , e o momento angular total do núcleo de nitrogênio deve ser um múltiplo de um número ímpar semi-inteiro por  $h/2\pi$ . Mas o momento angular do núcleo do nitrogênio encontrado experimentalmente foi  $I = 1$ , um inteiro, em contradição com o valor previsto pela hipótese.

A hipótese próton-elétron também falha ao explicar a ordem de grandeza dos momentos magnéticos nucleares. Medidas dos momentos magnéticos de muitos núcleos deram valores

que são somente cerca de 1/1000 do valor do momento magnético do elétron. O valor deste último é

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi mc}, \quad (2.2)$$

onde  $m$  é a massa do elétron; esta quantidade é chamada magnéton de Bohr e têm o valor  $0,92 \times 10^{-20}$  erg/gauss. Todos os momentos magnéticos nucleares são da ordem de  $10^{-23}$  erg/gauss, e seus valores podem ser expressos apropriadamente em termos da quantidade

$$\mu_N = \frac{eh}{4\pi M_H c} = 0,505 \times 10^{-23} \text{ erg / gauss}, \quad (2.3)$$

na qual a massa do elétron foi substituída pela massa do próton; a quantidade  $\mu_N$  é chamada de magnéton nuclear. Valores medidos do momento magnético nuclear variam de zero a cerca de 5 magnétons nucleares. Se elétrons estivessem presentes no núcleo, esperaríamos encontrar momentos magnéticos nucleares da ordem de grandeza do magnéton de Bohr. Portanto, o fato de que os momentos magnéticos nucleares são somente da ordem de grandeza do magnéton nuclear é outro forte argumento contra a existência de elétrons dentro do núcleo.

Existe também um argumento da mecânica ondulatória contra a existência de elétrons livres no núcleo. De acordo com o princípio da incerteza,

$$\Delta x \Delta p \approx h, \quad (2.4)$$

onde  $\Delta x$  é a incerteza na posição de uma partícula e  $\Delta p$  é a incerteza no seu momento. Suponha que apliquemos o princípio a um elétron dentro do núcleo. A incerteza  $\Delta x$  na posição de um elétron é praticamente a mesma que o diâmetro do núcleo, que é suposto como sendo  $2 \times 10^{-12}$  cm. Então

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta x} = 3,3 \times 10^{-15} \text{ erg.s / cm}. \quad (2.5)$$

A partir da incerteza no momento, é possível ter a estimativa grosseira da energia de um elétron no núcleo. A energia total de uma partícula pode ser expressa em termos do momento,

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4, \quad (2.6)$$

onde  $m_0$  é a massa de repouso do elétron, e  $c$  é a velocidade da luz. Se agora supusermos que o momento  $p$  do elétron não é maior que os valores encontrados para a incerteza  $\Delta p$ , obtemos  $E \cong 60 \text{ Mev}$ . De acordo com este resultado, um elétron livre confinado num espaço tão pequeno quanto o núcleo teria uma energia cinética da ordem de 60 Mev, e uma velocidade maior que 0,999  $c$ . Experimentalmente, entretanto, nunca se encontrou elétrons emitidos por núcleos radioativos com energias cinéticas maiores que 4 Mev, ou pelo menos de uma ordem de grandeza menor que a calculada pelo princípio da incerteza.

O argumento acima não se aplica a um próton no núcleo porque a massa do próton ( $1,67 \times 10^{-24}$  g) é quase 2000 vezes maior que a massa de repouso do elétron. Onde temos que pela eq. 2.5, que  $E \cong 940 \text{ Mev}$ . Este valor é somente um pouco maior que a energia de repouso do próton, que é  $1,008 \times 931 = 938 \text{ Mev}$ . Portanto, a energia cinética de um próton no núcleo é da ordem de alguns poucos Mev, e deve ser possível conter prótons livres dentro do núcleo.

### 2.3 A transmutação nuclear e a descoberta do nêutron

O fracasso da hipótese próton-elétron do núcleo estava relacionado com as propriedades do elétron livre. Foi proposto, portanto, que os elétrons estivessem ligados às partículas positivamente ligadas e não tivessem existência independente no núcleo. Uma possibilidade, que tinha sido sugerida por Rutherford já em 1920, era a de que um elétron e um próton podiam estar combinados de maneira tão íntima, que formavam uma partícula neutra, e a esta partícula teórica foi dado o nome de nêutron. Em 1932, como um dos resultados da pesquisa sobre desintegração (ou transmutação) de núcleos por partículas  $\alpha$ , Chadwick demonstrou a existência de nêutrons. A descoberta levou a idéia atualmente aceita sobre a continuação do núcleo: que ele é construído de próton e nêutrons.

Rutherford e seus colegas usaram partículas energéticas de substâncias radioativas como projéteis com os quais bombardearam núcleos atômicos na tentativa de produzir desintegrações nucleares artificiais. Descobriram que, quando se bombardeava nitrogênio com partículas  $\alpha$ , prótons energéticos eram produzidos. Os prótons eram identificados por medidas de deflexões magnéticas, e suas energias eram consideravelmente maiores que as

energias das partículas  $\alpha$  usadas no bombardeio. Os efeitos da transmutação mais marcantes ocorreram com o boro, nitrogênio e alumínio.

Investigações melhores sobre o bombardeio de boro e berílio por partículas  $\alpha$  forneceram alguns resultados adicionais inesperados. Bothe e Becker (1930) descobriram que estes elementos emitiam uma radiação muito penetrante quando eram bombardeados. Curie e Joliot (1932) descobriram que, quando se fazia com que essa radiação incidisse em substâncias que continham hidrogênio, ela causava a produção de prótons muito energéticos. Chadwick finalmente (1932) provou que as energias dos prótons ejetados de materiais hidrogenados, e de outros átomos que se moviam rapidamente só podiam ser explicadas tendo em vista que os “raios” emitidos pelo berílio bombardeado consistiam realmente de partículas com massa próxima à do próton. Estas partículas, ao contrário dos prótons, não produzem trilhas numa câmara de nuvens e nenhuma ionização numa câmara de ionização. Estes fatos, junto com o poder de penetração extremamente grande das partículas, mostram que a carga destas últimas deve ser zero. Como se descobriu que a nova partícula era neutra e que tinha uma massa próxima à unidade, ela foi identificada com o nêutron de Rutherford. Medidas posteriores mostraram que a massa do nêutron é 1,00898 u.m.a., de modo que ela é levemente mais pesada que o próton, com uma massa de 1,00758 u.m.a.

Experimento bem mais dificuldades com os chamados nêutrons, na segunda caixa. Normalmente são brancos, ou eletricamente neutros, mas revelam forte tendência a penetrar nos prótons vermelhos. Enquanto a caixa está bem fechada, tudo corre bem, mas logo que se tira um, veja o que acontece.

Abrindo a caixa, o velho marceneiro tirou uma bola branca e colocou-a em cima da mesa. Durante algum tempo nada acontece, mas quando o sr. Tompkins estava quase perdendo a paciência, a bola ficou viva repentinamente. Apareceram na superfície listras irregulares avermelhadas e esverdeadas, assemelhando-se por algum tempo às bolinhas de vidro de que as crianças gostam tanto. Depois a cor verde começou a concentrar-se de um lado, e finalmente separou-se por completo, formando uma gota verde brilhante que caiu no chão. A própria bola estava agora inteiramente vermelha, sem ser possível distingui-la de qualquer dos prótons coloridos de vermelho da primeira caixa.

“Vê o que acontece,” disse o velho, acompanhando a gota verde, agora perfeitamente dura e redonda. “A cor branca do nêutron se decompôs em vermelho e verde e a bola separou-se em duas partículas distintas, um próton e um elétron negativo.”<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> O incrível mundo da física moderna/George Gamow; tradução de E. Jacy Monteiro. – 2. Ed. – São Paulo: IBRASA, 1980. Pg.173.

## 2.4 A hipótese próton-nêutron

A descoberta da partícula nêutron, com um peso atômico muito próximo da unidade e sem carga elétrica, levou à hipótese que todos os núcleos atômicos consistem de prótons e nêutrons. Esta hipótese foi usada pela primeira vez como base de uma teoria detalhada do núcleo por Heisenberg em 1932. Pela hipótese próton-nêutron, o número total de partículas elementares no núcleo, prótons e nêutrons juntos, é igual ao número de massa  $A$  do núcleo; o peso atômico é, portanto muito próximo a um número inteiro. O número de prótons é dado pela carga nuclear  $Z$ , e o número de nêutrons é  $A - Z$ .

Como a massa do nêutron é muito próxima da de um próton, o argumento mostrado que prótons podem ser contidos dentro do núcleo também é válido para nêutrons.

A hipótese nêutron-próton é consistente com o fenômeno da radioatividade. Onde se conclui que na radioatividade  $\beta$ , o elétron é criado no ato da emissão. Este evento é visto como resultado da transformação de um nêutron, dentro do núcleo, num próton, um elétron, e uma nova partícula chamada neutrino, descrita de maneira curiosa por Gamow:

Viu muitos outros objetos incomuns, e acima de tudo uma caixa cuidadosamente fechada trazendo a etiqueta: “Neutrinos”. Manuseie com cuidado e não deixe sair.

“Tem alguma coisa dentro?” perguntou o sr. Tompkins, sacudindo a caixa perto do ouvido.

“Não sei”, disse o velho. “Há quem diga que sim, outros não. Entretanto, é impossível ver seja o que for de qualquer maneira. É uma caixa fantasiosa que um dos meus amigos teóricos me deu e não sei bem o que fazer com ela.”<sup>5</sup>

Na radioatividade  $\beta$ , portanto, o núcleo é transformado num outro núcleo diferente com um próton a mais, ou um nêutron a menos, e um elétron é emitido. Uma partícula  $\alpha$  pode se formar pela combinação de dois prótons e dois nêutrons, sendo formada no instante da emissão.

Entretanto, apesar de considerarmos os núcleos de diferentes elementos como sendo constituídos de prótons e nêutrons, o nêutron não é visto como um sistema composto formado por um próton e um elétron. O nêutron é uma partícula fundamental no mesmo sentido que um próton é. Os dois às vezes são chamados de núcleos para indicar sua função como blocos formadores dos núcleos.

Por causa da carga positiva do próton, deve haver forças eletrostáticas repulsivas entre os prótons tendendo a desintegrar o núcleo. No entanto, os núcleos complexos estáveis existem,

---

<sup>5</sup> O incrível mundo da física moderna/George Gamow; tradução de E. Jacy Monteiro. – 2. Ed. – São Paulo: IBRASA, 1980. Pg.180.

onde temos que deve haver forças atrativas no núcleo suficiente fortes para superar as forças repulsivas. Estas forças atrativas são as forças especificamente nucleares entre um próton e um nêutron, entre dois nêutrons, e entre dois prótons. As forças de atração nucleares devem ser muito fortes a distâncias da ordem do raio do núcleo, isto é, elas são forças de curto alcance, como ilustrado de maneira didática por Gamow:

Quando um próton e um nêutron se aproximam um do outro sem entrarem em contato direto não há praticamente força entre eles. Mas logo que entrem em contato, surge força extremamente que os mantém reunidos. É como acontece com dois pedaços de fita adesiva que não se atraem um ao outro mesmo a pequena distância, mas que aderem um ao outro como se fossem irmãos logo que há contato. Os físicos classificam essas forças como interação forte.<sup>6</sup>

A magnitude das forças nucleares é tal que o trabalho requerido para dividir um núcleo em suas partículas constituintes (a energia de ligação do núcleo) é muito maior que o trabalho necessário para separar um elétron extranuclear de um átomo. Enquanto este último é da ordem de elétron-volts, mudanças de energia no núcleo são da ordem de milhões de elétron-volts.

## 2.5 Propriedades elétricas e magnéticas do núcleo

Cada próton e cada nêutron no núcleo têm um momento angular que pode ser visualizado como sendo causado pelo movimento de rotação da partícula em torno de um eixo através de seu centro de massa. O valor deste momento angular de spin é  $\frac{1}{2}h/2\pi$ . A componente do spin ao longo de uma direção, digamos o eixo z, ou é  $\frac{1}{2}h/2\pi$  (paralelo) ou  $-\frac{1}{2}h/2\pi$  (antiparalelo). Além disso, cada núcleon pode ser visualizado como tendo um momento angular associado com o movimento orbital dentro do núcleo que é descrito por um vetor cuja maior componente possível, em qualquer direção dada, é um múltiplo inteiro de  $h/2\pi$ . Cada núcleon tem um momento angular total  $i$  numa dada direção,

$$i = l \pm s, \quad (2.7)$$

---

<sup>6</sup> O incrível mundo da física moderna/George Gamow; tradução de E. Jacy Monteiro. – 2. Ed. – São Paulo: IBRASA, 1980. Pg.193

onde  $l$  é o momento angular orbital e  $s$  é o momento angular de spin. O spin de qualquer núcleon simples pode somar ou subtrair  $\frac{1}{2}\hbar/2\pi$  dependendo de sua orientação em relação ao eixo de referência, e  $i$  é portanto um número semi-inteiro. Para núcleos contendo mais de uma partícula, o momento angular total é na realidade um vetor, indicado por  $\mathbf{I}$ , e a quantidade escalar  $I$  é definida como a máxima componente possível de  $\mathbf{I}$  em qualquer direção dada. O momento angular orbital  $L$  é um múltiplo inteiro de  $\hbar/2\pi$ ;  $S$  é um múltiplo semi-inteiro par de  $\hbar/2\pi$  se o número de partículas nucleares é par, e um múltiplo semi-inteiro ímpar se o número de partículas é ímpar. Portanto,  $I$  é um múltiplo inteiro de  $\hbar/2\pi$  quando  $A$  é ímpar.

O momento angular magnético de um núcleo pode ser representado como

$$\boldsymbol{\mu}_I = \gamma_I \frac{\hbar}{2\pi} \mathbf{I} = g_I \mu_N \mathbf{I}, \quad (2.8)$$

Onde  $\gamma_I$  e  $g_I$  são chamados de razão giromagnética nuclear e fator nuclear  $g$ , respectivamente;  $\mu_N$  é o magnéton nuclear definido pela Eq. (2.3).

Descobriu-se, que  $I = 0$  para núcleos contendo um número par de prótons e nêutrons. Decorre da Eq. (2.8) que, um assim chamado núcleo par-par, não deve ter momento magnético, e isto foi demonstrado experimentalmente como sendo o caso.

Outra propriedade que é muito importante com relação à forma do núcleo é o momento elétrico de quadrupolo. Esta quantidade, é uma medida do desvio de um núcleo da simetria esférica.

## 2.6 Propriedades adicionais dos núcleos atômicos

O conceito de estatística em física está relacionado com o comportamento de grandes números de partículas. Assim, a distribuição de energias ou velocidades entre as moléculas de um gás pode ser descrita pela estatística clássica de Maxwell-Boltzmann. As propriedades de conjuntos de fótons, elétrons, prótons, nêutrons e núcleos atômicos não podem, em geral, ser descritas com base na estatística clássica, e duas novas formas de estatísticas foram inventadas, baseadas na mecânica quântica, a estatística de Bose-Einstein, e a estatística de Fermi-Dirac.

Um núcleon é descrito por uma função no seu espaço de três coordenadas e o valor de seu spin, caso seja  $\frac{1}{2}\hbar/2\pi$  ou  $-\frac{1}{2}\hbar/2\pi$ . A estatística de Fermi-Dirac se aplica a sistemas de partículas para as quais a função de onda do sistema é anti-simétrica, isto é, ela muda de sinal quando todas as coordenadas (três espaciais e um spin) de duas partículas idênticas

são trocadas. Decorre a partir desta propriedade da função de onda que cada estado quântico completamente identificado pode ser ocupado por somente uma partícula; isto é, o princípio da exclusão de Pauli se aplica à partículas que obedecem à estatística de Fermi-Dirac. Deduziu-se a partir de experiências que elétrons, prótons, e nêutrons obedecem à estatística de Fermi-Dirac, assim como todos os núcleos de número de massa  $A$  ímpar. Na estatística de Bose-Einstein, a função de onda é simétrica, isto é, ela não muda de sinal quando se trocam todas as coordenadas de qualquer par de partículas idênticas. Duas ou mais partículas podem estar no mesmo estado quântico. Todos os núcleos tendo número de massa  $A$  par obedecem a estatística de Bose-Einstein. Existe uma correlação direta entre o momento angular total de um núcleo e sua estatística: partículas de Fermi-Dirac ( $A$  ímpar) têm momento angular do núcleo total que é múltiplo semi-inteiro de  $\hbar/2\pi$ , enquanto partículas de Bose-Einstein ( $A$  par) têm momentos que são múltiplos inteiros de  $\hbar/2\pi$ .

O movimento de um núcleo é dito como tendo paridade par se a parte espacial de sua função de onda é invariante quando as coordenadas de espaço  $(x, y, z)$  são substituídas por  $(-x, -y, -z)$ . Esta transformação das coordenadas é equivalente a uma reflexão em relação à origem da posição do núcleo no sistema de eixos  $x, y, z$ . Quando a reflexão muda o sinal da parte espacial da função de onda, o movimento do núcleo é dito como tendo paridade ímpar. Foi demonstrado que a paridade de um núcleo num dado estado será relacionada com o valor do momento angular orbital  $L$ ; se  $L$  é par, a paridade é par; se  $L$  é ímpar, a paridade é ímpar.

### 3 RADIOATIVIDADE NATURAL E AS LEIS DA TRANSFORMAÇÃO RADIOATIVA

*“Mas por que não são radioativos todos os núcleos?”  
perguntou o sr. Tompkins.*

*“Porque em muitos o soalho da cratera fica abaixo do  
nível exterior, e somente nos núcleos mais pesados  
conhecidos o soalho fica suficientemente elevado para  
que se torne possível essa fuga.”*

**George Gamow**

Temos que o estudo e o uso da radioatividade são essenciais à física nuclear. Viu-se que a emissão de partículas  $\alpha$  e  $\beta$  por certos átomos deu origem à idéia de que os átomos são constituídos a partir de unidades menores, e ao conceito de estrutura atômica. A investigação do espalhamento de partículas  $\alpha$  por átomos levou a idéia do átomo nuclear fundamental para toda a teoria atômica. Descobriu-se que o bombardeio de átomos com partículas  $\alpha$  rápidas a partir de substâncias radioativas causava a desintegração de núcleos atômicos, e isto levou por sua vez à descoberta do nêutron e à teoria corrente da composição do núcleo.

A importância da radioatividade depende em grande parte da habilidade em medir transformações radioativas com alta precisão, e descrevê-las quantitativamente por meio de uma teoria correta. As leis das transformações radioativas foram desenvolvidas a partir de informações sobre elementos radioativos naturais, mas elas também são válidas para radionuclídeos artificiais.

#### 3.1 A base da teoria da desintegração radioativa

Um indício pela qual uma substância é produzida a partir de outra foi fornecido pelas antigas experiências de Crookes, Becquerel, e Rutherford e Soddy. Crookes (1900) descobriu que se um sal de urânio é precipitado a partir de uma solução, pela adição de carbonato de amônia, e então redissolvido em excesso do reagente, um pequeno resíduo permanecia. Este

resíduo, quando removido da solução, mostrou ser altamente radioativo. O produto obtido pela evaporação da solução, que continha praticamente todo o urânio, tinha atividade muito pequena. A substância ativa estava contida no resíduo e foi dado a ela o nome de urânio X (UX) para distinguí-lo do urânio. Becquerel então descobriu que, se o urânio X e frações do urânio fossem mantidos separados por algum tempo, a atividade do UX diminuía, enquanto que a da fração do urânio aumentava. Rutherford e Soddy (1902) obtiveram resultados similares com sais de tório; separou-se um material ativo que foi chamado de tório X, e a maior parte do tório era praticamente inativa. Após alguns dias, notou-se que o tório X estava perdendo sua atividade, enquanto que o tório, que tinha sido separado do tório X, estava recuperando sua atividade.

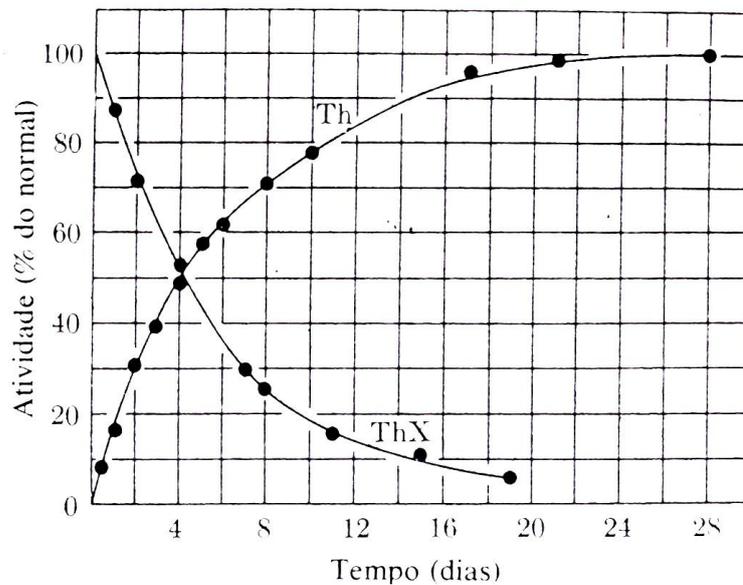


Figura 3.1: O decaimento da atividade do tório X e a recuperação da atividade do tório[3].

Rutherford e Saddy estudaram quantitativamente a razão de decaimento do ThX e a razão de recuperação da atividade do tório, e obtiveram as curvas mostradas na Figura 3.1. A curva experimental de decaimento do ThX era de natureza exponencial, isto é, a atividade podia ser expressa como função do tempo pela equação

$$A_x(t) = A_{x0}e^{-\lambda t}, \quad (3.1)$$

onde  $A_{x0}$  é a atividade inicial do ThX,  $A_x(t)$  é a atividade após o tempo  $t$ , e  $\lambda$  é uma constante, chamada de constante de desintegração. Descobriu-se que a curva de recuperação para o tório era bem representada pela fórmula

$$A(t) = A_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (3.2)$$

Os resultados para o UX e U estão mostrados na Figura 3.2.

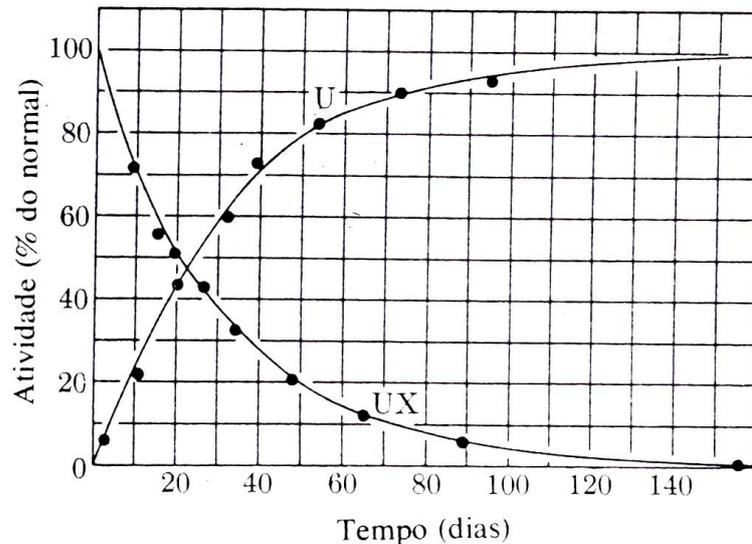


Figura 3.2: O decaimento da atividade do urânio X e a recuperação da atividade do urânio[3].

Rutherford e Soddy sugeriram que os átomos dos elementos radioativos sofriam desintegração espontânea com a emissão de partículas  $\alpha$  ou  $\beta$  e a formação de átomos de um novo elemento. Então a intensidade da radioatividade, atividade, é proporcional ao número de átomos que se desintegram por unidade de tempo. E a Eq.(3.1) pode ser escrita como

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (3.3)$$

que é a equação que representa a variação com o tempo do número de átomos de uma única substância radioativa que decai. Derivando-se ambos os lados da Eq.(3.3), obtém-se

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (3.4)$$

A Eq.(3.4) é a equação fundamental do decaimento radioativo. Com esta equação, e com duas hipóteses, foi possível explicar o crescimento da atividade nas frações de tório e urânio, a partir das quais ThX e UX foram removidos. As hipóteses eram (1) que existe uma constante produção de uma nova substância radioativa (digamos, UX) pelo elemento radioativo (urânio), e (2) que a nova substância (UX) se desintegra de acordo com a lei da Eq.(3.4). Suponha que  $Q$  átomos de UX são produzidos por segundo por uma dada massa de urânio, e seja  $N$  o número de átomos de UX presentes no tempo  $t$  depois da remoção completa da quantidade inicial de UX. A razão líquida do aumento de átomos de UX na fração de urânio é

$$\frac{dN}{dt} = Q - \lambda N \quad (3.5)$$

Se multiplicarmos ambos os lados por  $e^{\lambda t}$ , agruparmos os termos e integrarmos aplicando a condição de  $N = 0$  para  $t = 0$ , obteremos a constante de integração, onde teremos que:

$$N = \frac{Q}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) = N_0 (1 - e^{-\lambda t}), \quad (3.6)$$

com  $N_0 = Q/\lambda$ .

A Eq.(3.6) é a mesma que a equação de recuperação (3.2) de modo que a teoria dá o resultado correto para o crescimento da atividade no urânio ou no tório, após a remoção do corpo X. A Eq.(3.6) também mostra que o número de átomos de UX na massa de urânio se aproxima de um valor de equilíbrio para grandes valores de  $t$  dados pela razão

$$\frac{Q}{\lambda} = \frac{\text{Número de átomos de UX produzidos a partir de U por segundo}}{\text{Fração dos átomos de UX que decaem por segundo}}$$

A lei do decaimento radioativo é uma lei estatística e é o resultado de um número muito grande de eventos, sujeitos às leis da probabilidade. O número de átomos que se desintegram em qualquer segundo é, em média,  $\lambda N$ , mas o número das que se desintegram em qualquer segundo apresenta flutuações em torno deste valor. O valor destas flutuações pode ser calculado com a ajuda da teoria da probabilidade, e as considerações estatísticas envolvidas são importantes no planejamento e interpretação de experiências relacionadas com a medida da radioatividade.

O número de átomos radioativos  $N$  e a atividade  $A$  estão ligadas pela relação

$$A = c\lambda N \quad (3.7)$$

O fator de proporcionalidade  $c$ , que é algumas vezes chamado de coeficiente de detecção, depende da natureza e eficiência do instrumento de detecção e pode variar consideravelmente de uma substância radioativa a outra.

Vamos considerar, com exceções ocasionais, que os coeficientes de detecção são iguais a um, isto é, que cada desintegração é detectada. A atividade então vai ser igual ao número de átomos que se desintegram por unidade de tempo,  $A = \lambda N$ , a não ser que se explicito o contrário.

### 3.2 A constante de desintegração, a meia-vida e a vida média

Um nuclídeo radioativo pode ser caracterizado pela constante de desintegração, a meia-vida, ou a vida média. A constante de desintegração  $\lambda$  pode ser determinada experimentalmente, em muitos casos, com a ajuda da Eq.(3.3), que pode ser escrita como

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \quad (3.8)$$

Uma vez que o logaritmo na base  $e$  é igual a 2,3026 vezes o logaritmo na base 10, e o número de átomos  $N(t)$  é proporcional à atividade medida  $A(t)$ , de modo que  $N(t)/N_0 = A(t)/A_0$  a Eq.(3.8) pode ser escrita como

$$\log A(t) = \log A_0 - 0,4343\lambda t \quad (3.9)$$

Portanto, se o logaritmo da atividade medida é lançado num gráfico contra o tempo, deve resultar uma linha reta cuja inclinação é igual a  $-0,4343\lambda$ .

Outra quantidade que é usada para caracterizar um radionuclídeo é a meia-vida,  $T$ , o tempo necessário para que metade dos átomos radioativos se desintegre. Após uma meia-vida,  $N(T)/N_0 = 0,5$ , e segue da Eq.(3.9) que

$$\text{meia-vida} = T = 0,693/\lambda \quad (3.10)$$

A relação entre a atividade e a meia-vida é ilustrada na Figura 3.3. Após  $n$  meias-vidas ( $t = nT$ ), a fração da atividade remanescente é  $(1/2)^n$ . Esta fração nunca alcança zero, mas se torna muito pequena.

A vida média, ou expectativa média de vida, dos átomos de uma espécie radioativa. A vida média, geralmente indicada por  $\tau$ , é dada pela soma dos tempos de existência de todos os átomos, dividida pelo seu número inicial. O número de átomos que decaem entre  $t$  e  $t + dt$  é

$$dN = \lambda N dt,$$

mas o número de átomos ainda existentes no tempo  $t$  é

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

de modo que

$$dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt.$$

Já a vida média é dada por

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int t dN = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty N_0 \lambda t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}, \quad (3.11)$$

e é simplesmente o recíproco da constante de desintegração. A partir das Eqs.(3.10) e (3.11), segue-se que a meia-vida e a vida média são quantidades proporcionais:

$$T = 0,693\tau \quad (3.12)$$

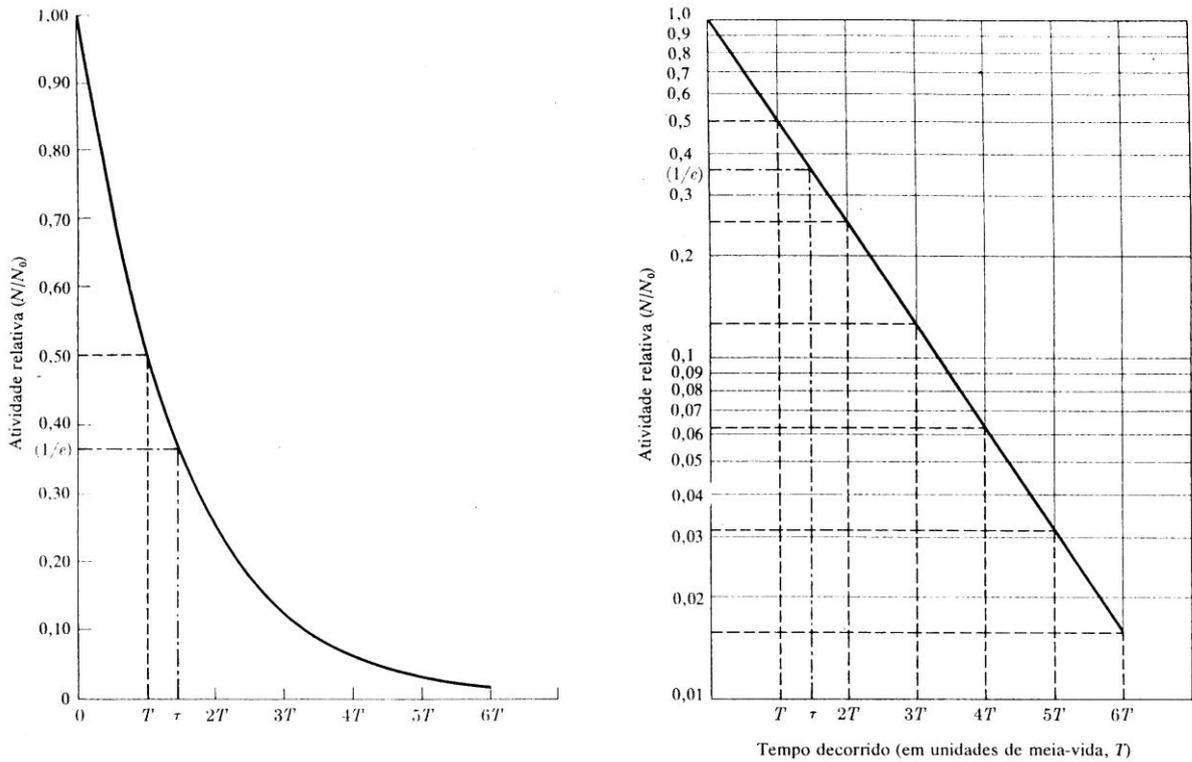


Figura 3.3: Decaimento radioativo: a meia-vida. A curva na esquerda é feita num papel de gráfico linear, enquanto que a curva na direita em papel semilog[3].

### 3.3 Transmutações radioativas sucessivas

Descobriu-se experimentalmente que os núclídeos radioativos que ocorrem na natureza formam três séries. Em cada série, o núclídeo pai(1) decai num núclídeo filho(2), que decai por sua vez, e assim por diante, até que se alcança um produto final estável(3). Os números de átomos dos três tipos em qualquer instante de tempo  $t$  são indicados por  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$ , respectivamente, e as constantes de desintegração são  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$ . O sistema é descrito pelas três equações

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1, \quad (3.13)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \quad (3.14)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2. \quad (3.15)$$

Estas equações expressam os seguintes fatos: o núclídeo pai decai de acordo com a lei básica da Eq.(3.4); átomos do segundo tipo são formados na razão  $\lambda_1 N_1$  por causa do

decaimento de átomos pai, e desaparecem na razão  $\lambda_2 N_2$ ; átomos do produto final estável aparecem na razão  $\lambda_2 N_2$  como resultado do decaimento de átomos do segundo tipo.

Resolvendo às Eqs.(3.13), (3.14) e (3.15) pelos métodos apropriados de resolução, teremos as seguintes soluções:

$$N_1(t) = N_1^0 e^{-\lambda_1 t}, \quad (3.16)$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}, \quad (3.17)$$

$$N_3 = N_3^0 + N_2^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_1^0 \left( 1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right). \quad (3.18)$$

Donde portanto, as Eqs.(3.16), (3.17) e (3.18) representam a solução do problema.

Para o caso em que só estão presentes inicialmente átomos radioativos do primeiro tipo, as soluções para  $N_2$  e  $N_3$  se reduzem a

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}), \quad (3.19)$$

$$N_3 = N_1^0 \left( 1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right). \quad (3.20)$$

As curvas da Figura 3.4 mostram o que acontece neste caso, se supomos que as meias-vidas das espécies ativas são  $T_1 = 1$  hora e  $T_2 = 5$  horas, respectivamente; os valores correspondentes das constantes de desintegração são  $\lambda_1 = 0,693 \text{ h}^{-1}$  e  $\lambda_2 = 0,1386 \text{ h}^{-1}$  respectivamente.

O tratamento discutido acima pode ser estendido para uma cadeia de qualquer número de produtos radioativos, e a solução deste problema é frequentemente útil.

As equações diferenciais do sistema são

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1, \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3, \\ &\vdots \\ \frac{dN_n}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n. \end{aligned} \quad (3.21)$$

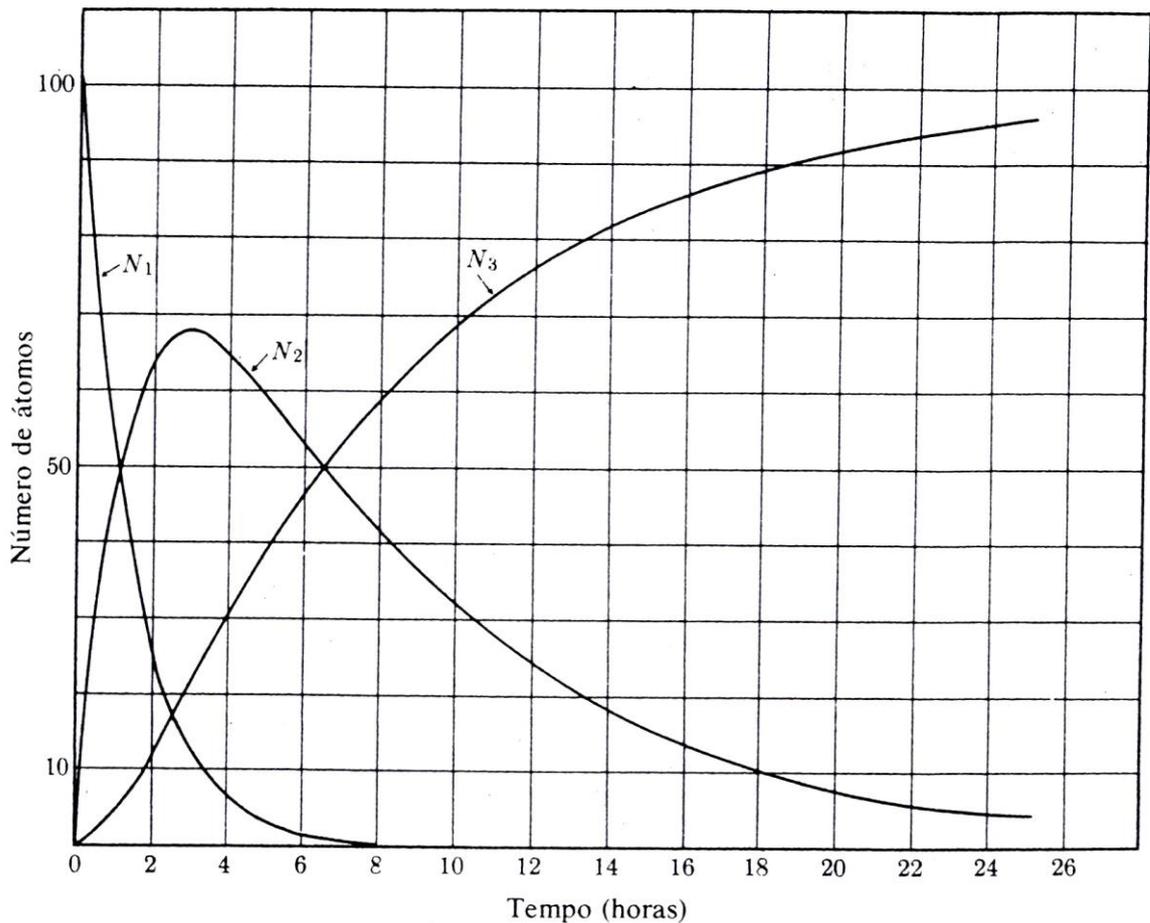


Figura 3.4: Uma série radioativa com três membros: só o pai ( $T_{1/2} = 1h$ ) está presente inicialmente; o filho tem uma meia-vida de 5h, e o terceiro membro é estável[3].

### 3.4 Equilíbrio radioativo

O termo equilíbrio é geralmente usado para expressar a condição em que a derivada de uma função em relação ao tempo é igual a zero. Quando aplicamos esta condição aos membros de uma cadeia radioativa, descrita pelas Eqs. (3.21), isto significa que as derivadas  $dN_1/dt$ ,  $dN_2/dt$ , ...,  $dN_n/dt$  são todas iguais a zero, ou que o número de átomos da cadeia não está mudando. Então, as equações para equilíbrio são

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 = 0 \\
 \lambda_1 N_1 &= \lambda_2 N_2 \\
 \lambda_2 N_2 &= \lambda_3 N_3 \\
 &\vdots \\
 \lambda_{n-1} N_{n-1} &= \lambda_n N_n
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Estas condições não podem ser satisfeitas rigorosamente se a substância pai é uma substância radioativa porque a primeira das Eqs. (3.22) implica que  $\lambda_I = 0$ , o que é uma contradição. É possível, entretanto, atingir um estado muito próximo ao equilíbrio, se a substância pai decai muito menos rapidamente que qualquer um dos outros membros da cadeia; em outras palavras, se o pai tem uma meia-vida muito longa com a de qualquer de seus produtos de decaimento. Este tipo de equilíbrio é chamado de equilíbrio secular, e satisfaz a condição

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots = \lambda_{n-1} N_{n-1} = \lambda_n N_n, \quad (3.23)$$

ou, em termos de meias-vidas,

$$\frac{N_1}{T_1} = \frac{N_2}{T_2} = \frac{N_3}{T_3} = \dots = \frac{N_{n-1}}{T_{n-1}} = \frac{N_n}{T_n}. \quad (3.24)$$

As relações (3.24) podem ser usadas para achar a meia-vida de um radionuclídeo cuja meia-vida é muito longa.

Consideremos um exemplo de equilíbrio secular. O caso é aquele de uma pai de vida longa ( $T \approx \infty$ ) e um filho de vida curta. Supõe-se que o filho foi separado do pai, de modo que este último seja inicialmente puro. As expressões matemáticas para o número de átomos do pai e filho podem ser obtidas a partir das Eqs.(3.16) e (3.19) se notamos que  $\lambda_I \approx 0$ , e  $\lambda_I < \lambda_2$ . Então,  $e^{-\lambda_I t} \approx 1$ , e

$$N_1 \approx N_1^0 \quad (3.25)$$

$$N_2 \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad (3.26)$$

A Eq.(3.26) mostra que a medida que  $t$  aumenta, a atividade do filho aumenta, e, após várias meias-vidas,  $\lambda_2 N_2$  se aproxima de  $\lambda_I N_1^0$ , satisfazendo a condição para o equilíbrio secular. Estas relações são mostradas graficamente nas curvas  $a$  e  $b$  da Figura 3.5; a curva  $c$  dá a atividade total.

Um estado de coisas bem diferente, chamado de equilíbrio transitório, resulta se o pai tem vida mais longa que o filho ( $\lambda_I < \lambda_2$ ), mas quando a meia-vida do pai não é muito longa. Se o pai e o filho são separados de modo que o pai possa ser considerado como inicialmente puro, o número de átomos é novamente dado pelas Eqs.(3.16) e (3.19). Depois que  $t$  se torna suficientemente grande,  $e^{-\lambda_2 t}$  se torna desprezível comparado com  $e^{-\lambda_I t}$ , e o número de átomos do filho se torna

$$N_2 \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t}. \quad (3.27)$$

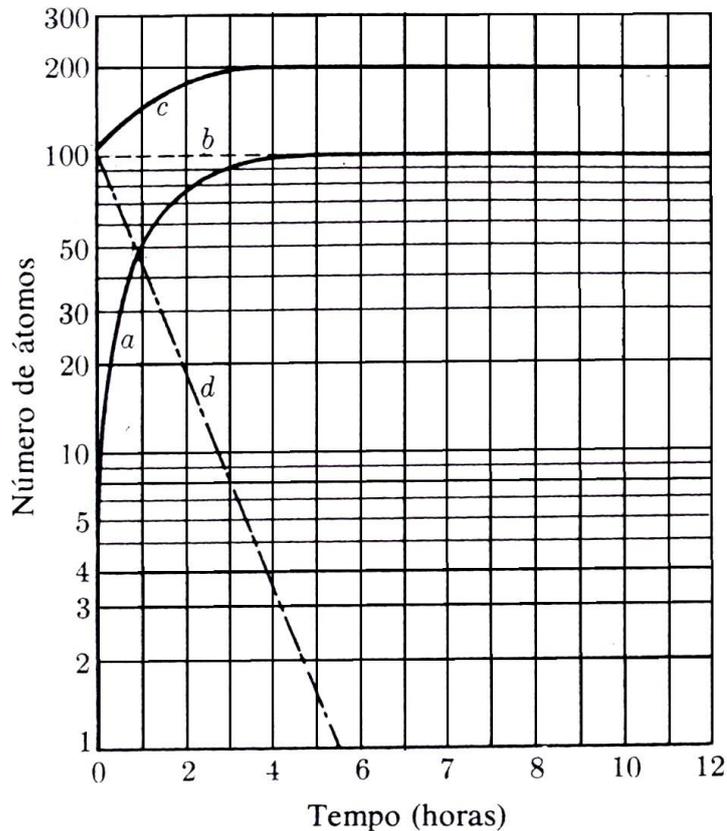


Figura 3.5: Equilíbrio secular. (a) Atividade do filho crescendo numa fração recém purificada do pai. (b) Atividade do pai ( $T_{1/2} = \infty$ ). (c) Atividade total de uma fração do pai inicialmente pura. (d) Decaimento de uma fração do filho recém-isolada ( $T_{1/2} = 0,80h$ )[3].

Assim, o filho eventualmente decai com a mesma meia-vida que o pai. Como  $N_1^0 e^{-\lambda_1 t} = N_1$ , segue da Eq.(2.27) que

$$\frac{N_1}{N_2} \approx \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} . \quad (3.28)$$

Os resultados acima, característicos do equilíbrio transitório entre os átomos pai e filho, são mostrados graficamente na Figura 3.6.

Quando o pai tem uma meia-vida mais curta que a do filho ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ), não se atinge nenhum estado de equilíbrio. Se pai e filho são inicialmente separados, então, à medida que o pai decai, o número de átomos filho vai aumentar, passar por um máximo, e eventualmente decair com a meia-vida do filho.

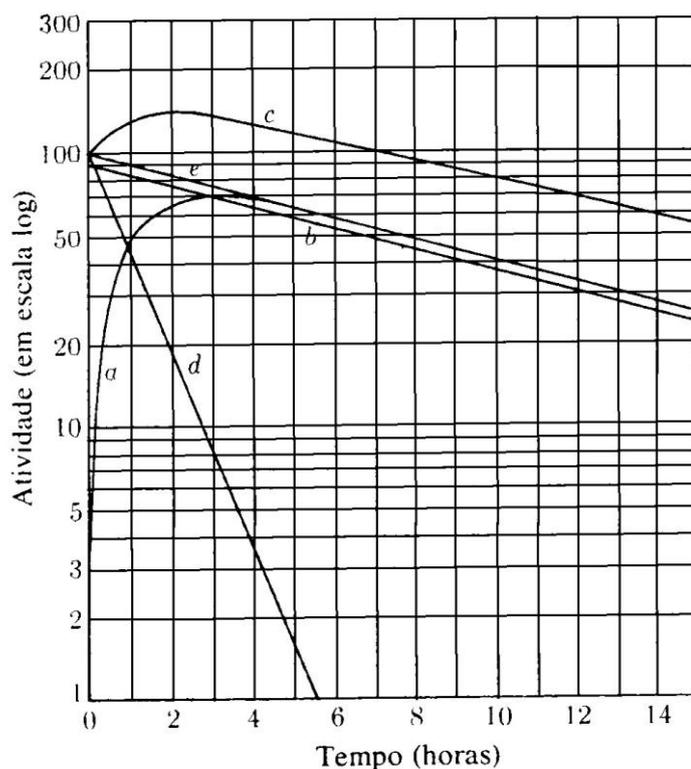


Figura 3.6: equilíbrio transitório. (a) Atividade do filho crescendo numa fração recém-purificada do pai. (b) Atividade do pai ( $T_{1/2} = 8,0h$ ). (c) Atividade total de uma fração do pai inicialmente pura. (d) Decaimento de uma fração do filho recém isolada ( $T_{1/2} = 0,80h$ ). (e) Atividade total do filho numa fração com pai e filho[3].

### 3.5 As séries radioativas naturais

Cada nuclídeo radioativo é um membro de uma de três longas cadeias, ou séries radioativas. Estas séries são chamadas de série do urânio, actínio e tório, respectivamente, nomes que correspondem aos elementos no topo da série, ou nas suas proximidades. Na série do urânio, o número de massa de cada membro pode ser expresso na forma  $(4n+2)$ , onde  $n$  é um inteiro. Nas séries de actínio e tório, os números de massa são dados pelas expressões  $4n+3$  e  $4n$ , respectivamente.

Os membros da série do urânio estão listados na Tabela 3.1 bem como o modo de desintegração, a meia-vida, a constante de desintegração, e a energia máxima das partículas emitidas. As mudanças no número atômico e número de massa são mostradas na Figura 3.7.

Tabela 3.1: A série do urânio[3].

<i>Espécie radioativa</i>	<i>Nuclídeo</i>	<i>Tipo de desintegração</i>	<i>Meia-vida</i>	<i>Constante de desintegração, s<sup>-1</sup></i>	<i>Energia da partícula, Mev</i>
Urânio I (UI)	<sup>92</sup> U <sup>238</sup>	$\alpha$	4,50 × 10 <sup>9</sup> ano	4,88 × 10 <sup>-18</sup>	4,20
Urânio X <sub>1</sub> (UX <sub>1</sub> )	<sup>90</sup> Th <sup>234</sup>	$\beta$	24,1 dia	3,33 × 10 <sup>-7</sup>	0,19
Urânio X <sub>2</sub> (UX <sub>2</sub> )	<sup>91</sup> Pa <sup>234</sup>	$\beta$	1,18 min	9,77 × 10 <sup>-3</sup>	2,32
Urânio Z (UZ)	<sup>91</sup> Pa <sup>234</sup>	$\beta$	6,7 h	2,88 × 10 <sup>-5</sup>	1,13
Urânio II (UII)	<sup>92</sup> U <sup>234</sup>	$\alpha$	2,50 × 10 <sup>5</sup> ano	8,80 × 10 <sup>-14</sup>	4,768
Iônio (Io)	<sup>90</sup> Th <sup>230</sup>	$\alpha$	8,0 × 10 <sup>4</sup> ano	2,75 × 10 <sup>-13</sup>	4,68 min
Rádio (Ra)	<sup>88</sup> Ra <sup>226</sup>	$\alpha$	1620 ano	1,36 × 10 <sup>-11</sup>	4,777 min
Emanação de Ra (Rn)	<sup>86</sup> Em <sup>222</sup>	$\alpha$	3,82 dia	2,10 × 10 <sup>-6</sup>	5,486
Rádio A (RaA)	<sup>84</sup> Po <sup>218</sup>	$\alpha, \beta$	3,05 min	3,78 × 10 <sup>-3</sup>	$\alpha$ :5,998 $\beta$ :?
Rádio B (RaB)	<sup>82</sup> Pb <sup>214</sup>	$\beta$	26,8 min	4,31 × 10 <sup>-4</sup>	0,7
Astatínio-218 (At <sup>218</sup> )	<sup>85</sup> At <sup>218</sup>	$\alpha$	1,5-2,0 s	0,4	6,63
Rádio C (RaC)	<sup>83</sup> Bi <sup>214</sup>	$\alpha, \beta$	19,7 min	5,86 × 10 <sup>-4</sup>	$\alpha$ :5,51 min $\beta$ :3,17
Rádio C' (RaC')	<sup>84</sup> Po <sup>214</sup>	$\alpha$	1,64 × 10 <sup>-4</sup> s	4,23 × 10 <sup>3</sup>	7,683
Rádio C'' (RaC'')	<sup>81</sup> Tl <sup>210</sup>	$\beta$	1,32 min	8,75 × 10 <sup>-4</sup>	1,9
Rádio D (RaD)	<sup>82</sup> Pb <sup>210</sup>	$\beta$	19,4 ano	1,13 × 10 <sup>-9</sup>	0,017
Rádio E (RaE)	<sup>83</sup> Bi <sup>210</sup>	$\beta$	5,0 dia	1,60 × 10 <sup>-6</sup>	1,155
Rádio F (RaF)	<sup>84</sup> Po <sup>210</sup>	$\alpha$	138,3 dia	5,80 × 10 <sup>-8</sup>	5,300
Tálio-206 (Tl <sup>206</sup> )	<sup>81</sup> Tl <sup>206</sup>	$\beta$	4,2 min	2,75 × 10 <sup>-3</sup>	1,51
Rádio G (RaG)	<sup>82</sup> Pb <sup>206</sup>	Estável			

Tabela 3.2: A série do actínio[3].

<i>Espécie radioativa</i>	<i>Nuclídeo</i>	<i>Tipo de desintegração</i>	<i>Meia-vida</i>	<i>Constante de desintegração, s<sup>-1</sup></i>	<i>Energia da partícula, Mev</i>
Actínio-urânio (AcU)	<sup>92</sup> U <sup>235</sup>	$\alpha$	7,10 × 10 <sup>8</sup> ano	3,09 × 10 <sup>-17</sup>	4,559 min
Urânio Y (UY)	<sup>90</sup> Th <sup>231</sup>	$\beta$	25,6 h	7,51 × 10 <sup>-6</sup>	0,30
Protoactínio (Pa)	<sup>91</sup> Pa <sup>231</sup>	$\alpha$	3,43 × 10 <sup>4</sup> ano	6,40 × 10 <sup>-13</sup>	5,046 min
Actínio (Ac)	<sup>89</sup> Ac <sup>227</sup>	$\alpha, \beta$	21,6 ano	1,02 × 10 <sup>-9</sup>	$\alpha$ :4,94 $\beta$ :0,046
Radioactínio (RdAc)	<sup>90</sup> Th <sup>227</sup>	$\alpha$	18,17 dia	4,41 × 10 <sup>-7</sup>	6,03 min
Actínio K (AcK)	<sup>87</sup> Fr <sup>223</sup>	$\alpha, \beta$	22 min	5,25 × 10 <sup>-4</sup>	$\beta$ :1,2 $\alpha$ :5,34
Actínio X (AcX)	<sup>88</sup> Ra <sup>223</sup>	$\alpha$	11,68 dia	6,87 × 10 <sup>-7</sup>	5,864
Astatínio-219	<sup>85</sup> At <sup>219</sup>	$\alpha, \beta$	0,9 min	1,26 × 10 <sup>-2</sup>	$\alpha$ :6,27
Emanação de Ac (An)	<sup>86</sup> Em <sup>219</sup>	$\alpha$	3,92 s	0,177	6,810 min
Bismuto-215	<sup>83</sup> Bi <sup>215</sup>	$\alpha, \beta$	8 min	1,44 × 10 <sup>-3</sup>	?
Actínio A (AcA)	<sup>84</sup> Po <sup>215</sup>	$\alpha, \beta$	1,83 × 10 <sup>-3</sup> s	3,79 × 10 <sup>2</sup>	$\alpha$ :7,37
Actínio B (AcB)	<sup>82</sup> Pb <sup>211</sup>	$\beta$	36,1 min	3,20 × 10 <sup>-4</sup>	1,39
Astatínio-215	<sup>85</sup> At <sup>215</sup>	$\alpha$	10 <sup>-4</sup> s	7 × 10 <sup>3</sup>	8,00
Actínio C (AcC)	<sup>83</sup> Bi <sup>211</sup>	$\alpha, \beta$	2,15 min	5,28 × 10 <sup>-3</sup>	$\alpha$ :6,617 min
Actínio C' (AcC')	<sup>84</sup> Po <sup>211</sup>	$\alpha$	0,52 s	1,33	7,442 min
Actínio C'' (AcC'')	<sup>81</sup> Tl <sup>207</sup>	$\beta$	4,79 min	2,41 × 10 <sup>-3</sup>	1,44
Actínio D (AcD)	<sup>82</sup> Pb <sup>207</sup>	Estável			

Tabela 3.3: A série do tório[3].

Espécie radioativa	Nuclídeo	Tipo de desintegração	Meia-vida	Constante de desintegração, $s^{-1}$	Energia da partícula, Mev
Tório (Th)	${}_{90}\text{Th}^{232}$	$\alpha$	$1,39 \times 10^{10}$ ano	$1,58 \times 10^{-18}$	4,007
Mesotório 1 (MsTh1)	${}_{88}\text{Ra}^{228}$	$\beta$	6,7 ano	$3,28 \times 10^{-9}$	0,04
Mesotório 2 (MsTh2)	${}_{89}\text{Ac}^{228}$	$\beta$	6,13 h	$3,14 \times 10^{-5}$	2,18
Radiotório (RdTh)	${}_{90}\text{Th}^{228}$	$\alpha$	1,910 ano	$1,15 \times 10^{-8}$	5,423 min
Tório X (ThX)	${}_{88}\text{Ra}^{224}$	$\alpha$	3,64 dia	$2,20 \times 10^{-6}$	5,681 min
Emanação de Th (Th)	${}_{86}\text{Em}^{220}$	$\alpha$	51,5 s	$1,34 \times 10^{-2}$	6,280
Tório A (ThA)	${}_{84}\text{Po}^{216}$	$\alpha, \beta$	0,16 s	4,33	6,774
Tório B (ThB)	${}_{82}\text{Pb}^{212}$	$\beta$	10,6 h	$1,82 \times 10^{-5}$	0,58
Astatínio-216 ( $\text{At}^{216}$ )	${}_{85}\text{At}^{216}$	$\alpha$	$3 \times 10^{-4}$ s	$2,3 \times 10^3$	7,79
Tório C (ThC)	${}_{83}\text{Bi}^{212}$	$\alpha, \beta$	60,5 min	$1,91 \times 10^{-4}$	$\alpha$ :6,086 min $\beta$ :2,25
Tório C' (ThC')	${}_{84}\text{Po}^{212}$	$\alpha$	$3,0 \times 10^{-7}$ s	$2,31 \times 10^6$	8,780
Tório C'' (ThC'')	${}_{81}\text{Tl}^{208}$	$\beta$	3,10 min	$3,73 \times 10^{-3}$	1,79
Tório D (ThD)	${}_{82}\text{Pb}^{208}$	Estável			

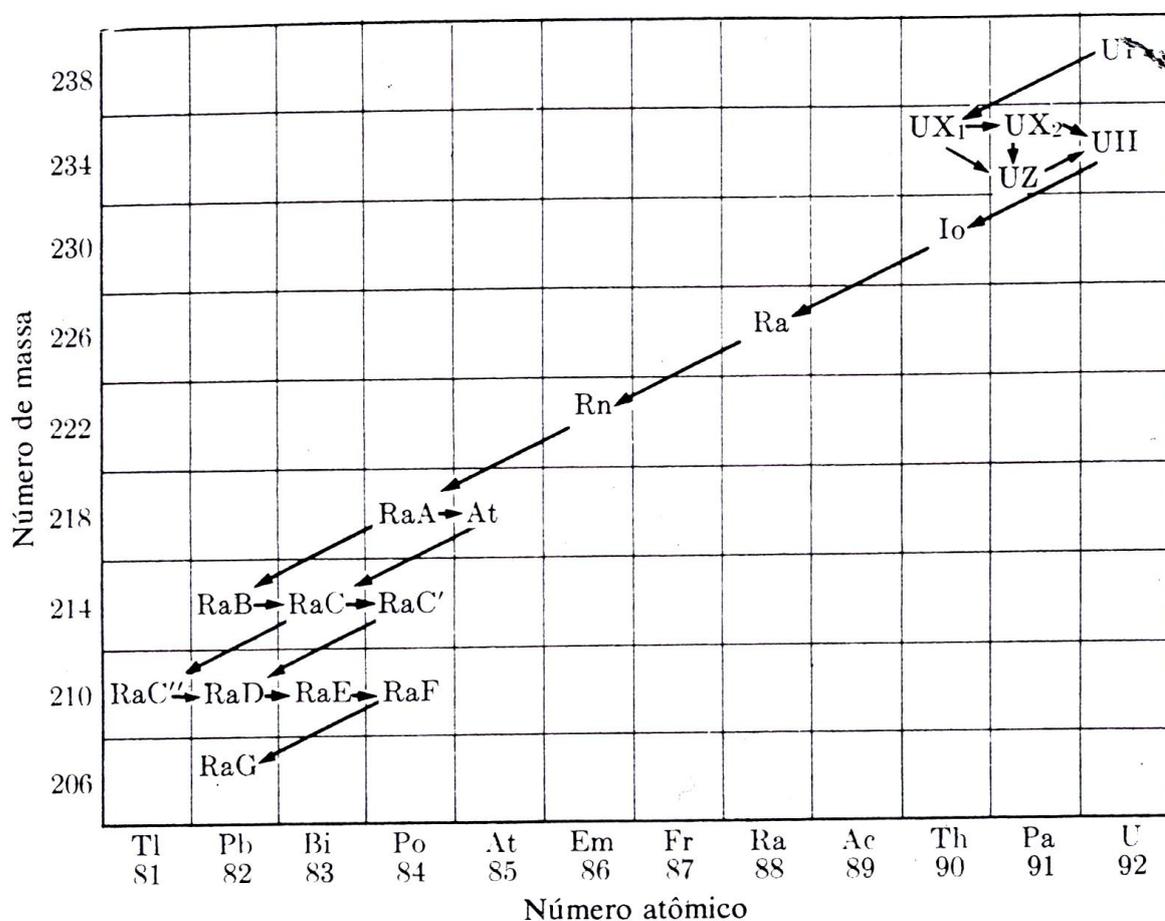


Figura 3.7: A série do urânio ( $4n + 2$ )[3].

A Tabela 3.2 e a Figura 3.8 dão as informações correspondentes sobre a série do actínio, enquanto que a Tabela 3.3 e a Figura 3.9 são para a série do tório. A primeira coluna de cada

tabela dá os antigos nomes históricos dos radionuclídeos, enquanto que a segunda coluna dá o número moderno.

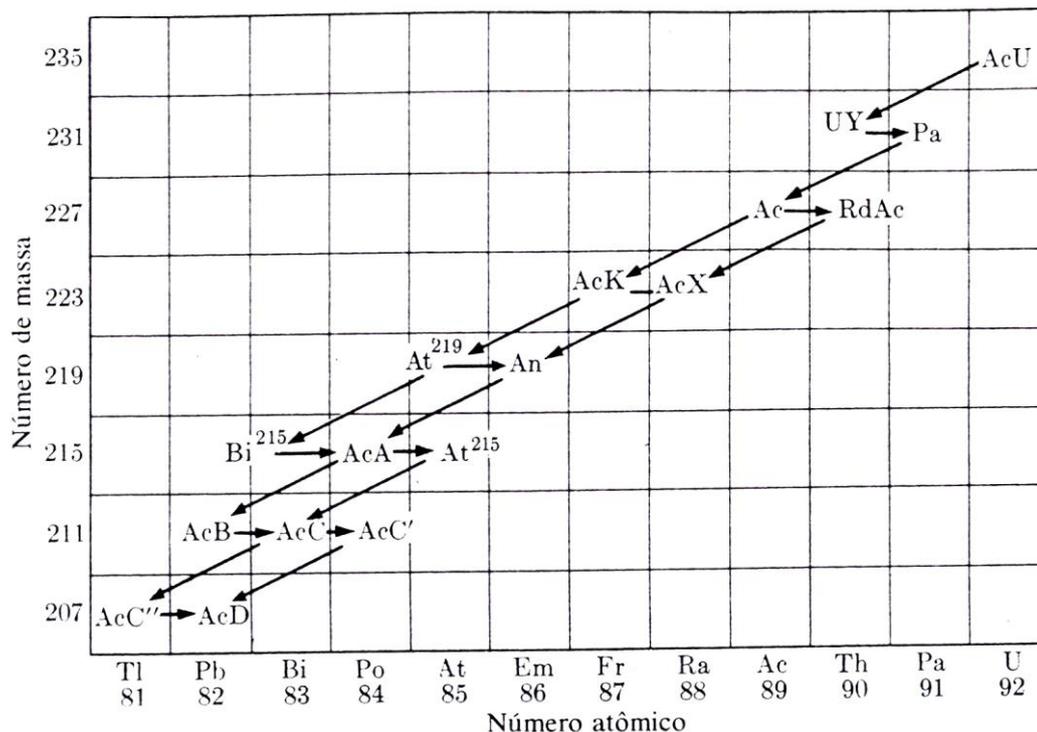


Figura 3.8: A série do actínio ( $4n + 3$ )[3].

Nas figuras uma desintegração  $\alpha$  é representada por uma flecha dirigida para baixo e para a esquerda, e uma transição  $\beta$  por uma flecha horizontal apontando para a direita.

Na maioria dos processos de desintegração que compõem uma série radioativa, cada um dos radionuclídeos se desintegra de uma maneira definida, dando uma partícula  $\alpha$  ou  $\beta$  e um átomo do nuclídeo produto. Em alguns casos, os átomos se desintegram de duas maneiras diferentes, dando origem a dois produtos com propriedades diferentes. Este tipo de desintegração é chamado de decaimento ramificado e estes nuclídeos podem decair tanto por emissão  $\alpha$  como  $\beta$ . A probabilidade de desintegração é a soma das propriedades separadas e  $\lambda = \lambda_\alpha + \lambda_\beta$ . Na maior parte dos casos, um modo de decaimento é muito mais provável que o outro. Em cada decaimento ramificado, os átomos produzidos decaem para dar o mesmo nuclídeo.

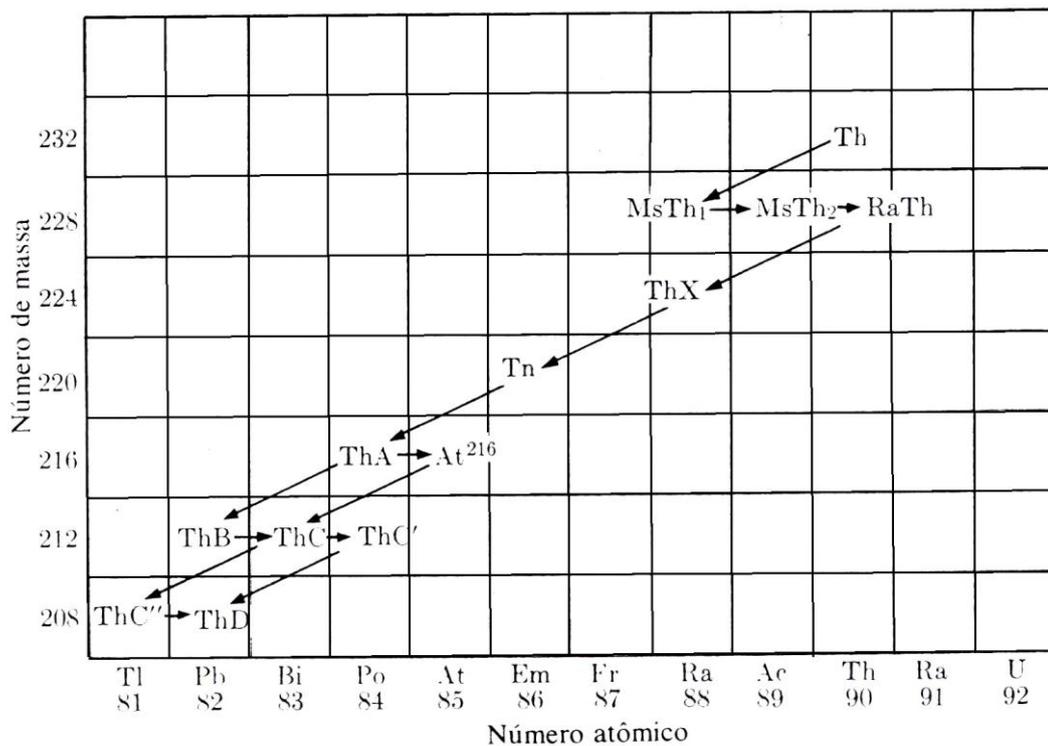


Figura 3.9: A série do tório (4n)[3].

### 3.6 Unidades de radioatividade

Em radioatividade, a unidade padrão é o curie, definido como a quantidade de qualquer material radioativo que dá  $3,70 \times 10^{10}$  desintegrações/s.

Por várias razões, principalmente históricas, tem havido alguma confusão sobre o uso do curie como unidade padrão. Conseqüentemente, tem sido recomendada uma nova unidade absoluta de radioatividade, chamada Rutherford (rd), definida como a quantidade de substância radioativa que dá  $10^6$  desintegrações/s.

## 4 DECAIMENTO ALFA

O interesse inicial nas radiações das substâncias radioativas estava relacionado com as séries de transformações do urânio, tório e actínio. Este interesse foi estendido às informações que as radiações dão sobre o núcleo e as mudanças de energia nas suas transformações. Medidas precisas das energias das radiações emitidas pelos radionuclídeos naturais levaram à idéia de estados nucleares de energia análogos aos estados atômicos de energia, onde teorias de emissão de raios  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  foram desenvolvidas.

### 4.1 A velocidade e energia das partículas alfa

A medida precisa das energias das partículas  $\alpha$  levou a descoberta de que alguns radionuclídeos emitem na realidade um espectro de partículas  $\alpha$ , e isso tornou possível identificar certos níveis nucleares de energia com confiança, além do que essas medidas precisas são necessárias no desenvolvimento e uso da teoria do decaimento  $\alpha$ .

Os métodos para determinar as energias das partículas  $\alpha$  são também usados para prótons e dêuterons. Estas três partículas carregadas estão envolvidas em muitas desintegrações artificiais, e a medida acurada de suas energias fornece valores de  $Q$  precisos, onde  $Q$  é chamado de balanço de energia de uma reação, e representa a diferença entre a energia cinética dos produtos da reação e da partícula incidente, bem como a diferença de massa; a partir dos valores de  $Q$ , é possível determinar massas nucleares e níveis nucleares de energia.

O método que dá os resultados mais precisos para a velocidade e energia das partículas  $\alpha$  depende da medida da deflexão nas trajetórias das partículas num campo magnético, cujo raio da circunferência desenhada pela deflexão é dado pela relação

$$Hqv = \frac{Mv^2}{r}, \quad (4.1)$$

onde  $H$  é a intensidade do campo,  $q$  e  $M$  são a carga e a massa da partícula, respectivamente, e  $r$  é o raio da órbita. Onde temos que a velocidade pode ser determinada se a intensidade do campo magnético é conhecida e se o raio da órbita é medido, já que o valor da razão carga-massa é bem conhecido.

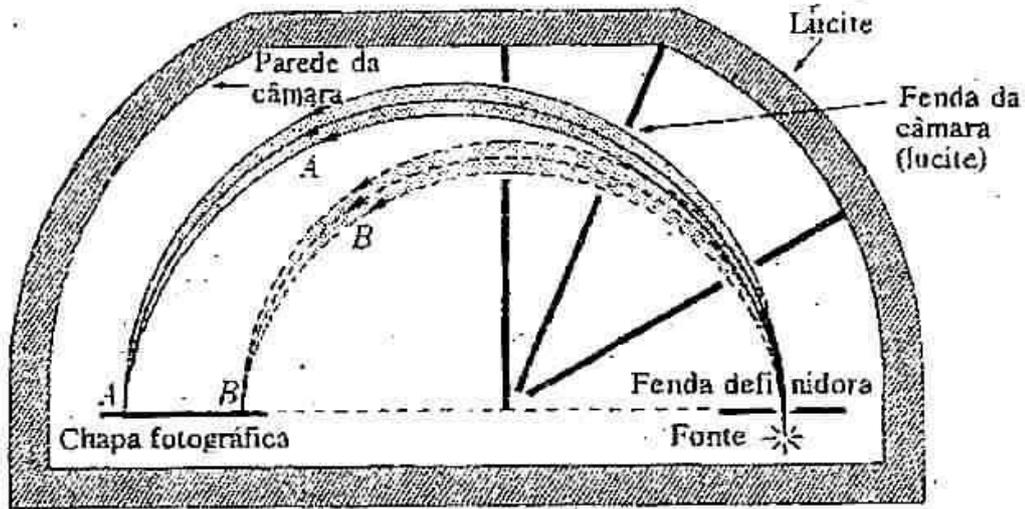


Figura 4.1: Diagrama esquemático da câmara de deflexão de um espectrógrafo magnético para partículas  $\alpha$ [3].

Um diagrama esquemático de uma aparelhagem baseada neste princípio é mostrado na Figura 4.1. O instrumento é chamado de espectrógrafo magnético e é desenhado com base no princípio da focalização magnética semicircular.

A velocidade  $v$  é obtida em centímetros por segundo quando  $H$  é expresso em gauss,  $r$  em centímetros e  $q/M$  em meu por grama, donde ficamos com

$$v(\text{cm/s}) = 4823,5 Hr \quad (4.2)$$

Quando a correção relativística deve ser levada em conta, como em trabalhos muito precisos, devemos tomar a velocidade e energia como,

$$\vartheta = Hr \frac{q}{M_0} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4.3)$$

e

$$T = M_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - 1 \right], \quad (4.4)$$

onde  $T$  representa a energia cinética relativística.

Alguns resultados típicos para  $\alpha$ -emissores naturais são listados na Tabela 4.1.

Apesar do método da deflexão magnética dar resultados muito precisos, ele precisa de amostras com uma quantidade relativamente grande de atividade, e não pode ser usado com sucesso com substâncias tais como  $U^{238}$ ,  $U^{235}$ , ou  $Th^{232}$ . Ele é relativamente caro, e métodos mais convenientes (apesar de menos precisos) de determinar energias de partículas  $\alpha$  também foram desenvolvidos.

*Tabela 4.1: Velocidades e energias das partículas alfa, obtidas pelo método de deflexão magnética[3].*

<i>Radionuclídeo</i>	<i>Deflexão magnética Hr: gauss-cm <math>\times 10^{-5}</math></i>	<i>Velocidade cm/s <math>\times 10^{-9}</math></i>	<i>Energia, Mev</i>
AcC(Bi <sup>211</sup> )	3,7067 $\pm$ 0,003	1,7846	6,620 $\pm$ 0,013
ThC(Bi <sup>212</sup> )	3,54232 $\pm$ 0,0008	1,7056	6,0466 $\pm$ 0,0027
RaF(Po <sup>210</sup> )	3,31649 $\pm$ 0,0008	1,5972	5,3007 $\pm$ 0,0026
ThC'(Po <sup>212</sup> )	4,26934 $\pm$ 0,0009	2,0514	8,7801 $\pm$ 0,004
Tn(Em <sup>220</sup> )	3,6108 $\pm$ 0,0003	1,7373	6,2823 $\pm$ 0,013
Rn(Em <sup>222</sup> )	3,37401 $\pm$ 0,00020	1,6247	5,4861 $\pm$ 0,0007
ThX(Ra <sup>224</sup> )	3,4336 $\pm$ 0,0003	1,6533	5,6814 $\pm$ 0,0011
Ra(Ra <sup>226</sup> )	3,1490 $\pm$ 0,0016	1,5167	4,779 $\pm$ 0,005
RdTh(Th <sup>228</sup> )	3,3544 $\pm$ 0,0010	1,6154	5,4226 $\pm$ 0,003
Io(Th <sup>230</sup> )	3,118 $\pm$ 0,003	1,5018	4,685 $\pm$ 0,010

## 4.2 A absorção de partículas alfa: alcance, ionização e poder de frenagem

As energias das partículas carregadas podem ser determinadas a partir de medidas de sua absorção pela matéria.

Partículas alfa emitidas em desintegrações radioativas podem geralmente ser absorvidas por uma folha de papel, por uma folha de alumínio de 0,004 cm de espessura, ou por vários centímetros de ar. Se as partículas emitidas por uma fonte, no ar, são contadas pelo número de cintilações numa tela de sulfeto de zinco, descobre-se que o seu número permanece praticamente constante até uma certa distância  $R$  da fonte, e então cai rapidamente a zero. Esta

distância  $R$  é chamada de alcance das partículas, e está relacionada com a energia inicial das partículas.

Os resultados de uma experiência com partículas  $\alpha$  do polônio são mostrados na Figura 4.2. A ordenada é o número relativo de partículas, e a abscissa é a distância a partir da fonte.

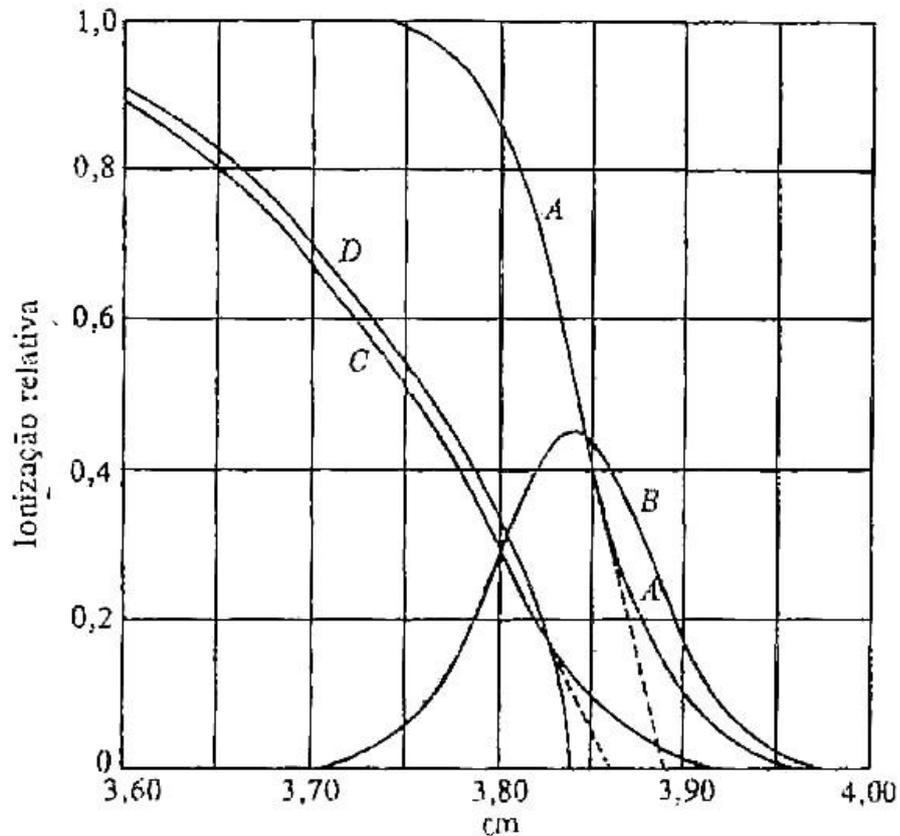
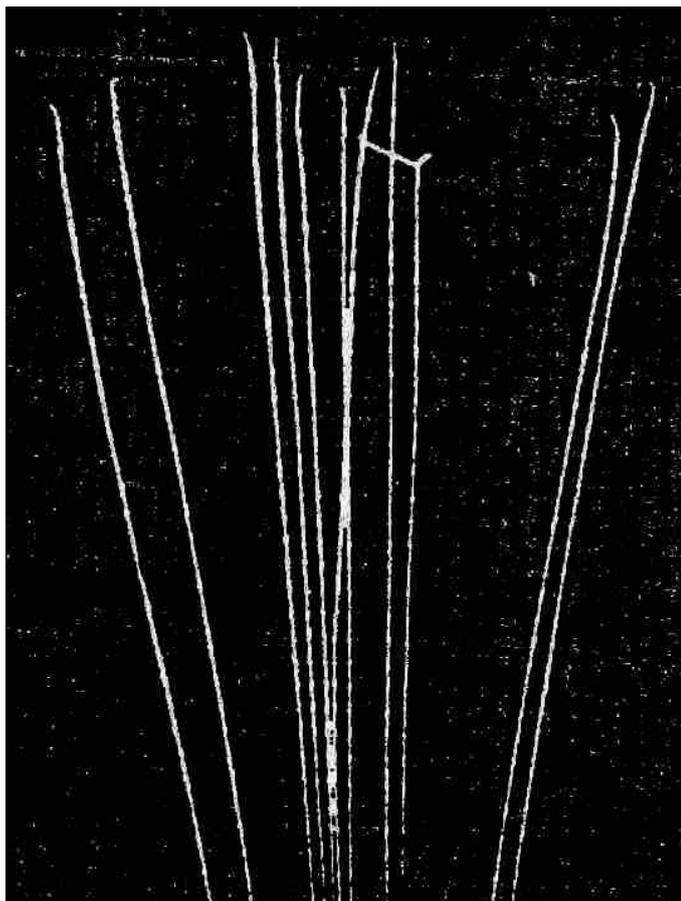


Figura 4.2: Curvas de alcance para partículas  $\alpha$  do  $Po^{212}$  no ar (Holloway e Livingston).  
 Curva A: Curva de número-distância com o alcance extrapolado  $R_e = 3,897$  cm. Curva B:  
 Curva de alcance diferencial, com o alcance médio  $\bar{R} = 3,842$  cm. Curva C: Fim de uma  
 curva de ionização específica com alcance de ionização extrapolado  $R_i = 3,870$  cm. Curva D:  
 Fim de uma curva de ionização específica para uma única partícula de alcance médio[3].

Se a derivada da curva número-distância (curva A) é calculada em diferentes distâncias a partir da fonte e então colocada num gráfico contra a distância, uma curva de alcance diferencial (curva B) é obtida. Os comprimentos das trajetórias das partículas no feixe variam em torno de um valor médio. Este efeito é chamado de dispersão, e é ilustrado na Figura 4.3.



*Figura 4.3: Fotografia de uma câmara de nuvens mostrando a dispersão das partículas  $\alpha$  do Tório C'. Os últimos três centímetros do alcance são mostrados[3].*

Por causa desta dispersão, o alcance real de uma partícula  $\alpha$  não é definido, e para evitar esta indefinição o alcance extrapolado ou o alcance médio são usados.

Um elétron e o íon positivo que resulta da sua remoção de um átomo formam um par de íons, e a intensidade da ionização causada pelas partículas é expressa pela ionização específica, definida como o número de pares de íons formados por milímetro de trajetória do feixe. Curvas de ionização específica-distância são mostradas na Figura 4.4 para as partículas do RaF ( $\text{Po}^{210}$ ) e RaC' ( $\text{Po}^{214}$ ). O efeito da dispersão é visto perto do final do alcance, e é mostrado claramente na curva C da Figura 4.2.

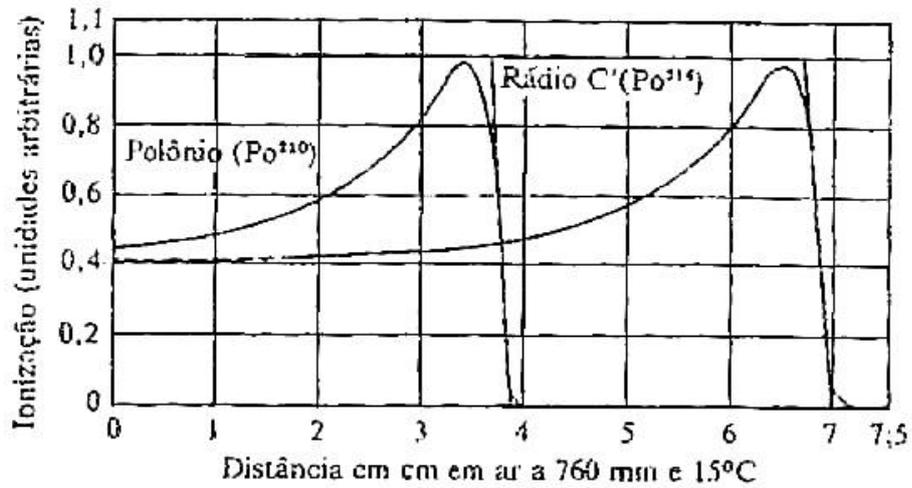


Figura 4.4: Ionização específica de um feixe de partículas  $\alpha$  como função da distância da fonte[3].

É possível corrigir a curva de ionização relativa-distância de um feixe de partículas  $\alpha$  para o efeito de dispersão, e obter a curva de ionização específica para uma única partícula de alcance médio; uma curva deste tipo é mostrada na Figura 4.5.

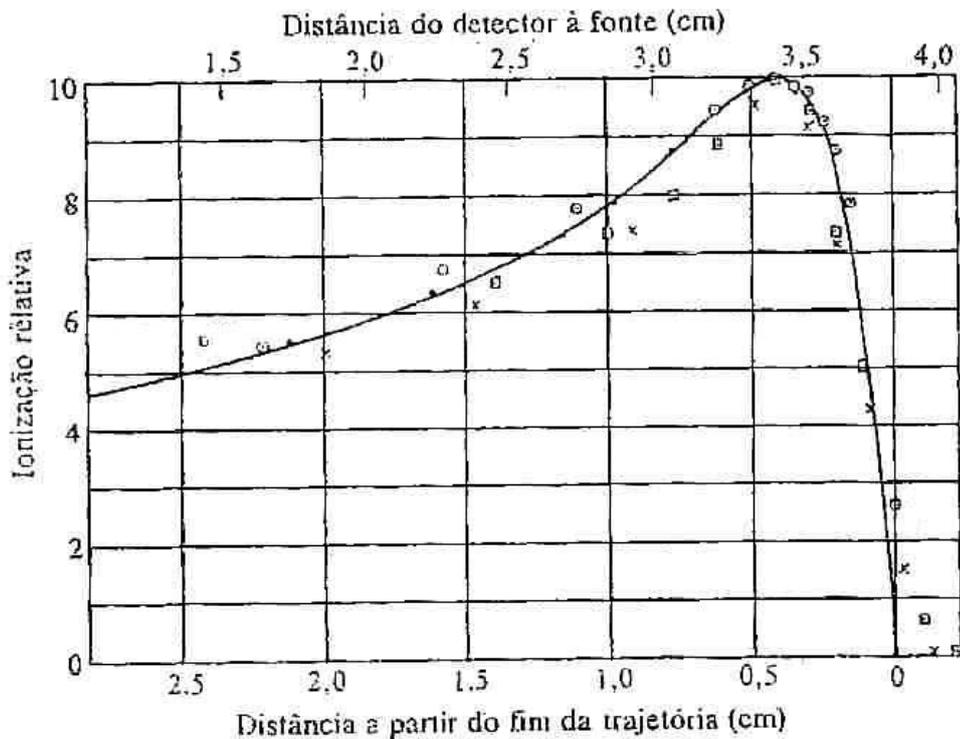


Figura 4.5: Ionização específica para uma partícula de alcance médio como função da distância da fonte e a partir do final da trilha (Holloway e Livingston)[3].

A forma da curva de ionização depende da mudança na velocidade da partícula  $\alpha$  à medida que percorre sua trajetória. Produzindo pares de íons, a partícula perde energia e sua velocidade decresce. Quando se move mais lentamente ela gasta mais tempo na vizinhança do ar que encontra, e a probabilidade de produzir pares de íons aumenta. Este efeito explica o aumento na ionização específica à medida que a partícula se afasta da fonte.

Se a trajetória inteira de uma partícula  $\alpha$  está contida numa câmara de íons e o número total de pares de íons formados é medido, a energia da partícula pode ser determinada, uma vez que o número médio de elétron-volts por par de íons é conhecido para vários gases. Os impulsos de voltagem formados são analisados por meio de circuitos eletrônicos engenhosamente desenhados chamados de seletores diferenciais de altura de impulsos, com multicanais.

As emulsões fotográficas sempre foram úteis no estudo das radiações de substâncias radioativas, onde medidas de comprimento de trajetória podem ser relacionadas com energias de partículas, onde estas emulsões são chamadas de emulsões nucleares.

O poder de frenagem é definido como a energia perdida pela partícula por unidade de distância na substância considerada.

$$S(E) = -\frac{dE}{dx}, \quad (4.5)$$

onde  $E$  é a energia cinética clássica. Seu alcance é dado por

$$R = \int_0^R dx = \int_0^{E_0} \frac{dE}{S(E)}, \quad (4.6)$$

onde  $E_0$  é a energia cinética inicial.

O poder de frenagem  $S(E)$  de uma substância pode ser determinado experimentalmente medindo-se (por exemplo, por deflexão magnética) a energia das partículas que atravessam uma certa espessura de substância. O alcance na substância pode ser deduzido a partir da Eq. (4.6) como uma função da energia inicial. O poder de frenagem pode ser obtido da relação

$$\frac{dR}{dE} = \frac{1}{S(E)}. \quad (4.7)$$

Uma das razões para a importância do poder de frenagem é que ele pode ser calculado teoricamente tanto a partir da mecânica clássica com da mecânica quântica. A teoria do poder de frenagem depende do conhecimento do comportamento dos elétrons nos átomos. Ela faz previsões que estão em boa concordância com os resultados de experiências sobre a ionização produzida pelas partículas carregadas rápidas, sobre a sua perda de energia, e sobre o seu alcance. A teoria permite compreender as informações empíricas relacionadas com a absorção de partículas  $\alpha$  pela matéria; existe assim uma sólida base teórica, bem como empírica, para a determinação das energias das partículas carregadas a partir de medidas de alcance e ionização.

A concordância entre a teoria e a experiência é muito boa, como pode ser visto na Figura 4.6; a curva sólida representa a previsão teórica, os círculos representam os resultados experimentais.

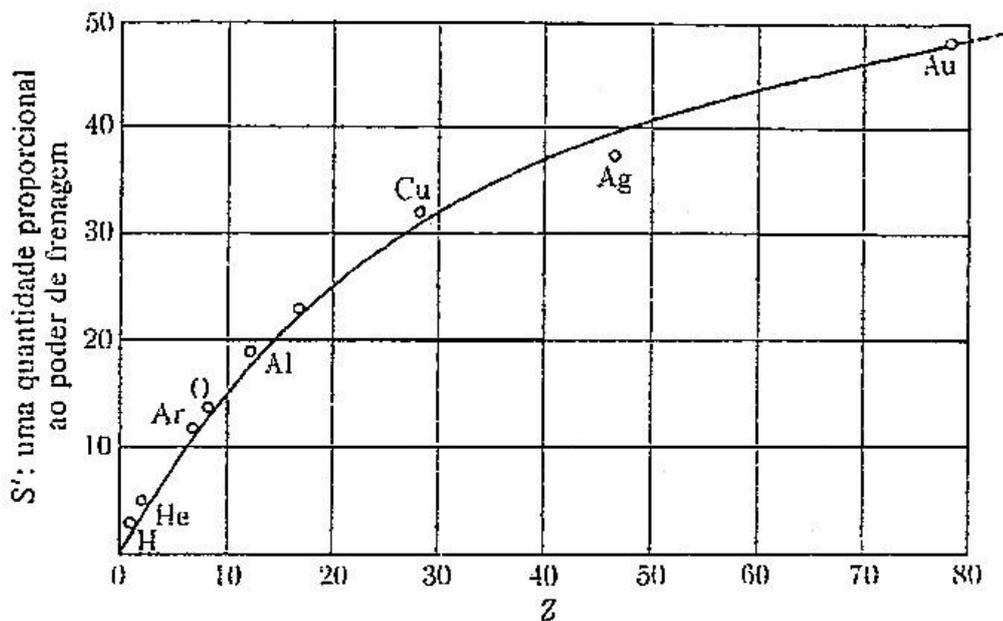


Figura 4.6: A variação do poder de frenagem com o número atômico[3].

### 4.3 Curvas de alcance-energia

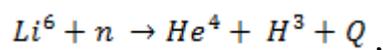
Os alcances no ar de partículas  $\alpha$  de alguns  $\alpha$ -emissores naturais são listados na Tabela 4.2 junto com as energias medidas pelo método da reflexão magnética.

Tabela 4.2: Alcances e energias de alguns alfa-emissores naturais[3].

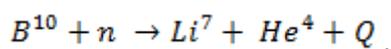
Radionuclídeo	Alcance médio no ar cm	Alcance a partir da distribuição número-distân- cia extrapolada, cm	Alcance a partir da ionização extrapolada, cm	Energia, Mev
$^{86}\text{Em}^{219}$ (An)	5,240 ± 0,015	5,312	5,272	6,542 ± 0,006
	5,692 ± 0,015	5,769	5,727	6,807 ± 0,006
$^{84}\text{Po}^{216}$ (AcA)	6,457 ± 0,008	6,542	6,496	7,383 ± 0,012
$^{83}\text{Bi}^{211}$ (AcC)	4,984 ± 0,015	5,053	5,015	6,273 ± 0,013
	5,429 ± 0,015	5,503	5,462	6,620 ± 0,013
$^{84}\text{Po}^{211}$ (AcC')	6,555 ± 0,015	6,641	6,595	7,442 ± 0,015
$^{86}\text{Em}^{220}$ (Tn)	5,004 ± 0,018	5,073	5,035	6,2823 ± 0,0013
$^{84}\text{Po}^{216}$ (ThA)	5,638 ± 0,008	5,714	5,672	6,7746 ± 0,0013
$^{83}\text{Bi}^{212}$ (ThC)	4,730 ± 0,008	4,796	4,778	6,0466 ± 0,0027
$^{84}\text{Po}^{212}$ (ThC')	8,570 ± 0,007	8,676	8,616	8,7801 ± 0,004
	9,724 ± 0,008	9,841	9,780	9,4923 ± 0,004
	11,580 ± 0,008	11,713	11,643	10,5432 ± 0,004
$^{86}\text{Em}^{222}$ (Rn)	4,051 ± 0,008	4,109	4,076	5,4861 ± 0,007
$^{84}\text{Po}^{218}$ (RaA)	4,657 ± 0,008	4,722	4,685	5,9982 ± 0,0008
$^{84}\text{Po}^{214}$ (RaC')	6,907 ± 0,006	6,997	6,953	7,6804 ± 0,0009
	7,793 ± 0,015	7,891	7,839	8,2771 ± 0,0036
	9,04 ± 0,02	9,15	9,09	9,0649 ± 0,0040
	11,51 ± 0,02	11,64	11,57	10,5058 ± 0,0045
$^{84}\text{Po}^{210}$ (RaF)	3,842 ± 0,006	3,897	3,870	5,3007 ± 0,0026

O alcance cresce monotonicamente com a energia, e, para alcances médios entre 3 e 7 cm, a equação empírica  $R' = 0,318 E^{3/2}$ , com  $R'$  em centímetros de ar a 15 °C e 760 mm Hg, e  $E$  em Mev, é bastante satisfatória.

Quando o alcance médio é colocado num gráfico contra a energia, a curva de alcance-energia pode ser usada para achar a energia das partículas  $\alpha$  cujo alcance no ar é medido. Os dados da Tabela 4.3 dariam uma curva de alcance-energia que desce a uma energia de somente cerca de 5 Mev, o que limitaria a utilidade da curva. Duas reações que produzem partículas  $\alpha$  mostraram ser muito úteis para a reação de alcance-energia. A primeira destas é



com um valor de  $Q$  de  $4,788 \pm 0,023$  Mev. A energia da partícula é  $2,057 \pm 0,010$  Mev e o alcance é  $1,04 \pm 0,02$  cm. A segunda reação é



Com um valor de  $Q$  de  $2,316 \pm 0,006$  Mev. A energia da partícula é  $1,474 \pm 0,004$  Mev e seu alcance é  $0,720 \pm 0,015$  cm. Com os pontos fornecidos por estas reações nucleares, e com recentes melhoramentos no conhecimento das reações entre ionização e perda de energia, tornou-se possível preparar curvas de alcance-energia mais extensas e mais precisas. Uma curva para partículas  $\alpha$  é mostrada na Figura 4.7.

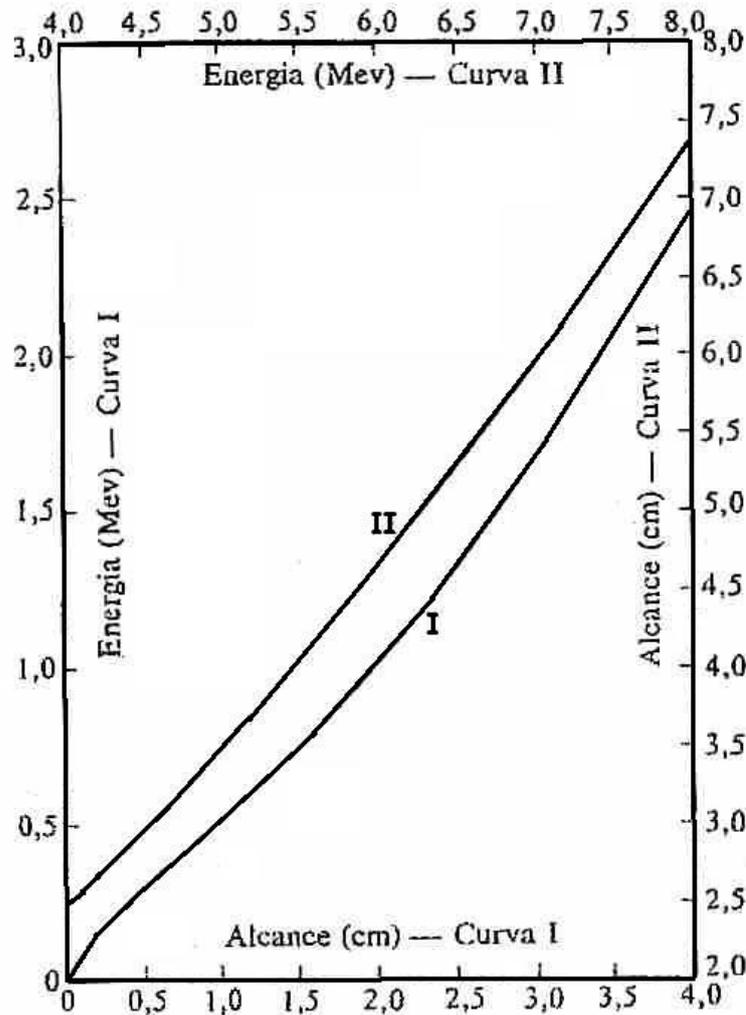


Figura 4.7: Curvas de alcance-energia para partículas  $\alpha$  (Bethe)[3].

#### 4.4 Espectro de partículas alfa, partículas de longo alcance e estrutura fina

Experiências cuidadosas mostraram, que um dado nuclídeo frequentemente emite partículas com um número de diferentes energias. Rádio C' e ThC' emitem algumas partículas de longo alcance tendo energias consideravelmente maiores que as do grupo principal de

partículas. A existência de partículas  $\alpha$  de longo alcance foi primeiramente observada por Rutherford e Wood, que estudou a absorção de raios  $\alpha$  de uma amostra de ThC. Rutherford e Wood descobriram que algumas poucas partículas de tal fonte eram capazes de passar através de uma tela absorvente suficientemente grossa para parar todas as partículas com um alcance de 8,6 cm.

Estudos posteriores com câmara de nuvens, câmara de ionização e espectrógrafo magnético indicaram que o ThC' emite dois grupos de partículas de longo alcance com energias de 9,492 Mev e 10,543 Mev, respectivamente. As medidas de espectrografia magnética mais recentes mostram a presença de um terceiro grupo com uma energia de 10,422 Mev.

Medidas com o espectrógrafo magnético também mostraram que o RaC', emite 12 grupos de partícula de longo alcance com energias que vão de 8,277 Mev a 10,506 Mev. Uma figura de câmara de nuvens típica de partículas de longo alcance do RaC' é mostrada na Figura 4.8. As partículas  $\alpha$  de longo alcance do RaC' são listadas na Tabela 4.3.

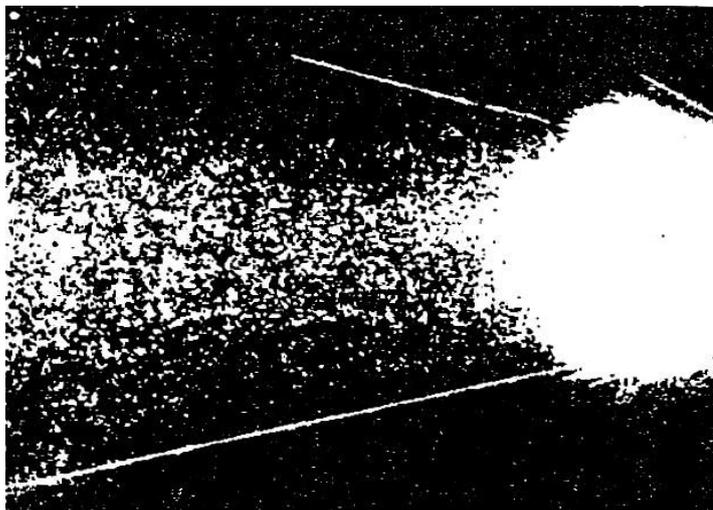


Figura 4.8: Uma fotografia da câmara de nuvens para partículas  $\alpha$  do RaC' mostrando duas partículas de longo alcance. [Nimmo e Feather, Proc. Roy. Soc. (London) A122, 668 (1929).]

[3].

Tabela 4.3: Partículas alfa de longo alcance do RaC'[3].

Alcance médio, cm	Energia da partícula alfa, Mev	Número relativo de partículas	Energia de desintegração alfa, Mev	Diferença da energia da desintegração alfa e a do grupo principal, Mev
6,870	7,680	$10^6$	7,827	0,000
7,755	8,277	0,43	8,435	0,608

....	8,938	0,45	9,108	1,281
9,00	9,065	22	9,238	1,411
....	9,313	0,38	9,490	1,663
....	9,489	1,35	9,669	1,842
....	9,657	0,35	9,841	2,014
....	9,779	1,06	9,965	2,138
....	9,905	0,36	10,093	2,266
....	10,074	1,67	10,265	2,438
....	10,146	0,38	10,339	2,512
....	10,326	1,12	10,523	2,696
11,47	10,506	0,23	10,706	2,879

Em 1930 foram mostradas por Rosenblum experiências cuidadosas de deflexão magnética que as partículas  $\alpha$  normais, emitidas por alguns núclídeos ativos, se distribuem também em diversos grupos de velocidade pouco diferentes. As velocidades e energias dos diferentes grupos diferem tão pouco que os alcances de todas as partículas caem dentro da região de dispersão. As componentes discretas pouco espaçadas, dos raios  $\alpha$  são descritas como formando um espectro, ou apresentando uma estrutura fina.

O espectro de partículas  $\alpha$  do ThC ( $\text{Bi}^{212}$ ) é dado em detalhe na Tabela 4.4.

*Tabela 4.4: O espectro de partículas alfa do ThC[3].*

<i>Grupo</i>	<i>Energia das partículas alfa, Mev</i>	<i>Número relativo de partículas, %</i>	<i>Energia de desintegração alfa, Mev</i>	<i>Diferença entre a energia de desintegração alfa e a do grupo <math>\alpha_0</math>, Mev</i>
$\alpha_0$	6,086	27,2	6,203	0,000
$\alpha_1$	6,047	69,9	6,163	0,040
$\alpha_2$	5,765	1,7	5,874	0,329
$\alpha_3$	5,622	0,15	5,730	0,473
$\alpha_4$	5,603	1,1	5,711	0,492
$\alpha_5$	5,478	0,016	5,584	0,619

A informação hoje disponível sobre espectros de partículas  $\alpha$  conduz a conclusão de que estes espectros devem ser divididos em três grupos:

- 1 Espectros consistindo de um único grupo ou “linha”.
- 2 Espectros consistindo de duas ou mais componentes discretas, pouco espaçadas (em velocidade ou energia) com intensidades de mesma ordem de grandeza, ou só levemente diferentes.

- 3 Espectros consistindo de um grupo principal e grupos de partículas de energias maiores (longo alcance), estes últimos contendo, entretanto, somente uma fração muito pequena ( $10^{-4}$  a  $10^{-7}$ ) do número de partículas no grupo principal. O terceiro tipo de espectro ocorre somente em dois núclídeos com vida extremamente curta, o RaC' e ThC'.

## 4.5 Níveis de energia nucleares

Em vista da bem-sucedida interpretação dos espectros atômicos em termos de níveis de energias eletrônicas discretos. Supôs-se que existia um número de níveis de energia discretos no núcleo e que um núcleo está normalmente em seu estado de energia mais baixo, mas sob certas condições ele pode existir por tempos curtos em estados excitados. Sabia-se que os  $\alpha$ -emissores que tinham espectros de partículas  $\alpha$  discretos também emitiam raios  $\gamma$ . Medidas cuidadosas das energias das partículas  $\alpha$  e das energias dos raios  $\gamma$  levaram à conclusão de que os raios  $\gamma$  são emitidos pelo núcleo produto que foi deixado num estado excitado após a emissão de uma partícula  $\alpha$ . Onde a maneira pela qual as energias dos raios  $\gamma$  e das partículas  $\alpha$  podem ser relacionadas em termos de níveis de energia nuclear foi estabelecida por Gamow.

É necessário distinguir entre a energia cinética de uma partícula  $\alpha$  e a mudança de energia total num processo de decaimento  $\alpha$ , chamada de energia de desintegração  $\alpha$ . Quando uma partícula  $\alpha$  é emitida, o produto, ou núcleo residual, recua, carregando com ele uma certa quantidade de energia. A energia de desintegração  $\alpha$  é a soma das energias cinéticas da partícula  $\alpha$  e do núcleo produto, e é obtida como se segue. O princípio da conservação do momento requer que

$$Mv = M_r v_r, \quad (4.8)$$

Onde  $M_r$  é a massa do núcleo produto,  $v_r$  é sua velocidade, e as quantidades sem subscritos se referem à partícula  $\alpha$ . Quando os efeitos relativísticos são desprezados, a energia de desintegração  $\alpha$ ,  $E_\alpha$ , é dada por

$$E_\alpha = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} M_r v_r^2. \quad (4.9)$$

A partir da Eq. (4.8),  $v_r = (M/M_r)v$ , e

$$E_\alpha = \frac{1}{2} M v^2 \left( 1 + \frac{M}{M_r} \right). \quad (4.10)$$

A energia de desintegração  $\alpha$  é listada na quinta coluna das Tabelas 4.3 e 4.4 para os grupos de partículas  $\alpha$  do RaC' e ThC, respectivamente. O esquema de desintegração do ThC para ThC'' é mostrado na Figura 4.9.

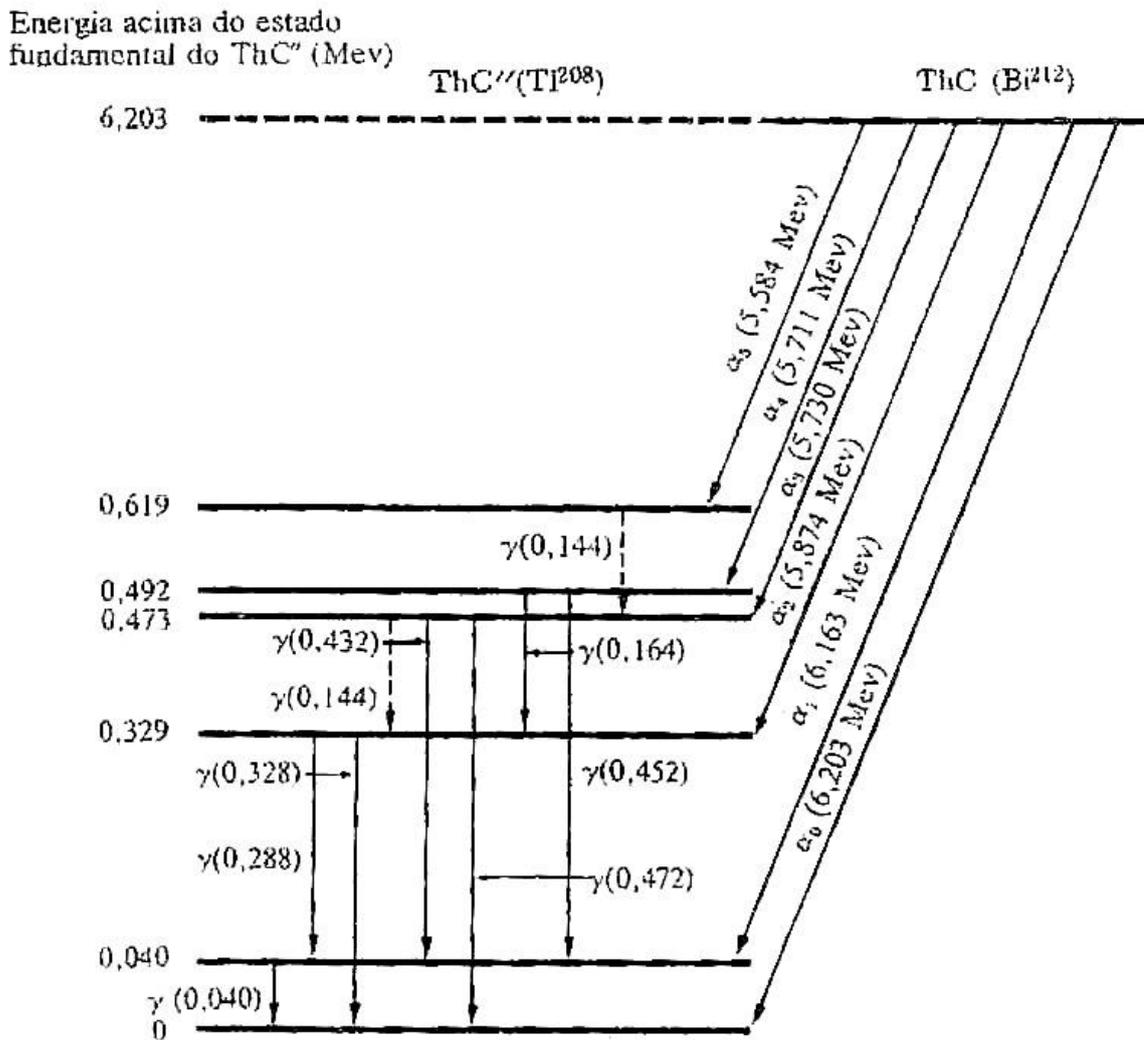


Figura 4.9: Esquema de decaimento para o decaimento  $\alpha$  do ThC para ThC''[3].

Vê-se a partir do diagrama que os raios  $\gamma$  não são observados para todas as transições que parecem possíveis. A ausência destes raios  $\gamma$  pode ser causada ou pela sua pequena intensidade, que pode torna-los difíceis de detectar, ou pelas regras de seleção nuclear.

A origem das partículas de longo alcance emitidas pelo RaC' e ThC' pode também ser interpretada em termos de níveis de energia. Descobriu-se no estudo da emissão de raios  $\beta$  e raios  $\gamma$  a partir de núcleos que a emissão de um raio  $\beta$  nuclear às vezes deixa o novo núcleo formado num estado excitado. Em alguns casos o novo nuclídeo excitado formado é um  $\alpha$ -emissor, e se liberta do excesso de energia emitindo partículas  $\alpha$  com energia maior que aquelas das partículas normais. Um diagrama de níveis de energia para o decaimento ThC-ThC' mostrando a origem das partículas  $\alpha$  de longo alcance do ThC' é dado na Figura 4.10.

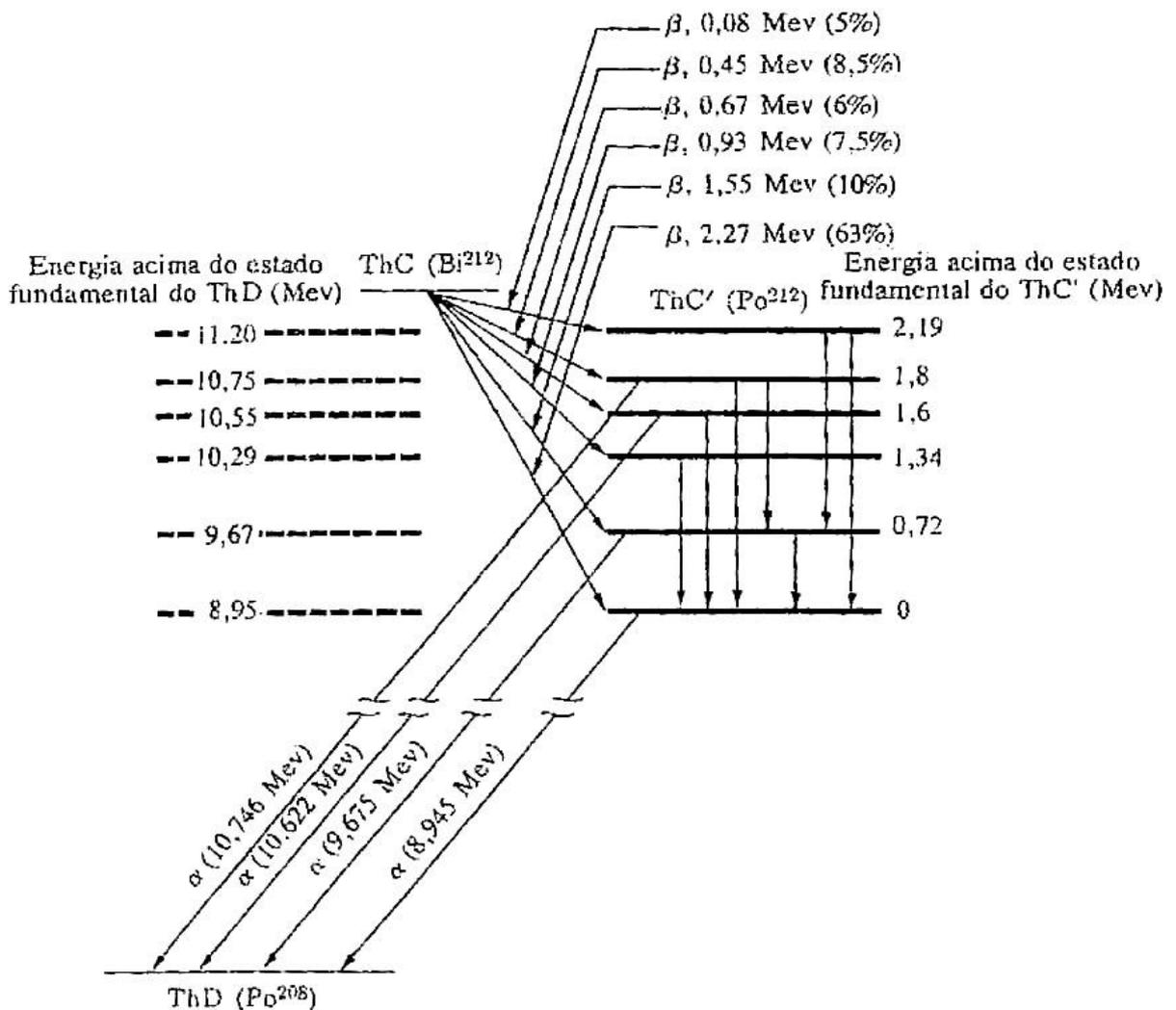


Figura 4.10: Diagrama de níveis de energia para o decaimento  $\text{ThC} \rightarrow \text{ThC}' \rightarrow \text{ThD}$ , mostrando a origem das partículas  $\alpha$  de longo alcance do  $\text{ThC}'$  [3].

## 4.6 A teoria da desintegração alfa

Quando o alcance, energia, meia-vida e constante de desintegração dos  $\alpha$ -emissores naturais são comparadas, certos fatos marcantes sobressaem, que são ilustrados pelos dados listados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Alcance, energia, meia-vida e constante de desintegração de alguns emissores alfa[3].

Nuclídeo	Alcance médio cm de ar	Energia de desintegração alfa, Mev	Meia-vida	Constante de desintegração, $s^{-1}$
Th <sup>232</sup>	2,49	4,06	$1,39 \times 10^{10}$ anos	$1,58 \times 10^{-18}$
Ra <sup>226</sup> (Ra)	3,30	4,86	$1,62 \times 10^3$ anos	$1,36 \times 10^{-11}$
Th <sup>228</sup> (RdTh)	3,98	5,52	1,9 anos	$1,16 \times 10^{-8}$
Em <sup>222</sup> (Rn)	4,05	5,59	3,83 anos	$2,10 \times 10^{-6}$
Po <sup>218</sup> (RaA)	4,66	6,11	3,05 min	$3,78 \times 10^{-3}$
Po <sup>216</sup> (ThA)	5,64	6,90	0,16 s	4,33
Po <sup>214</sup> (RaC')	6,91	7,83	$1,64 \times 10^{-4}$ s	$4,23 \times 10^3$
Po <sup>212</sup> (ThC')	8,57	8,95	$3,0 \times 10^{-7}$ s	$2,31 \times 10^6$

Onde vemos que um fator de dois ou três na energia corresponde a um fator de  $10^{24}$  na meia-vida e na constante de desintegração. Ou seja, a constante de desintegração varia de maneira extremamente rápida devido a pequenas mudanças na energia. Os nuclídeos de vida mais longa emitem as partículas  $\alpha$  menos energéticas, enquanto que os nuclídeos de vida mais curta emitem as partículas  $\alpha$  mais energéticas. Estes fatos empíricos foram inicialmente relacionados na regra de Geiger-Nuttall, que estabelecia que quando o logaritmo da constante de desintegração (em  $s^{-1}$ ) era colocado num gráfico contra o logaritmo do alcance (em cm de ar padrão) para os membros  $\alpha$ -emissores da mesma série radioativa, uma linha aproximadamente reta era obtida. A regra pode ser representada pela fórmula

$$\log \lambda = A \log R + B \quad (4.11)$$

A regra de Geiger-Nuttall é ilustrada na Figura 4.11. Na Seção 4.3, notou-se que o alcance médio foi estabelecido como sendo empiricamente proporcional a  $E^{3/2}$ , onde  $E$  é a energia cinética da partícula  $\alpha$ . A regra de Geiger-Nuttall pode então ser escrita na forma

$$\log \lambda = A' \log E + B' \quad (4.12)$$

que expressa a relação entre o logaritmo da constante de desintegração e o da energia.

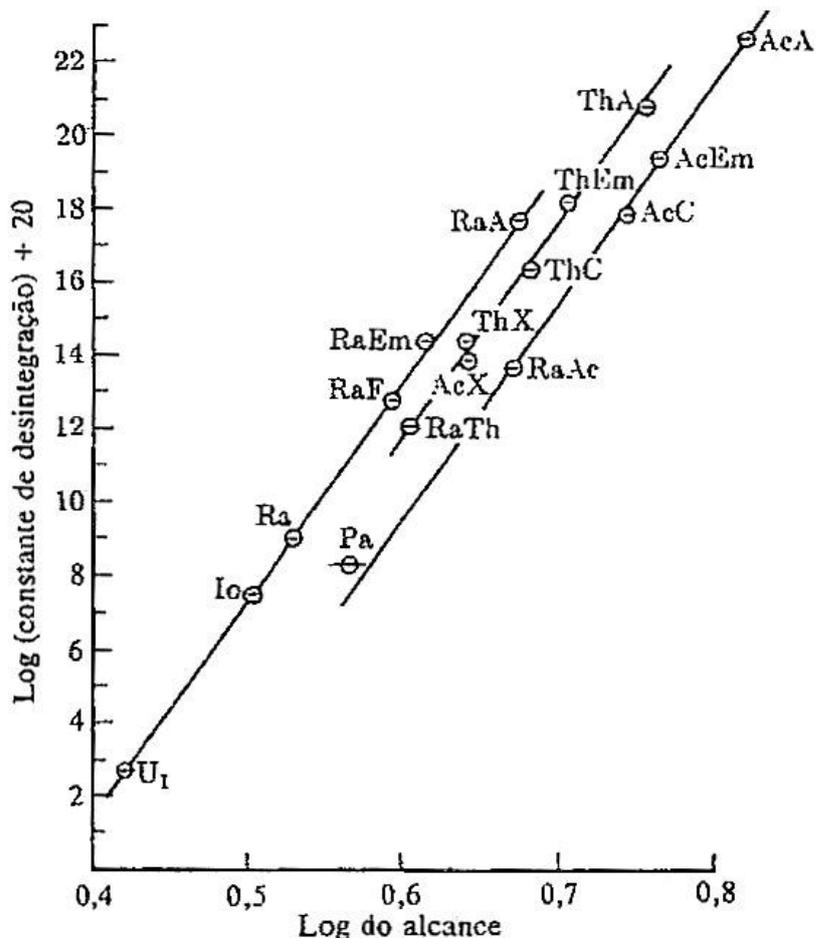


Figura 4.11: A regra de Geiger-Nuttall[3].

Considere o caso da emissão e espalhamento pelo  $U^{238}$ . Em experiências sobre o espalhamento de partículas  $\alpha$ , descobriu-se que as partículas  $\alpha$  naturais disponíveis mais rápidas, aquelas emitidas pelo  $ThC'$  com energias de cerca de 9 Mev, são incapazes de penetrar suficientemente perto de um núcleo para apresentar desvios da lei de Coulomb.

As interações entre um núcleo radioativo e uma partícula  $\alpha$  dentro e fora do núcleo podem ser representadas por uma curva de energia potencial como aquela na Figura 4.12. A interação entre o núcleo e a partícula  $\alpha$  na região de incerteza pode ser representada por um potencial atrativo constante  $U_0$ , exercido sobre uma distância  $r_0$  chamada de raio efetivo do núcleo. Este tipo de potencial é denominado como um poço de potencial de profundidade  $U_0$  e largura de alcance  $r_0$ .

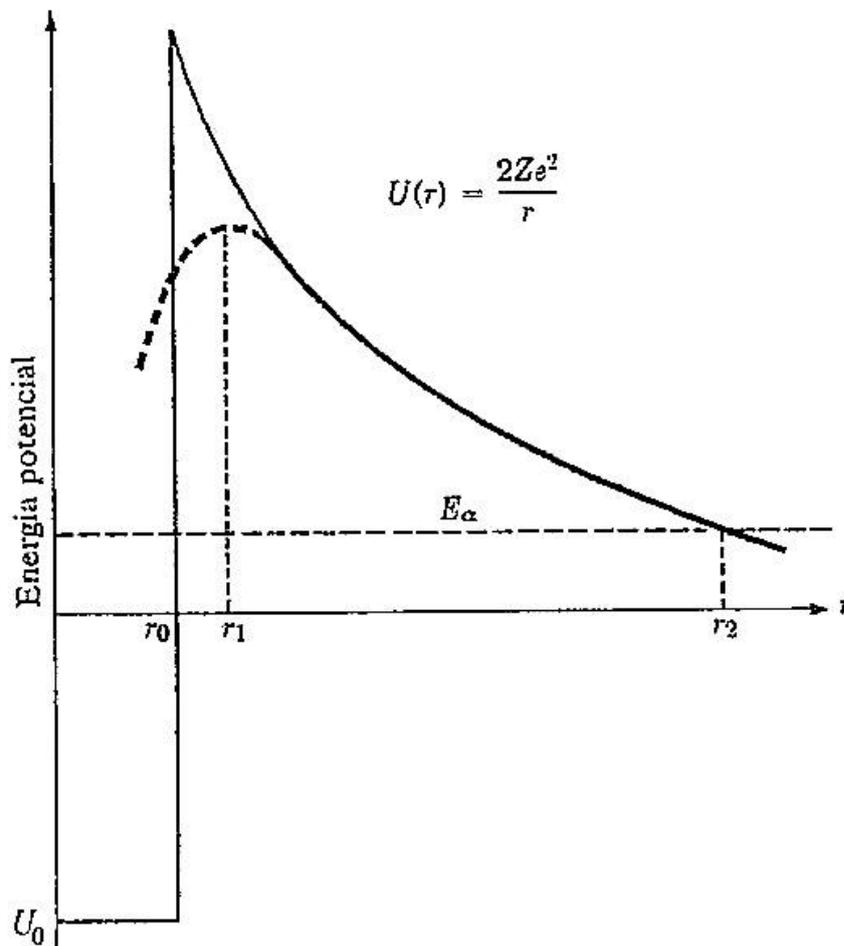


Figura 4.12: Emissão de partículas alfa: energia potencial de um núcleo e da partícula  $\alpha$  como função de sua separação[3].

O valor máximo da curva de energia potencial corresponde ao valor da energia cinética que uma partícula  $\alpha$  deve ter, de acordo com a mecânica clássica, para entrar num núcleo vindo de fora, ou escapar de dentro do núcleo. Este valor máximo deve ser maior que 9 Mev, uma vez que as partículas  $\alpha$  do ThC' são espalhadas pelo urânio. O núcleo de urânio, entretanto, emite uma partícula  $\alpha$  com uma energia de cerca de 4 Mev, e é muito difícil entender como as partículas contidas dentro do núcleo podem passar sobre uma barreira de potencial que é duas vezes maior que sua energia total.

O paradoxo foi resolvido quando o problema de uma barreira de potencial tal como a envolvida na emissão  $\alpha$  ou espalhamento  $\alpha$  foi analisado pelos métodos da mecânica ondulatória, em que pela solução da equação de Schroedinger, verifica-se que existe uma probabilidade finita de que a partícula possa passar através da barreira mesmo que sua energia cinética seja menor que a energia potencial representada pela altura da barreira. Gamow e,

independentemente, Condon e Gurney, em 1928, mostraram como isso acontece. A probabilidade de que uma partícula  $\alpha$  passe através da barreira (o “efeito túnel”, ou tunelamento) pode ser calculada; a permeabilidade de uma barreira simples é dada matematicamente por uma expressão do tipo

$$P = \exp \left[ -\frac{2\sqrt{2M}}{\hbar} \int (U - E_\alpha)^{1/2} dr \right], \quad (4.13)$$

onde  $\hbar = h/2\pi$ ,  $M$  é a massa da partícula  $\alpha$ , e a integral é tomada sobre a região inteira na qual  $U(r) > E_\alpha$ . O tratamento da mecânica ondulatória do decaimento  $\alpha$  fornece uma expressão para a constante de desintegração que depende da permeabilidade ou transparência da barreira. Uma forma aproximada do resultado é

$$\lambda = \frac{v_\alpha}{r_0} \exp \left[ -\frac{8(Z-2)e^2}{\hbar v_\alpha} (\alpha_0 - \text{sen } \alpha_0 \cos \alpha_0) \right], \quad (4.14)$$

onde

$$\alpha_0 = \arccos \left[ \frac{Mv_\alpha^2 r_0}{4e^2(Z-2)} \right]^{1/2}; \quad (4.15)$$

$r_0$  é o raio do núcleo ou, mais precisamente, o “raio efetivo de um núcleo para o decaimento  $\alpha$ ”;  $v_\alpha$  é a velocidade da partícula  $\alpha$  em relação ao núcleo, e é igual a  $v/[1 + (M/M_r)]$ , onde  $v$  é a velocidade da partícula  $\alpha$  medida e  $M_r$  é a massa do núcleo que recua. A quantidade  $E_\alpha$  é a energia de desintegração alfa dada por

$$E_\alpha = E [1 + M/M_r], \quad (4.16)$$

e  $(Z-2)$  é a carga no núcleo produto.

A expressão para a constante de desintegração pode ser considerada como consistindo de dois fatores. Um,  $v_\alpha/r_0$ , dá de uma maneira grosseira o número de vezes por segundo que uma partícula  $\alpha$  dentro do núcleo colide com a barreira de potencial; o fator exponencial dá a probabilidade de que a partícula  $\alpha$  passe através da barreira. O argumento da exponencial

depende da velocidade da partícula  $\alpha$  e uma pequena mudança na velocidade afeta o valor de  $\lambda$  fortemente.

A teoria também oferece uma indicação do significado da regra de Geiger-Nuttall. A Eq.(4.14) se torna, quando o logaritmo comum é tomado de ambos os lados,

$$\log \lambda = \log \frac{v_\alpha}{r_0} - \frac{8e^2(Z-2)}{2,303\hbar v_\alpha} (\alpha_0 - \text{sen } \alpha_0 \cos \alpha_0); \quad (4.17)$$

Pode ser mostrado que

$$\alpha_0 - \text{sen } \alpha_0 \cos \alpha_0 \approx \frac{\pi}{2} + \text{termos de ordem maior} \quad (4.18)$$

e, com boa aproximação,

$$\log \lambda = \log \frac{v_\alpha}{r_0} - \frac{4\pi e^2(Z-2)}{2,303\hbar v_\alpha} + \frac{8e}{3,303\hbar} [(Z-2)r_0 M]^{1/2} + \dots \quad (4.19)$$

A variação de  $\log v_\alpha/r_0$  é pequena e os termos de maior ordem na Eq. (4.19) são pequenos. Estes termos podem ser agrupados num termo que é praticamente uma constante. Então,

$$\log \lambda \approx a - b \frac{(Z-2)}{v_\alpha}, \quad (4.20)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes. A equação pode ser olhada como a forma teórica da regra de Geiger-Nuttall e pode ser comparada convenientemente com a experiência. Uma comparação foi feita por Kaplan, que mostrou que os  $\alpha$ -emissores com valores pares de  $A$  e  $Z$  dão resultados que concordam bem com a teoria. Pode ser visto a partir da Figura 4.13 que quando o  $\log \lambda$  é colocado num gráfico contra  $1/v_\alpha$ , para  $Z$  e  $A$  pares, linhas retas são obtidas; as inclinações das linhas concordam bem com os valores previstos pela teoria. Os resultados também podem ser mostrados num gráfico como o da Figura 4.14 no qual o logaritmo da meia-vida é colocado contra a “energia efetiva total de decaimento”,  $Q_{eff}$ ; esta última é justamente a energia de desintegração  $\alpha$  com uma pequena correção para o efeito de

blindagem para os elétrons atômicos. As relações entre o logaritmo da meia-vida e a energia de desintegração  $\alpha$  dos elementos com valores pares de  $Z$  são mostrados na Figura 4.15.

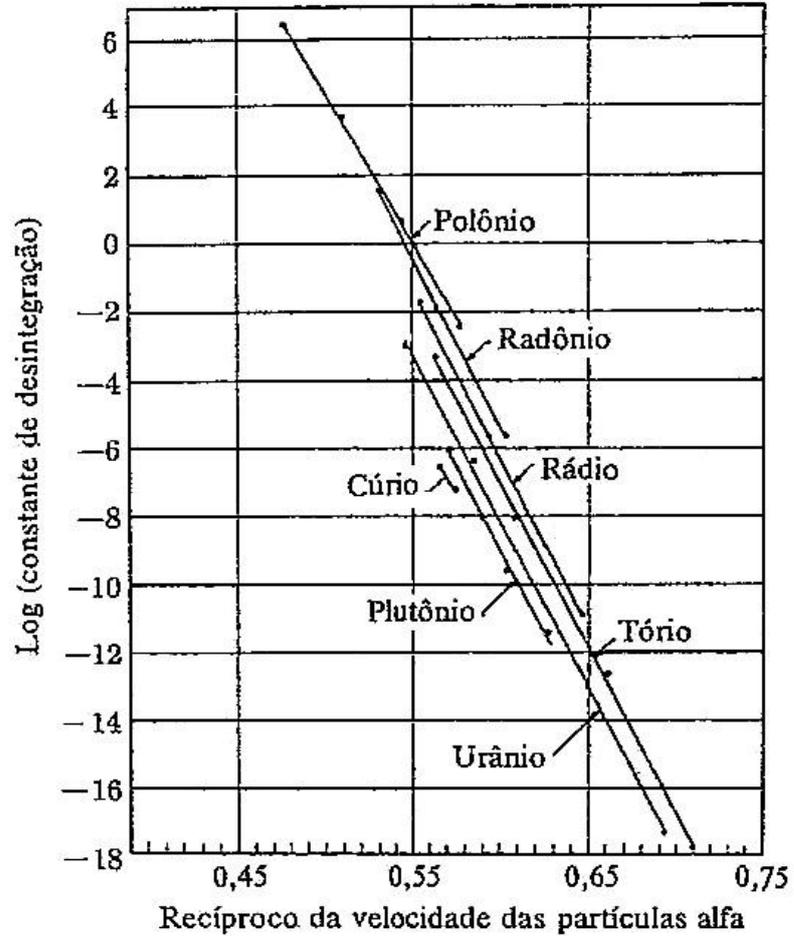


Figura 4.13: Logaritmo da constante de desintegração vs. o recíproco da velocidade, para  $Z$  constante. Constante de desintegração  $\lambda$  em  $s^{-1}$ ; velocidade em unidades de  $10^9$  cm/s[3].

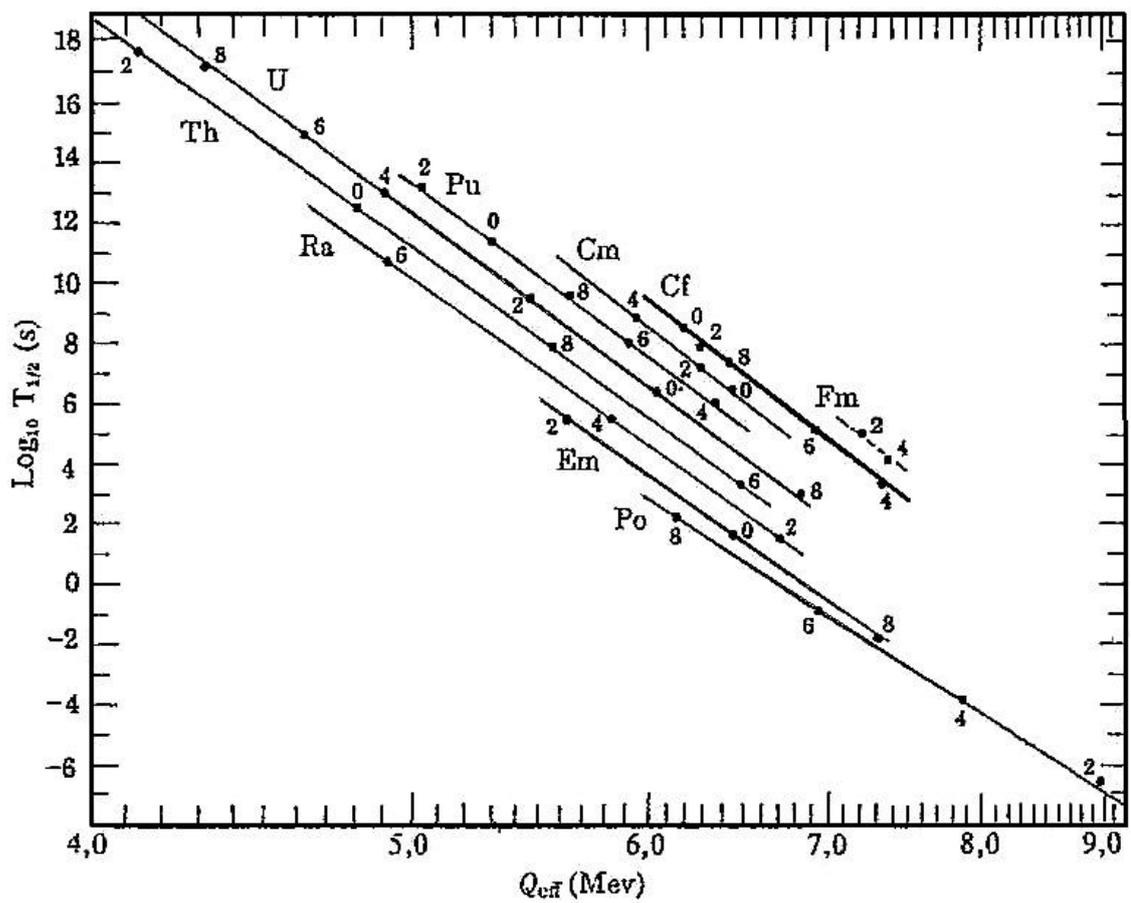


Figura 4.14: Meia-vida para o decaimento alfa como função da raiz quadrada da energia de decaimento efetiva total,  $Q_{\text{eff}}$ . A escala de energia é linear em  $Q_{\text{eff}}^{-1/2}$ ;  $Q_{\text{eff}}$  inclui a correção de blindagem eletrônica. Os números dão o último dígito do número de massa do emissor alfa; por exemplo, 4 na escala do urânio se refere ao  $U^{234}$ [3].

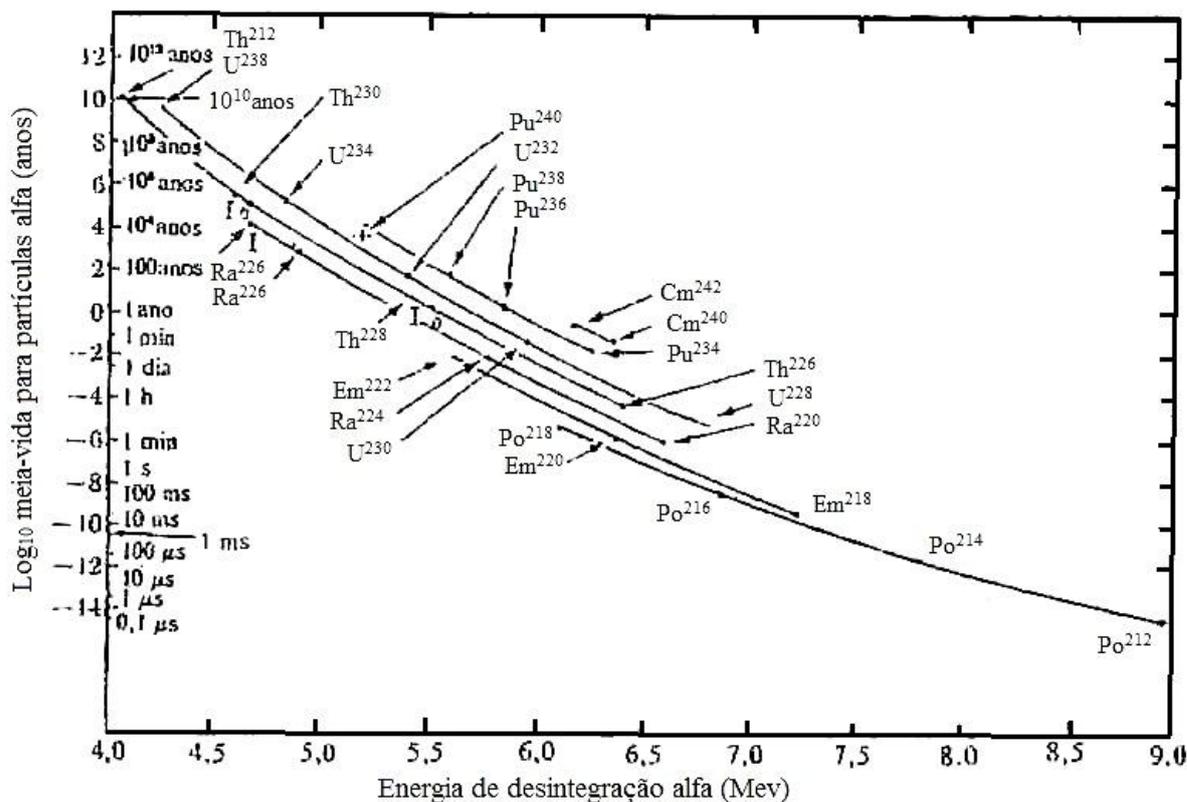


Figura 4.15: Relação entre meia-vida e a energia de desintegração  $\alpha$  para alguns  $\alpha$ -emissores par-par (Perlman, Ghiorso, e Seaborg)[3].

Se a energia e a constante de desintegração são conhecidas para um dado núcleo, a Eq. (4.14) pode ser usada para calcular o valor de  $r_0$ , o raio efetivo do núcleo para emissão  $\alpha$ . Os núcleos  $\alpha$ -emissores pesados têm raios próximos a  $10^{-12}$  cm, como pode ser visto a partir da Tabela 4.6. Os valores dos raios dados são aqueles dos núcleos produtos. Descobriu-se que os raios obedecem à fórmula

$$r_0 = R_0 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm},$$

onde  $R_0$  é uma constante quase igual a 1,53 e  $A$  é o peso atômico.

Tabela 4.6: Raios nucleares a partir do decaimento alfa: alfa-emissores par-par[3].

<i>Núcleo pai</i>	<i>Núcleo produto</i>	<i>Raio do núcleo produto, cm × 10<sup>13</sup></i>	<i>R<sub>0</sub> = r<sub>0</sub>A<sup>-1/3</sup>, cm × 10<sup>13</sup></i>
Cm <sup>242</sup>	Pu <sup>238</sup>	9,32	1,50
Cm <sup>240</sup>	Pu <sup>236</sup>	9,29	1,50
Pu <sup>240</sup>	U <sup>236</sup>	9,40	1,52
Pu <sup>238</sup>	U <sup>234</sup>	9,30	1,51
Pu <sup>236</sup>	U <sup>232</sup>	9,30	1,51
U <sup>238</sup>	Th <sup>234</sup>	9,54	1,55
U <sup>236</sup>	Th <sup>232</sup>	9,36	1,52
U <sup>234</sup>	Th <sup>230</sup>	9,39	1,53
U <sup>232</sup>	Th <sup>228</sup>	9,33	1,53
U <sup>230</sup>	Th <sup>226</sup>	9,33	1,53
Th <sup>232</sup>	Ra <sup>228</sup>	9,48	1,55
Th <sup>230</sup>	Ra <sup>226</sup>	9,34	1,53
Th <sup>228</sup>	Ra <sup>224</sup>	9,33	1,54
Th <sup>226</sup>	Ra <sup>222</sup>	9,34	1,54
Ra <sup>226</sup>	Em <sup>222</sup>	9,35	1,54
Ra <sup>224</sup>	Em <sup>220</sup>	9,33	1,55
Ra <sup>222</sup>	Em <sup>218</sup>	9,30	1,55
Em <sup>222</sup>	Po <sup>218</sup>	9,34	1,55
Em <sup>220</sup>	Po <sup>216</sup>	9,36	1,57
Em <sup>218</sup>	Po <sup>214</sup>	9,48	1,58
Po <sup>218</sup>	Pb <sup>214</sup>	9,23	1,54
Po <sup>216</sup>	Pb <sup>212</sup>	9,19	1,54
Po <sup>214</sup>	Pb <sup>210</sup>	9,18	1,55
Po <sup>212</sup>	Pb <sup>208</sup>	9,05	1,53

## 5 DECAIMENTO BETA

A emissão de partículas  $\beta$  difere daquela das partículas  $\alpha$  no espectro das energias das partículas emitidas. A feição mais característica de uma deintegração  $\beta$  espontânea de um núcleo é a distribuição contínua de energia dos elétrons emitidos, que esta em flagrante contraste com o espectro de linhas observado para partículas  $\alpha$ . A distribuição contínua de energia levou, como veremos, a sérios problemas teóricos.

### 5.1 A velocidade e energia de partículas beta

A velocidade ou momento de partículas beta pode ser medida por meio da deflexão da trajetória das partículas num campo magnético. Um tipo de instrumento frequentemente usado é o espectrógrafo magnético semicircular, ou de  $180^\circ$ , baseado em princípios análogos ao instrumento usado para partículas  $\alpha$  (Fig. 4.1).

Descobriu-se que as partículas  $\beta$  emitidas pelos nuclídeos radioativos naturais podem ter velocidades de até 0,99 da velocidade da luz. Em geral, as energias das partículas  $\beta$ , tanto positivas como negativas, são menores que as das partículas  $\alpha$  emitidas pelos nuclídeos radioativos. A maior parte das partículas  $\beta$  tem energias menores que 4 Mev, enquanto quase todas as partículas  $\alpha$  têm energia superior a 4 Mev. Com a mesma energia cinética, a partícula  $\beta$ , por causa de sua massa muito menor, se desloca muito mais rapidamente que a partícula  $\alpha$ .

Devido a sua grande velocidade, as partículas  $\alpha$  devem dser tratadas relativisticamente. As fórmulas para a velocidade e energia cinética, são

$$v = Hr \frac{e}{m_0} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (5.1)$$

$$T = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right], \quad (5.2)$$

onde  $m_0$  é a massa de repouso do elétron e  $e$  é a magnitude da carga eletrônica. É útil expressar as quantidades  $Hr$  e  $T$  como funções da razão  $v/c$ . A carga específica do elétron, em unidades eletromagnéticas, é  $e/m_0 = 1,75888 \times 10^7$  emu/g e a velocidade da luz é  $2,99793 \times 10^{10}$  cm/s. Então,

$$Hr \text{ (gauss - cm)} = \frac{m_0 c v}{e} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = 1704,5 \frac{v}{c} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}. \quad (5.3)$$

A quantidade  $m_0 c^2$  é a energia associada à massa de repouso do elétron e vale 0,5110 Mev. Portanto, a energia cinética é

$$T = 0,511 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]. \quad (5.4)$$

Os valores de  $Hr$  e  $T$  estão listados na Tabela 5.1 para diferentes valores de  $v/c$ , e a energia cinética  $T$  é posta num gráfico como função de  $Hr$  na Figura 5.1.

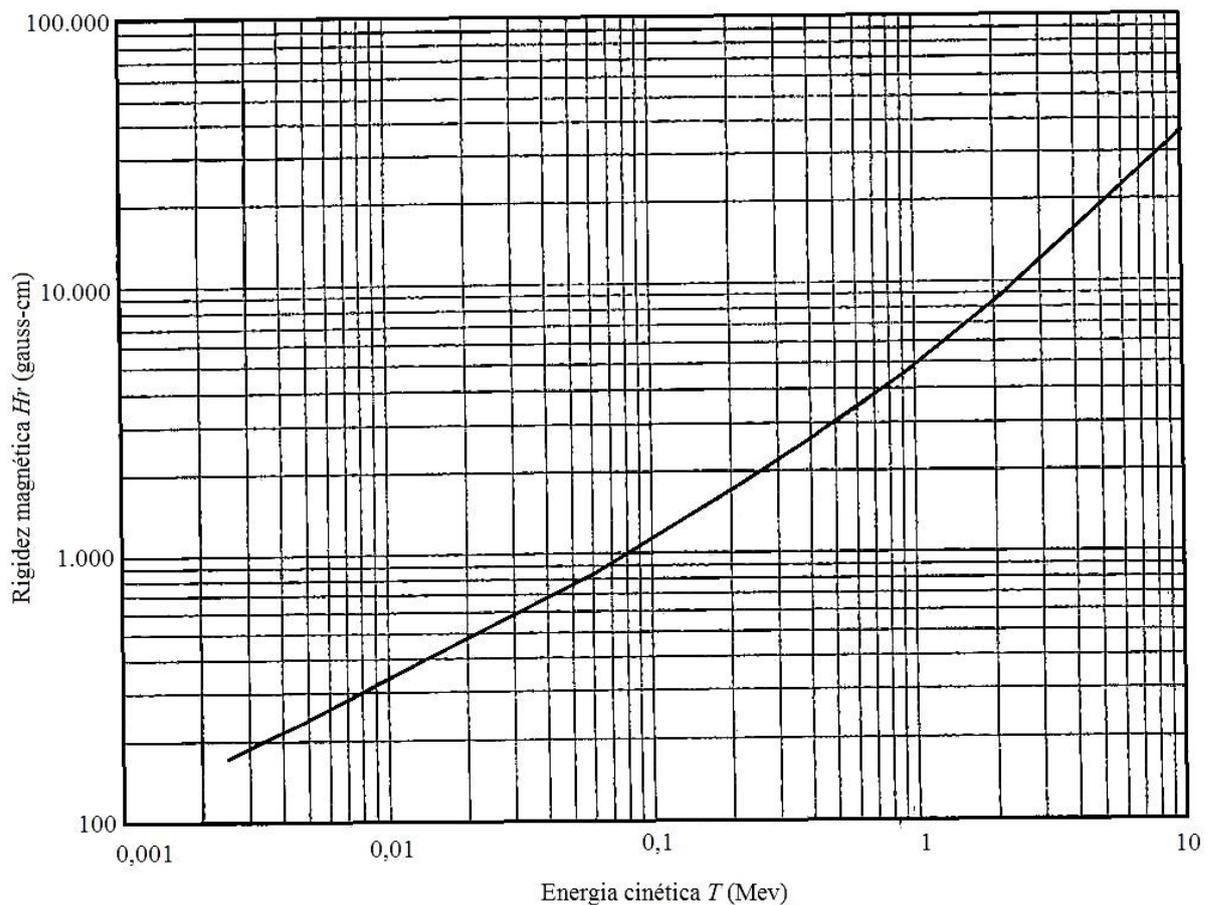


Figura 5.1: Energia cinética das partículas  $\beta$  como função da rigidez magnética  $Hr$ [3].

Em um espectrógrafo magnético, se permitirmos que as partículas  $\beta$ , após serem desviadas, incidam sobre uma chapa fotográfica, observa-se uma mancha na chapa que se estende por uma distância definida e então cessa num ponto característico do nuclídeo  $\beta$ -emissor. Esta mancha é contínua, mas não de intensidade uniforme ao longo da chapa. Além desse espectro primário contínuo, diversas linhas estreitas às vezes são vistas sobre a chapa em posições características da substância emissora. A curva de distribuição de velocidades (ou uma curva de distribuição de energias) pode ser obtida usando-se um contador Geiger como detector de partículas  $\beta$ , quando isto é feito, o instrumento é chamado de espectrômetro. O contador é colocado numa posição fixa (isto é, fixa-se o valor de  $r$ ), varia-se o campo magnético, e obtêm-se assim o número de partículas  $\beta$  que atinge o contador por unidade de tempo, para diferentes valores de  $H$ . Como cada valor de  $H$  corresponde a um valor diferente de  $Hr$  e portanto a um valor diferente da energia cinética, obtêm-se os números de partículas correspondendo a diferentes valores de energia. O espectro contínuo das energias das partículas  $\beta$  encontradas para era é mostrado na Figura 5.2.

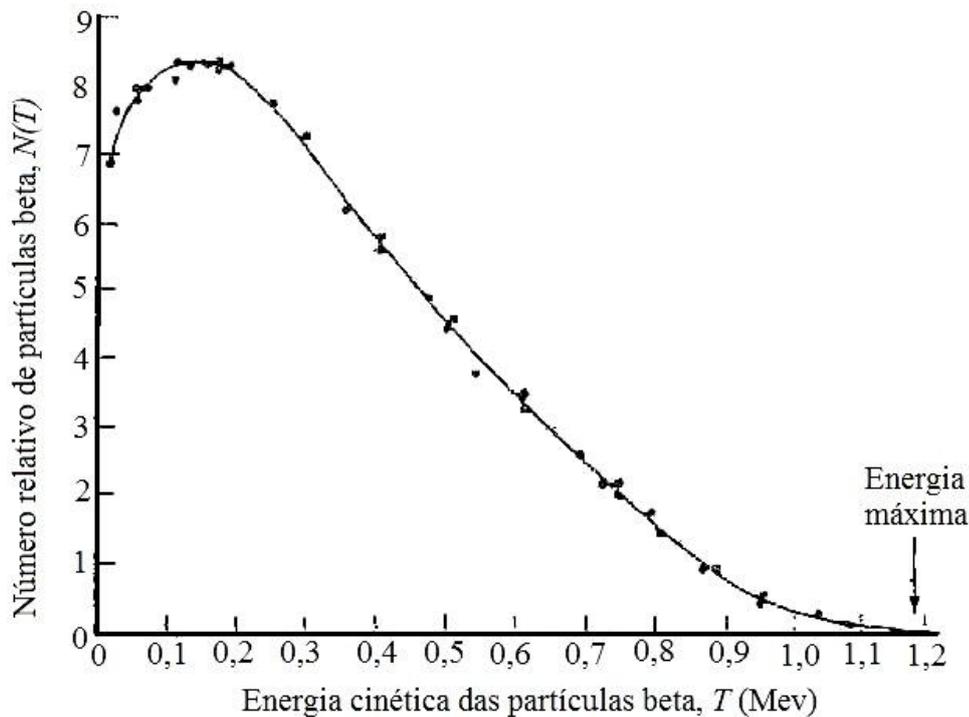


Figura 5.2: O espectro de partículas  $\beta$  do RaE (Neary)[3].

Todo espectro  $\beta$  contínuo tem um máximo definido, cujo tamanho e posição dependem do núcleo que emite as partículas. Existe também um limite superior de energia definido para as partículas emitidas por um nuclídeo; este limite superior, ou energia máxima do espectro contínuo é diferente para diferentes nuclídeos. Estas propriedades dos espectros contínuos são observadas tanto para emissores  $\beta$  naturais como artificiais, e quando as partículas emitidas são elétrons e pósitrons.

## 5.2 A absorção de partículas beta: alcance, ionização e perda de energia

As energias de partículas  $\beta$  podem ser determinadas a partir de medidas de sua absorção na matéria. Uma partícula  $\alpha$  com a energia cinética de 3 Mev tem um alcance em ar padrão de cerca de 2,8 cm e produz cerca de 4000 pares de íons/mm de trajetória. Uma partícula  $\beta$  de 3 Mev tem um alcance no ar de 1000 cm e produz somente cerca de 4 pares de íons/mm de trajetória.

Folhas de alumínio são os absorvedores mais frequentemente usados, apesar de ouro e mica também serem usados. Em experiências de absorção, as folhas do absorvedor são

colocadas entre a fonte ativa e um detector de janela fina, usualmente um contador Geiger ou uma câmara de ionização, e a taxa de contagem é determinada como função da espessura do absorvedor. Um arranjo experimental conveniente é mostrado esquematicamente na Figura 5.3. Uma curva de absorção típica para as partículas que formam o espectro  $\beta$  contínuo é mostrada na Figura 5.4. O número de partículas  $\beta$  decresce exponencialmente com a espessura do absorvedor, numa boa aproximação, e a absorção pode ser representada pela fórmula

$$A(x) = A_0 e^{-\mu x}, \quad (5.5)$$

onde  $A_0$  é a razão de contagem, ou atividade, sem absorvedor,  $A(x)$  é a atividade observada através de uma espessura  $x$ , e  $\mu$  é o coeficiente de absorção. Perto do seu final, a curva de absorção se desvia da forma exponencial, e o ponto no qual ela encontra a contagem de fundo é chamado de alcance  $R_\beta$  das partículas  $\beta$ .

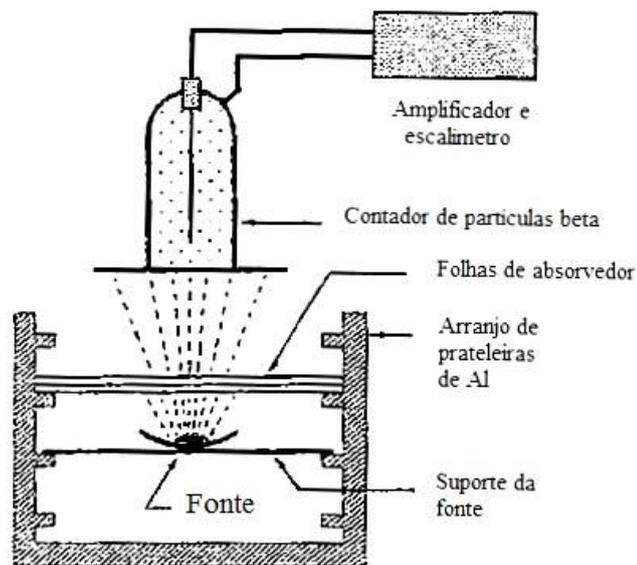


Figura 5.3: Diagrama de um arranjo experimental para medir a absorção de partículas  $\beta$  (Glendenin)[3].

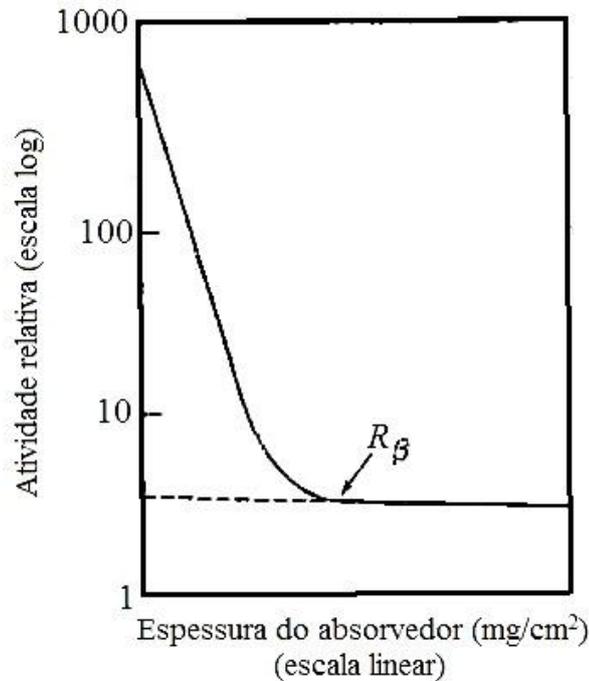


Figura 5.4: Uma típica curva de absorção de partículas  $\beta$  no alumínio. As partículas  $\beta$  estão acompanhadas de raios  $\gamma$  que formam parte da contagem de fundo[3].

O alcance  $R_\beta$  é a distância percorrida pelas partículas mais energéticas emitidas, e corresponde à energia máxima do espectro contínuo.

As espessuras usadas em medidas de absorção são dadas frequentemente, como indica a Figura 5.4, em unidades de grama por centímetro quadrado ou miligramas por centímetro quadrado do absorvedor. A espessura real é multiplicada pela densidade, e a quantidade resultante, que pode ser chamada de densidade superficial, é usada como uma medida da espessura. Geralmente é inconveniente medir a espessura de folhas muito finas, mas seu peso e área podem ser medidos facilmente, e o peso dividido pela área é igual ao produto da densidade pela espessura. Além disso, se a quantidade do absorvedor é expressa como o produto da densidade pela espessura, o alcance é praticamente independente da natureza do absorvedor.

O alcance pode ser obtido da curva de absorção simplesmente inspecionando-se a curva, um método que é chamado de método visual ou de inspeção, no entanto este é um método menos confiável. Para evitar as dificuldades do método visual, foram desenvolvidos métodos de comparação nos quais o alcance das partículas  $\beta$  de um dado nuclídeo é medido em termos do alcance de um emissor padrão. O emissor padrão é um emissor cuja curva de absorção é

particularmente favorável ao método visual, e a curva de absorção do nuclídeo cujo alcance é procurado é comparada de uma maneira detalhada com a curva da substância padrão.

A discussão até o presente pode ser aplicada tanto a partículas  $\beta^-$  (elétrons), como a partículas  $\beta^+$  (pósitrons).

A absorção de partículas  $\beta$  monoenergéticas é um tanto diferente da absorção das partículas que constituem o espectro contínuo. A absorção de elétrons monoenergéticos com energias maiores que 0,2 Mev é praticamente linear, como na Figura 5.5. A curva se aproxima lentamente de uma linha reta sobre quase toda a espessura do absorvedor, com uma pequena cauda no final da curva. A porção linear da curva pode ser extrapolada para cortar o eixo das espessuras num valor que é chamado de alcance extrapolado ou efetivo.

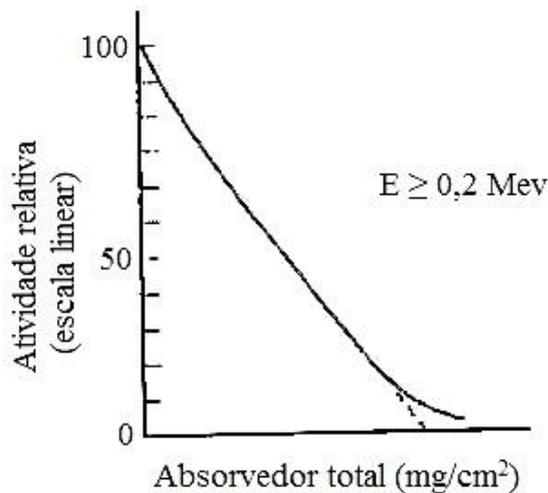


Figura 5.5: Uma típica curva de absorção de partículas  $\beta$  monoenergéticas (Glendenin)[3].

Uma partícula  $\beta$  pode perder uma grande fração de sua energia numa única colisão com um elétron atômico, portanto a dispersão é muito maior no caso de elétrons que com partículas mais pesadas. Partículas  $\beta$  também são desviadas muito mais facilmente do que partículas  $\alpha$ , de modo que suas trajetórias não são retas. Este alcance é, portanto, uma quantidade cuja precisão é muito menos definida para elétrons do que para partículas  $\alpha$  ou prótons. A energia perdida por um elétron por unidade de comprimento da trajetória pode ser calculada a partir da teoria.

Quando um elétron passa através do campo elétrico (coulombiano) de um núcleo, perde energia por radiação. Esta energia aparece como um espectro contínuo de raios X chamado de “bremsstrahlung” ou radiação de freamento. A perda de energia por unidade de comprimento

da trajetória devido à radiação pode ser indicada por  $(dT/dx)_{rad}$  distinta de  $(dT/dx)_{ioniz}$ , a perda de energia por ionização. A razão entre as duas perdas é dada aproximadamente por

$$\frac{(dT/dx)_{rad}}{(dT/dx)_{ioniz}} = \frac{TZ}{800}, \quad (5.6)$$

onde  $T$  é a energia da partícula  $\beta$  em Mev e  $Z$  é o número atômico do absorvedor.

### 5.3 Relações de alcance-energia para partículas beta

Quando os alcances das partículas  $\beta$  são conhecidos de experiências de absorção, a relação de alcance-energia pode ser usada para obter as energias máximas do espectro  $\beta$ . O resultado de determinações precisas de algumas energias e alcances em alumínio são listados na Tabela 5.2, e a curva de alcance-energia correspondente é mostrada na Figura 5.6.

*Tabela 5.2: Energias e alcances de partículas beta[3].*

<i>Nuclídeo</i>	<i>Energía máxima, Mev</i>	<i>Alcance, mg/cm<sup>2</sup></i>
Ra <sup>228</sup>	0,053	6
Rb <sup>87</sup>	0,13	20
Nb <sup>94</sup>	0,146	30
Lu <sup>176</sup>	0,22	48
Co <sup>60</sup>	0,31	81
Zr <sup>95</sup>	0,400	122
Be <sup>10</sup>	0,555	181
I <sup>131</sup>	0,600	213
Sb <sup>124</sup>	0,65	254
Mn <sup>56</sup>	0,73	277
Au <sup>198</sup>	0,97	399
C <sup>11</sup>	0,98	447
Ba <sup>140</sup>	1,022	426
Mn <sup>56</sup>	1,05	462
Cd <sup>115</sup>	1,13	527
Bi <sup>210</sup> (RaE)	1,17	508
N <sup>13</sup>	1,24	557
Na <sup>24</sup>	1,39	601
Na <sup>24</sup>	1,39	621
Sr <sup>89</sup>	1,50	741
P <sup>32</sup>	1,71	810
Te <sup>129</sup>	1,80	812
Mg <sup>27</sup>	1,80	821
Mg <sup>27</sup>	1,80	885
Raios homogêneos	2,00	966
Y <sup>90</sup>	2,18	1065
Bi <sup>212</sup> (ThC)	2,25	1023
Rh <sup>108</sup>	2,30	1080
Pa <sup>234</sup>	2,32	1105
Sb <sup>124</sup>	2,37	1220
As <sup>76</sup>	2,56	1384
Rh <sup>104</sup>	2,6	1198
Mn <sup>50</sup>	2,86	1440
Cu <sup>62</sup>	2,92	1440
Raios Homogêneos	3,00	1540
Pr <sup>144</sup>	3,07	1575
As <sup>76</sup>	3,12	1454
Rh <sup>106</sup>	3,55	1770

\*Katz e Penfold: *Revs. Modern Phys.* 24, 28 (1952).

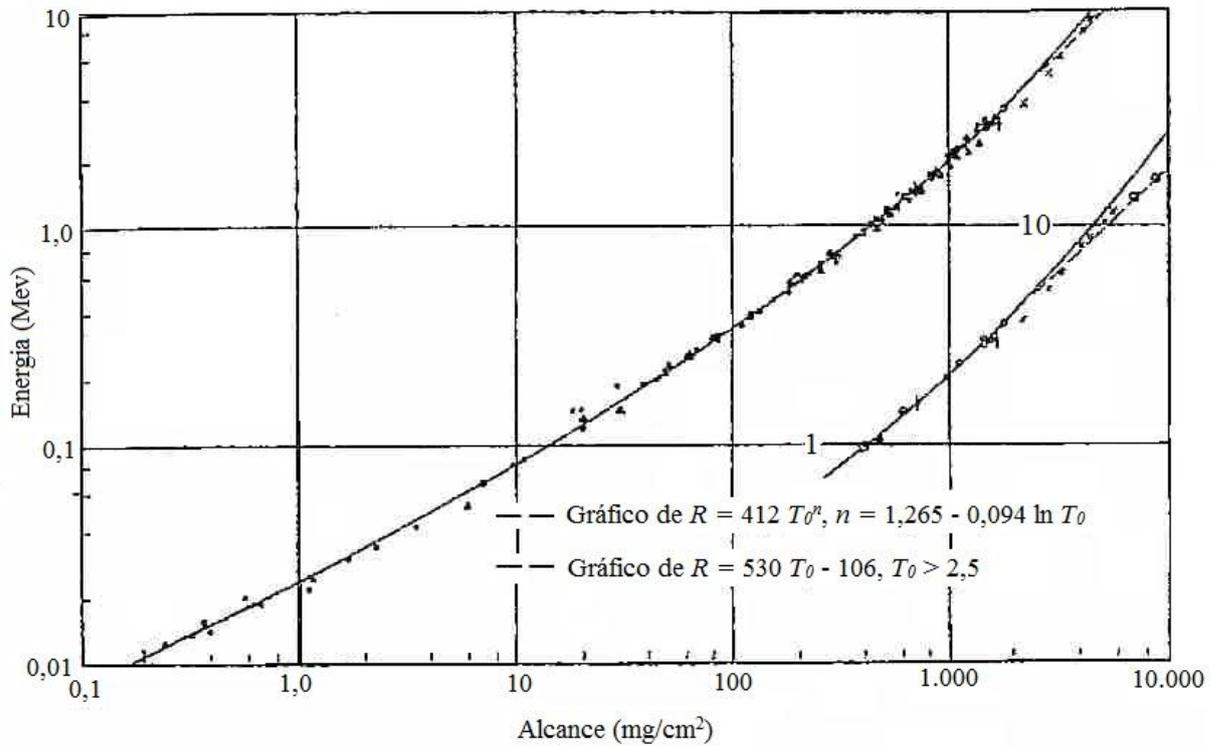


Figura 5.6: Curvas de alcance-energia para partículas  $\beta$  (Katz e Pefold)[3].

A relação entre alcance e energia também pode ser expressa pelas fórmulas empíricas

$$R = 412 T_0^{1,265 - 0,0954 \ln T_0}; T_0 < 2,5 \text{ Mev}, \quad (5.7)$$

onde  $T_0$  é a energia máxima, e

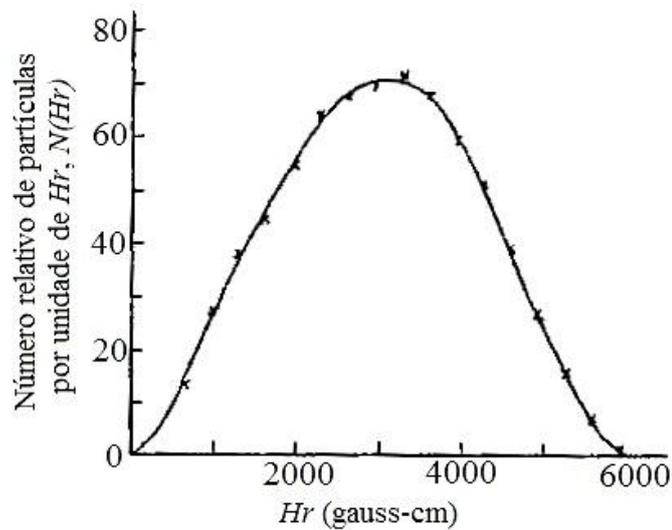
$$R = 530 T_0 - 106; T_0 > 2,5 \text{ Mev}. \quad (5.8)$$

## 5.4 Espectros de partículas beta: o espectro contínuo

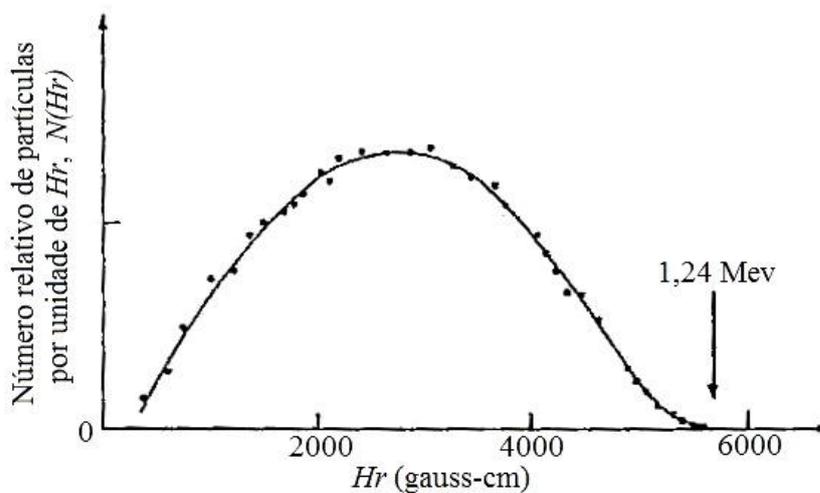
A discussão vai se limitar ao espectro contínuo porque as partículas  $\beta$  que formam este espectro são as partículas de desintegrações primárias. O espectro de linhas, ou espectro secundário, é hoje conhecido como consistindo de elétrons extranucleares ejetados dos átomos através de um processo chamado de conversão interna. Mostrou-se que o processo de conversão interna é causado pela interação direta de um núcleo com os seus elétrons

circundantes. A carga nuclear não muda numa conversão interna, de modo que este processo não é um decaimento do tipo  $\beta$ .

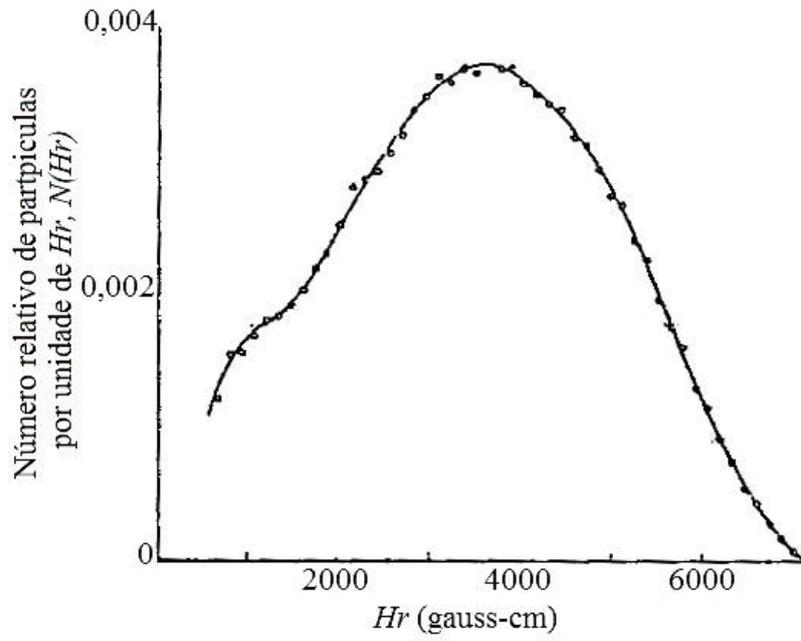
Em vista do exposto acima, os termos “espectro  $\beta$ ” e “espectro  $\beta$  contínuo” são sinônimos, e os elétrons monoenergéticos que formam as linhas encontradas com o espectrógrafo magnético não serão considerados no restante deste capítulo. Alguns espectros  $\beta$  típicos são mostrados na Figura 5.7. Como  $Hr$  é proporcional ao momento, as curvas são as curvas de distribuição de momento. Podem ser convertidas em curvas de distribuição de energia, convertendo-se os valores de  $Hr$  para valores de energia com a ajuda da Figura 5.1.



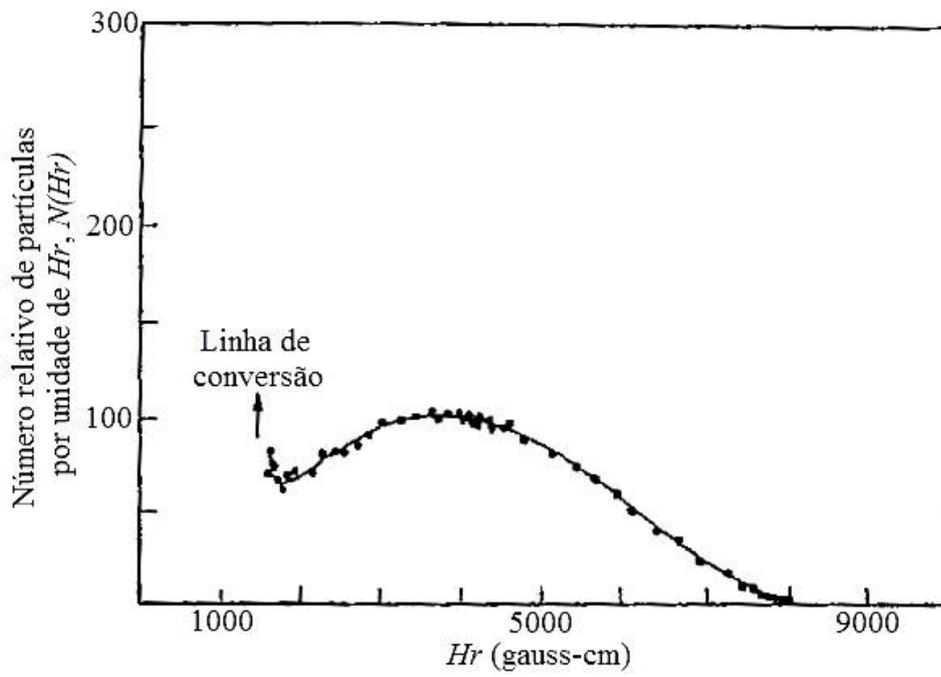
(a)  $Na^{24}$



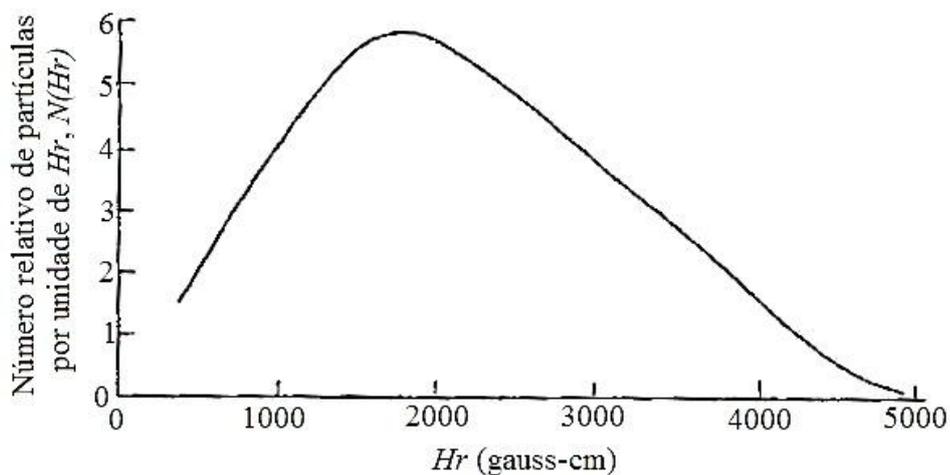
(b)  $N^{13}$



(c)  $P^{32}$



(d)  $In^{114}$



(e) RaE

Figura 5.7: Espectros de partículas  $\beta$  contínuos. (a)  $\text{Na}^{24}$  [Siegbahn, *Phys. Ver.* 70, 127 (1946)]. (b)  $\text{N}^{13}$  [Siegbahn e Slaatis, *Ark. Ast. Math. Fysik* 32A, N° 9 (1945)]. (c)  $\text{P}^{32}$  [Warshaw, Chen e Appleton, *Phys. Rev.* 80, 288 (1950)]. (d)  $\text{In}^{114}$  (Lawson e Cork). (e) RaE (Neary)[3].

Em alguns casos de emissão  $\beta$ , um único espectro contínuo é encontrado, e portanto uma única energia máxima; tal espectro é chamado de simples. Todos os espectros mostrados na Figura 5.8 são simples. O nuclídeo  $\text{N}^{13}$ , Figura 5.8(b), é um emissor de pósitrons e, como se vê da figura, seu espectro contínuo é semelhante, em suas características gerais, aos outros espectros. As energias máximas para o  $\text{Na}^{24}$ ,  $\text{Na}^{23}$ ,  $\text{P}^{32}$ ,  $\text{In}^{114}$  e RaE são 1,39, 1,20, 1,70, 1,98 e 1,17 Mev, respectivamente.

Muitos emissores  $\beta$  têm espectros complexos, o que significa que existem dois ou mais espectros com energias máximas e intensidades diferentes. Estes espectros podem ser separados analisando-se a curva de distribuição obtida com o espectrômetro magnético. O espectro do  $\text{Cl}^{38}$  é mostrado na Figura 5.8, juntamente com outros três espectros simples dos quais ele é composto.

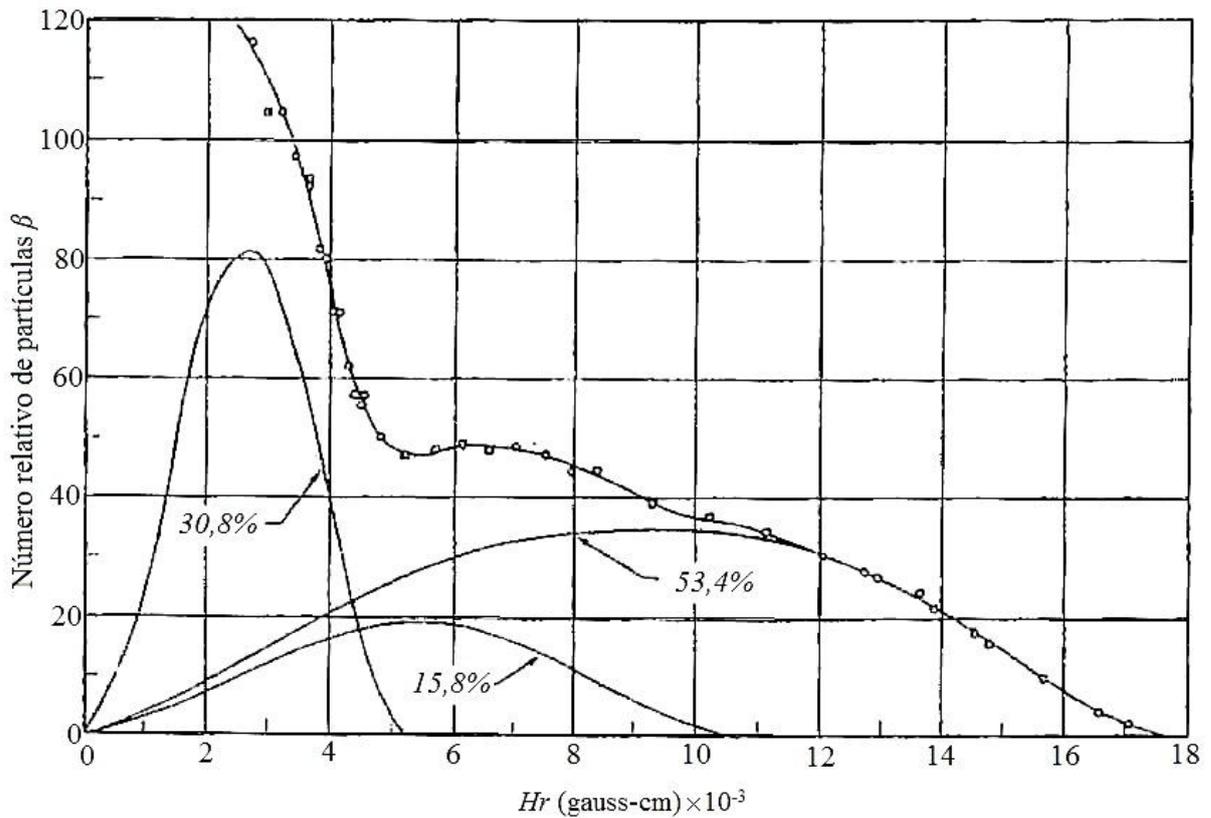


Figura 5.8: O espectro de partículas  $\beta$  do  $Cl^{38}$  [Langer, Phys. Ver. 77, 50 (1950)][3].

A energia média das partículas  $\beta$  que formam o espectro contínuo pode ser calculada a partir da curva de distribuição de energia, e é expressa matematicamente por

$$\bar{T} = \frac{\int_0^{T_0} N(T)T dT}{\int_0^{T_0} N(T) dT}, \quad (5.9)$$

onde  $T_0$  é a energia máxima,  $T$  é a energia, e  $N(T) dT$  é o número de partículas com energias entre  $T$  e  $T + dT$ . Para RaE, com uma energia máxima de 1,17 Mev, a energia média encontrada desta maneira é 0,34 Mev. A energia média associada com a desintegração pode ser determinada diretamente colocando-se um emissor  $\beta$  dentro de um calorímetro desenhado para absorver todos os produtos de desintegração conhecidos, e medindo-se a energia calorífica total produzida por um número conhecido de desintegrações. Estes resultados calorimétricos estão em excelente concordância com o valor obtido.

Quando ocorre uma transformação  $\beta$ , a energia do núcleo decresce de uma quantidade exatamente igual à energia máxima do espectro emitido. Portanto, a energia máxima do espectro é aquela que entra no balanço de massa e energia em reações nucleares.

O que levou ao seguinte paradoxo: um núcleo pai num estado definido de energia emite um elétron e deixa um núcleo produto que também está num estado definido de energia. A energia de um elétron emitido, entretanto, não é igual à diferença entre a energia do núcleo antes e depois da emissão, porque pode ter qualquer valor entre zero e a energia máxima do espectro contínuo; a energia média da partícula emitida é somente um terço da energia máxima. Parte da energia, aproximadamente dois terços, parece ter desaparecido, e o princípio da conservação da energia parece ter sido violado.

## 5.5 Base da teoria do decaimento beta

Em 1934, parecia haver somente duas maneiras de explicar as dificuldades surgidas com o espectro  $\beta$  contínuo. Uma maneira era renunciar à idéia de que a energia é conservada durante um processo de decaimento  $\beta$ . No entanto qualquer idéia seria preferível a renunciar a este conceito. A segunda solução, que foi aplicada com sucesso por Fermi na sua teoria do decaimento  $\beta$ , é baseada na hipótese do neutrino, sugerida primeiramente por Pauli. Postulou-se que uma partícula adicional, o neutrino, é produzida no decaimento  $\beta$  e carrega a energia que falta. Neutrinos não haviam sido detectados experimentalmente, e suas propriedades deveriam ser tais que os tornariam muito difíceis de detectar. Portanto, postulou-se também que o neutrino é eletricamente neutro e tem uma massa muito pequena, isto é, muito pequena comparada com a do elétron; a massa do neutrino poderia inclusive ser zero. A ausência de carga está de acordo com a necessidade da conservação da carga durante o decaimento  $\beta$ .

Pela hipótese do neutrino, cada processo de decaimento  $\beta$  é acompanhado pela liberação de uma quantidade de energia dada pelo ponto máximo do espectro. Esta energia de desintegração é repartida entre a partícula  $\beta$ , o neutrino e o núcleo que recua. Quando a energia é dividida entre três partículas, os princípios da conservação da energia e momento não determinam univocamente a energia e momento de cada partícula, isto significa que os diferentes núcleos de uma mesma espécie distribuem sua energia disponível de maneiras diferentes entre as partículas produzidas numa faixa contínua de energias. Assim, a hipótese de que um neutrino também seja emitido torna possível explicar de uma maneira geral o espectro contínuo das energias das partículas  $\beta$ . A teoria de Fermi do decaimento  $\beta$  e suas

extensões, baseadas na hipótese do neutrino, obtiveram sucesso ao explicar todas as características do decaimento  $\beta$  acima citadas.

A teoria de Fermi está baseada nas seguintes idéias. Quando um núcleo emite uma partícula  $\beta$ , sua carga muda de uma unidade, enquanto que sua massa praticamente não muda. Quando a partícula  $\beta$  ejetada é um elétron, o número de prótons no núcleo aumenta de um, e o número de nêutrons decresce de um. Na emissão de pósitrons, o número de prótons decresce de um e o número de nêutrons aumenta de um. Transformações beta podem então ser representadas pelos seguintes processos:

$$\beta^- \text{-emissão: } {}_0\text{n}^1 \rightarrow {}_1\text{H}^1 + {}_{-1}\text{e}^0 + \nu, \quad (5.10)$$

$$\beta^+ \text{-emissão: } {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_0\text{n}^1 + {}_1\text{e}^0 + \nu, \quad (5.11)$$

onde  $\nu$  representa o neutrino. O nêutron não é visto como composto de um próton, um elétron e um neutrino, mas considerado como transformando-se nestas três partículas no instante da emissão  $\beta$ , onde o nêutron ou próton que é transformado está ligado ao núcleo por forças nucleares. Descobriu-se que o nêutron livre sofre um decaimento  $\beta$  de acordo com a Eq. (5.10), e tem uma meia-vida de cerca de 12 min.

Outra propriedade do neutrino pode ser deduzida a partir da Eq.(5.10) ou Eq.(5.11); esta propriedade é o momento angular intrínseco do spin. Suponha-se que um núcleo  $A$  emita um partícula  $\beta$ , deixando um núcleo produto  $B$ , e que nenhum neutrino é emitido. O momento angular do sistema  $(B+\beta)$  consiste de três partes: o momento angular de  $B$ , o momento angular rotacional de  $B$  e  $\beta$  em torno do seu centro de massa comum, e o spin de  $\beta$ . Para que o momento angular total se conserve, a resultante destas três contribuições deve ser igual ao momento angular do núcleo inicial  $A$ . Como o número de massa do núcleo não é mudado pelo processo de decaimento, a primeira contribuição (momento angular de  $B$ ) deve ser igual ao momento angular de  $A$ , ou diferir dele por um múltiplo inteiro de  $h/2\pi$ . Mostra-se na mecânica quântica que a segunda contribuição, que é o momento angular rotacional, pode ser somente zero, ou múltiplo inteiro de  $h/2\pi$ . Finalmente, o spin da partícula  $\beta$  (elétron ou pósitron) é conhecido como sendo  $1/2(h/2\pi)$ . De acordo com a mecânica ondulatória, quando se somam dois ou mais momentos, a resultante ou é igual à soma das componentes, ou é menor que a soma por um múltiplo inteiro  $h/2\pi$ . Quando as três contribuições são somadas de acordo com esta regra, descobre-se que o momento angular total do sistema  $(B+\beta)$  deve diferir do momento angular de  $A$  por um múltiplo ímpar de  $1/2(h/2\pi)$ . O momento angular total de

um sistema de número de massa par seria um múltiplo inteiro de  $h/2\pi$  para o núcleo pai e um múltiplo semi-inteiro de  $h/2\pi$  para o núcleo produto e partícula  $\beta$  juntos. Para um sistema de número de massa ímpar, o momento angular total seria um número semi-inteiro para o núcleo pai e um inteiro para o núcleo produto e a partícula  $\beta$  juntos. Entretanto, se supomos que um neutrino com spin  $1/2(h/2\pi)$  é emitido, a resultante dos spins do elétron e do neutrino é um inteiro (1 ou 0, em unidades de  $h/2\pi$ ). O momento angular resultante de todas as partículas deixadas após o decaimento, núcleo produto, elétron e neutrino é então inteiro ou semi-inteiro dependendo do momento angular do núcleo pai ser inteiro ou semi-inteiro, e o momento angular total do sistema pode ser conservado.

Sem o neutrino, o número de partículas no sistema difere de uma unidade antes e depois da transformação  $\beta$ . Esta diferença implica em que a estatística deve mudar, tanto da de Fermi-Dirac para Bose-Einstein ou vice-versa. Isto é evitado supondo-se que o neutrino obedece à estatística de Fermi-Dirac. O número de partículas então muda de duas unidades e, como o nêutron, próton, elétron e neutrino são partículas de Fermi-Dirac, os núcleos inicial e final obedecem ao mesmo tipo de estatística.

Sargent descobriu que, quando o logaritmo da constante de desintegração era colocado num gráfico contra o logaritmo da energia máxima para os emissores  $\beta$  existentes na natureza, a maior parte dos pontos caía sobre ou perto de duas linhas retas, como mostra a Figura 5.9, chamadas de curvas de Sargent. Para um dado valor da energia máxima, a curva superior na Figura 5.9 dá um valor de  $\lambda$  que é cerca de 100 vezes maior que os valores correspondentes na curva inferior. Diz-se que a curva superior representa as transições permitidas, e que a curva inferior representa as transições proibidas.

É necessário considerar separadamente as curvas para nuclídeos de números atômicos pequenos, intermediários, ou grandes. Em cada caso são obtidas diversas curvas, das quais se considera que uma representa as transições permitidas; as outras representam transições com diversos graus de proibição.

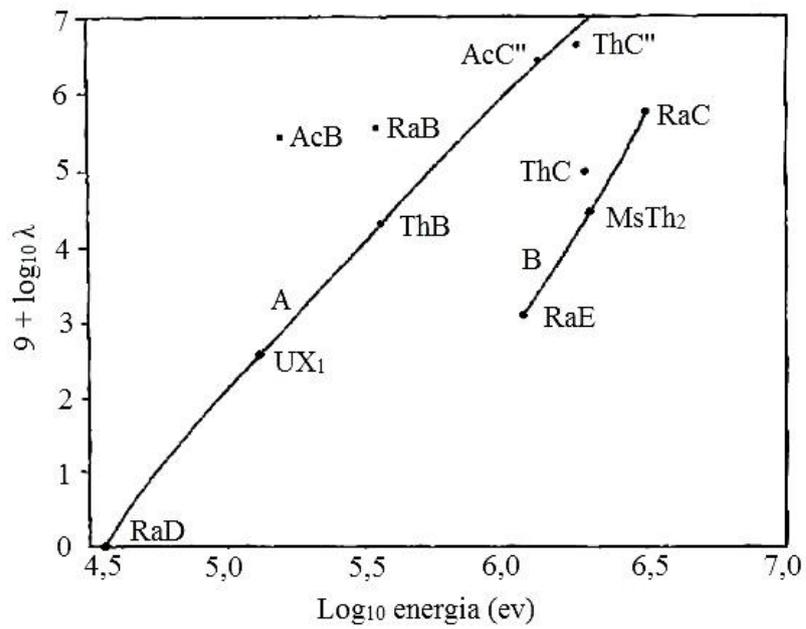


Figura 5.9: Diagrama de Sargent para emissores  $\beta$  naturais. O log da constante de decaimento é colocado no gráfico contra o log da energia máxima das partículas  $\beta$  (Sargent)[3].

## 6 RAIOS GAMA E DECAIMENTO GAMA

O estudo do decaimento  $\gamma$  depende da capacidade de medir a energia dos raios  $\gamma$  com alta precisão. Será necessário examinar primeiramente as interações entre raios  $\gamma$  e a matéria. Os métodos usados para medir energias de raios  $\gamma$  serão então tratados porque estão baseados nestas interações, e a seguir o problema do decaimento  $\gamma$  será abordado.

### 6.1 A absorção de raios gama pela matéria: dados experimentais

A propriedade básica da absorção de raios  $\gamma$  é um decréscimo exponencial na intensidade da radiação quando um feixe de raios  $\gamma$  homogêneo passa através de uma placa fina de matéria. Quando um feixe de raios  $\gamma$  de intensidade  $I$  incide sobre uma placa de espessura  $\Delta x$ , a mudança na intensidade do feixe ao passar através da placa é proporcional à espessura e à intensidade incidente

$$\Delta I = -\mu I \Delta x, \quad (6.1)$$

onde a constante de proporcionalidade  $\mu$  é chamada de coeficiente de absorção. Se os fótons dos raios  $\gamma$  têm todos a mesma energia,  $\mu$  é independente de  $x$  e a integração da Eq. (6.1) fornece

$$I/I_0 = e^{-\mu x}. \quad (6.2)$$

A intensidade pode ser escrita como

$$I = Bh\nu, \quad (6.3)$$

onde  $B$  é o número de fótons atravessando uma unidade de área por unidade de tempo, e  $h\nu$  é a energia por fóton. A Eq. (6.2) então pode ser escrita como

$$B/B_0 = e^{-\mu x} . \quad (6.4)$$

As equações que representam os raios  $\gamma$  são as mesmas que para os raios X. De fato, não é possível diferenciar entre raios  $\gamma$  e raios X com base na diferença de suas propriedades. Os termos raios  $\gamma$  e raios X são atualmente usados principalmente para distinguir entre as fontes dos raios; raios  $\gamma$  vêm dos núcleos, enquanto que raios X são radiações de alta energia resultantes dos saltos dos elétrons extranucleares em átomos, ou produzidos por fontes artificiais tais como um tubo de Coolidge ou um betatron.

As condições em que as Equações (6.1), (6.2) e (6.4) são válidas, são: (1) os raios  $\gamma$  são monoenergéticos, isto é, o feixe é homogêneo; (2) o feixe é colimado e tem um pequeno ângulo sólido; (3) o absorvedor é “fino”. Um arranjo experimental para estudar o decréscimo na intensidade, ou atenuação, de um feixe de raios  $\gamma$  nestas condições é mostrado na Figura 6.1. Este arranjo fornece um feixe colimado fino e diz-se que tem “boa geometria”, onde os fótons são removidos do feixe ou por absorção ou por espalhamento. Um fóton que sofre uma colisão de espalhamento com um átomo na placa absorvedora pode ser desviado o suficiente para que não alcance o detector e se perca do feixe exatamente como se tivesse sido absorvido. O decréscimo na intensidade do feixe na passagem através da placa é a medida dos efeitos combinados de absorção direta e deflexão.

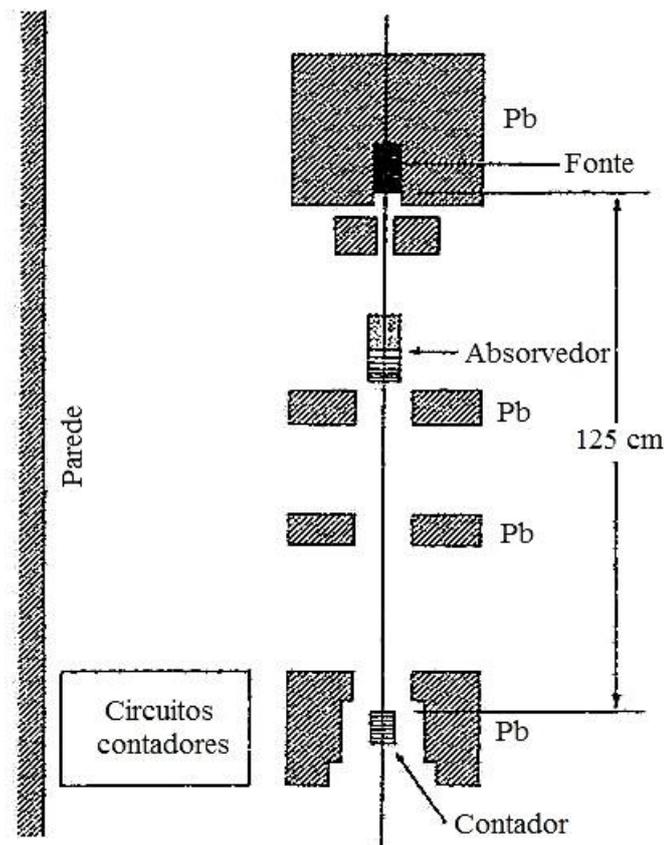


Figura 6.1: Diagrama esquemático da aparelhagem usada para a medida dos coeficientes de absorção de raios  $\gamma$  totais (Davisson e Evans)[3].

Quando colocamos a fração transmitida num gráfico de escala logarítmica, contra a espessura do absorvedor numa escala linear, o resultado é uma linha reta, o que concorda com as equações. A inclinação da linha dá o valor  $\mu$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) =  $0,7068 \pm 0,0051$ . Através de muitas experiências descobriu-se que o coeficiente de absorção depende da natureza do absorvedor e da energia inicial dos raios  $\gamma$ . Alguns valores obtidos por Davisson e Evans estão listados na terceira coluna da Tabela 6.1. Onde vemos que o coeficiente de absorção decresce à medida que a energia dos raios  $\gamma$  cresce. O valor de  $\mu$  é, em geral, maior para elementos pesados do que para elementos leves.

Tabela 6.1: Valores medidos de alguns coeficientes de absorção de raios gama[3].

Fonte	Absorvedor	Coefficiente de absorção experimental, $\mu$ : $\text{cm}^{-1}$	Coefficiente de absorção teórico, $\mu$ : $\text{cm}^{-1}$
$\text{Mn}^{54}$ (0,835 Mev)	Al	$0,1823 \pm 0,0003$	0,1820
	Cu	$0,5782 \pm 0,0013$	0,5718
	Sn	$0,4683 \pm 0,0014$	0,4628
	Ta	$1,210 \pm 0,004$	1,228

	Pb	$0,9368 \pm 0,0041$	0,9256
Zn <sup>65</sup> (1,14 Mev)	Al	$0,1571 \pm 0,0022$	0,1559
	Cu	$0,4862 \pm 0,0070$	0,4914
	Sn	$0,3923 \pm 0,0054$	0,3858
	Ta	$0,9127 \pm 0,0100$	0,9536
	Pb	$0,7068 \pm 0,0051$	0,7057
Na <sup>24</sup> (2,76 Mev)	Al	$0,0956 \pm 0,0026$	0,1001
	Cu	$0,3164 \pm 0,0080$	0,3273
	Sn	$0,2668 \pm 0,0045$	0,2692
	Ta	$0,6433 \pm 0,0055$	0,6467
	Pb	$0,4776 \pm 0,0045$	0,4644

O coeficiente de absorção é geralmente indicado por  $\mu$  quando as unidades são  $\text{cm}^{-1}$ , por  $\mu/\rho$  para  $\text{cm}^2/\text{g}$ , por  ${}_e\mu$  para  $\text{cm}^2/\text{elétron}$  e por  ${}_a\mu$  para  $\text{cm}^2/\text{átomo}$ . Em termos de  ${}_e\mu$  e  ${}_a\mu$ , os outros coeficientes são

$${}_a\mu = Z {}_e\mu, \quad (6.5)$$

$$\frac{\mu}{\rho} = N \left( \frac{Z}{A} \right) {}_e\mu = \frac{N}{A} {}_a\mu, \quad (6.6)$$

$$\mu = \rho N \left( \frac{Z}{A} \right) {}_e\mu = \frac{\rho N}{A} {}_a\mu, \quad (6.7)$$

onde  $Z$  é o número atômico,  $A$  é o peso atômico,  $N$  é o número de Avogadro e  $\rho$  é a densidade em  $\text{g}/\text{cm}^3$ . Os coeficientes  ${}_e\mu$  são geralmente chamados de “seção de choque por elétron” e “seção de choque por átomo”, respectivamente, por causa de suas unidades.

A atenuação de um feixe de raios  $\gamma$  também pode ser expressa em termos de meia-vida, isto é, a espessura do absorvedor necessária para reduzir a intensidade à metade de seu valor inicial. A Equação (6.2) pode ser escrita em termos de logaritmos comuns

$$\log(I/I_0) = -0,4343\mu x. \quad (6.8)$$

Quando  $I/I_0 = 1/2$ ,

$$\log\left(\frac{1}{2}\right) = -0,4343\mu x_{1/2},$$

e

$$\mu = \frac{0,693}{x_{1/2}}, \quad (6.9)$$

onde  $x_{1/2}$  é a meia-espessura. No exemplo da Figura 6.2, a meia-espessura é 0,98 cm.

Das Eqs. (6.7) e (6.9), temos que

$$\frac{0,693}{x_{1/2}} = \rho N \left( \frac{Z}{A} \right) \therefore x_{1/2} = \frac{1}{\rho} \frac{0,693}{N} \left( \frac{A}{Z} \right); \quad (6.10)$$

como  $A/Z$  varia lentamente de elemento para elemento, temos que  $x_{1/2}$  é proporcional à  $1/\rho$ .

Segue-se a partir deste resultado, que quanto maior a densidade, menor é a espessura de um dado material necessária para diminuir a intensidade de raios  $\gamma$  de um determinado valor. Por esta razão, metais pesados como ferro, e especialmente chumbo, são usados para blindagem contra raios  $\gamma$  e raios X. A constância de  $(x_{1/2})\rho$  significa que os pesos de diferentes materiais, necessários para diminuir a intensidade da radiação de certa fração, são praticamente os mesmos. Mas, para substâncias de densidade maior, o volume, e portanto a espessura, será menor que para materiais de densidade menor.

## 6.2 A interação dos raios gama com a matéria

Raios  $\gamma$  e raios X, que são ambas radiações eletromagnéticas, mostram a absorção exponencial característica na matéria, e não têm alcance definido como se encontra para partículas carregadas. Quando um feixe de raios  $\gamma$  incide sobre um absorvedor fino, cada fóton que é removido do feixe é removido individualmente num único evento. O evento pode ser um processo de absorção real, caso no qual o fóton desaparece, ou em que pode ser espalhado para fora do feixe.

Três são os principais responsáveis pela absorção de raios  $\gamma$ . São eles: (1) absorção fotoelétrica, (2) espalhamento Compton pelos elétrons em átomos, e (3) produção de pares elétron-pósitron como um resultado da interação entre raios  $\gamma$  e os campos elétricos dos núcleos atômicos. Pela mecânica quântica temos que a probabilidade de cada um destes processos pode ser expressa como um coeficiente de absorção ou como uma seção de choque. O coeficiente de absorção total, que aparece nas Eqs. (6.1) e (6.2), é a soma dos coeficientes de absorção para os três diferentes processos. Assim,

$$\mu(E) = \tau(E) + \sigma(E) + \kappa(E), \quad (6.11)$$

onde  $\tau$ ,  $\sigma$  e  $\kappa$  indicam os coeficientes fotoelétricos, de Compton e de formação de pares, respectivamente, e cada coeficiente de absorção está ligado com a seção de choque correspondente pela Eq. (6.7).

No processo fotoelétrico, toda a energia  $h\nu$  do fóton incidente é transferida para um elétron ligado que é ejetado do átomo com uma energia cinética  $T = h\nu - I$ , onde  $I$  é o potencial de ionização do elétron. Em energias de fótons pequenas, abaixo de 50 keV para alumínio e 500 keV para chumbo, o efeito fotoelétrico dá a contribuição principal para o coeficiente de absorção.

À medida que a energia da radiação aumenta, o espalhamento Compton substitui o efeito fotoelétrico como o meio principal de remover fótons do feixe inicial. O fóton incidente é espalhado por um dos elétrons atômicos e estes são separados de seus átomos. O fóton sai num certo ângulo com sua direção original e com menos energia que tinha inicialmente. O espalhamento Compton dá a contribuição principal para o coeficiente de absorção entre 50 keV (0,050 MeV) e 15 MeV para o alumínio, e entre 0,5 MeV e 5 MeV para o chumbo. Como cada elétron no átomo espalha independentemente, o coeficiente de absorção de Compton por átomo é proporcional ao número atômico  $Z$ .

Em energias suficientemente altas, tanto a absorção fotoelétrica como o espalhamento Compton perdem sua importância em comparação com a formação de pares, onde no campo coulombiano de um núcleo atômico, um raio  $\gamma$  com energia suficiente desaparece e são criados um elétron e um pósitron. A energia total do par é igual a energia  $h\nu$  dos raios  $\gamma$  incidentes; a energia cinética  $T$  do par é

$$T = h\nu - 2m_0c^2, \quad (6.12)$$

se desprezarmos a pequena energia de recuo do núcleo. Para que a produção de pares ocorra,  $h\nu$  deve ser maior que  $2m_0c^2$  ou 1,02 MeV, porque esta quantidade de energia é necessária para fornecer a energia de repouso das duas partículas. Um par de partículas, com cargas opostas, deve ser formado para que a carga se conserve. Para energias de fótons maiores que 5 MeV para o chumbo e 15 MeV para o alumínio, a probabilidade de produção de pares já é maior que para o espalhamento Compton.

Além dos três efeitos discutidos, existem alguns efeitos menores, como o espalhamento coerente por átomos ou moléculas inteiros, que podem adicionar alguns por cento aos coeficientes de absorção de materiais com  $Z$  alto e em raios  $\gamma$  de pequena energia. Entre os

outros efeitos estão (1) o efeito fotoelétrico nuclear, no qual fótons de alta energia retiram nêutrons dos núcleos de materiais de  $Z$  alto, e (2) o espalhamento Thomson e Compton por núcleos em vez de elétrons.

Os resultados da teoria da interação entre raios  $\gamma$  e a matéria foram coletados e comparados com a experiência num excelente artigo de revisão por C.M. Davisson e R.D. Evans.

### 6.3 Absorção fotoelétrica

Diversas fórmulas diferentes devem ser usadas se a probabilidade, expressa por um coeficiente de absorção, for calculada para a faixa de energias de fótons de 0,1 Mev a 5 ou 10 Mev. No entanto, as principais características da dependência do coeficiente de absorção em relação ao número atômico do absorvedor e em relação à energia do fóton são mostradas pela fórmula mais simples. Se a energia do fóton é suficientemente pequena para que os efeitos relativísticos não sejam importantes, mas suficientemente grande para que a energia de ligação dos elétrons na camada K seja desprezada, a seção de choque por átomo  ${}_a\tau$  para absorção fotoelétrica é

$${}_a\tau = \phi_0 Z^5 \left( \frac{1}{137} \right)^4 4\sqrt{2} \left( \frac{m_0 c^2}{h\nu} \right)^{7/2}, \quad (6.13)$$

onde

$$\phi_0 = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 = 6,651 \times 10^{-25} \text{cm}^2. \quad (6.14)$$

Na Eq. (6.13),  $h\nu$  é a energia do fóton incidente,  $m_0 c^2$  é a energia de repouso do elétron e  $Z$  é o número atômico do material absorvedor;  $\phi_0$  é uma unidade conveniente para medir a seção de choque e representa a seção de choque para o espalhamento de fótons de baixa energia por um elétron livre em repouso e este tipo de espalhamento é chamado de espalhamento Thompson. A equação simples (6.13) se aplica somente a ejeção de elétrons da camada K do átomo, que é responsável por 80% do efeito fotoelétrico.

A dependência  $Z^5$  significa que, para uma dada energia de fóton, o processo de absorção fotoelétrica é muito mais importante em metais pesados como o chumbo, do que em metais

leves como o alumínio. A dependência da energia mostra que para um dado elemento o efeito é muito maior em energias de fótons pequenas do que em grandes.

Valores obtidos a partir da teoria mais rigorosa são indicados na Tabela 6.2. Para fins de comparação e facilidade de uso, os valores da quantidade  ${}_a\tau/Z^5 n$  estão listados, onde  $n$  é a razão  $m_0c^2/h\nu$ . Para um observador particular, digamos chumbo, os valores de  ${}_a\tau$  são obtidos pelos raios  $\gamma$  de energia diferentes, multiplicando-se os valores listados na tabela primeiramente por  $Z^5 = (82)^5$ , e então pelo valor apropriado de  $n$ . Curvas obtidas desta maneira são mostradas na Figura 6.2.

Tabela 6.2: O efeito fotoelétrico (valores numéricos de  ${}_a\tau / Z^5 n$  em unidades de  $10^{-32} \text{ cm}^2$ )[3].

Energia dos raios $\gamma$		$Z = 0$	$Z = 13$	$Z = 26$	$Z = 38$	$Z = 50$	$Z = 65$	$Z = 82$
$n = m_0c^2/h\nu$	Mev		Al	Fe		Sn		Pb
0		0,353	0,275	0,228	0,203	0,188	0,166	0,159
0,1	5,108	0,436	0,343	0,289	0,255	0,230	0,206	0,182
0,125	4,086	0,453	0,362	0,306	0,272	0,247	0,216	0,188
0,194	2,633	0,524	0,412	0,347	0,302	0,270	0,237	0,205
0,25	2,043	0,581	0,447	0,375	0,331	0,290	0,259	0,225
0,375	1,362	0,740	0,556	0,462	0,403	0,366	0,319	0,278
0,50	1,022	0,956	0,694	0,575	0,500	0,440	0,397	0,341
0,75	0,6711	1,528	1,162	0,947	0,781	0,690	0,600	0,522
1,0	0,5108	2,375	1,862	1,506	1,237	1,038	0,878	0,747
1,25	0,4086	3,578	2,756	2,188	1,815	1,512	1,262	1,031
1,5	0,3405	5,3	3,834	3,062	2,528	2,116	1,750	1,362
2,0	0,2554	9,48	7,46	5,34	4,24	3,55	2,96	2,17
3,0	0,1703	24,3	17,61	12,44	8,81	7,88	6,25	4,18
4,0	0,1277	46,8	33,1	22,8	14,8	14,2	10,5	6,64
5,0	0,1022	79,9	53,4	34,6	21,8	21,6	15,6	9,61

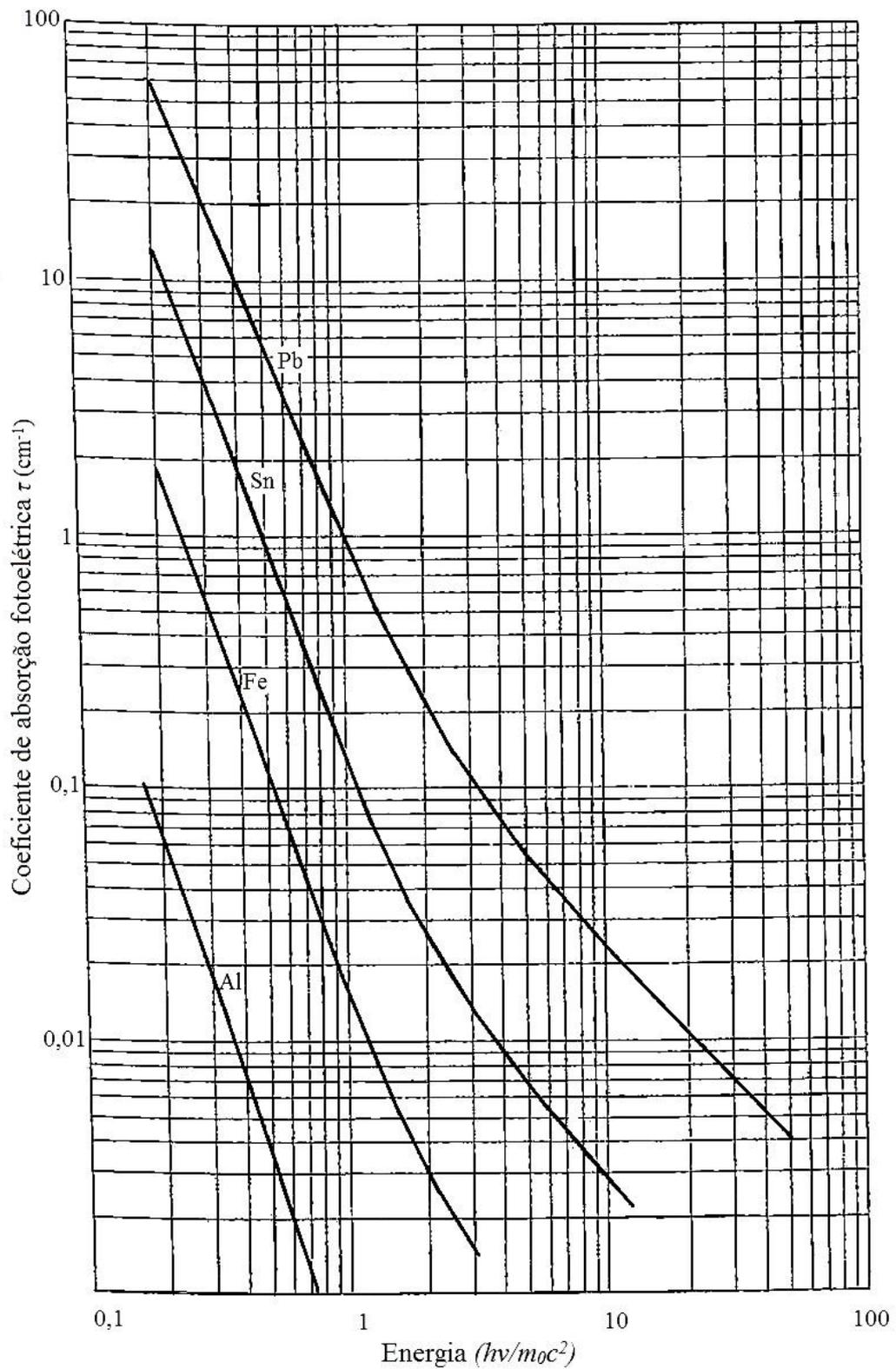


Figura 6.2: O coeficiente de absorção por centímetro como função da energia do fóton para a absorção fotoelétrica no alumínio, ferro, estanho e chumbo[3].

## 6.4 Espalhamento Compton

A energia perdida por um fóton num único processo de espalhamento Compton pode ser obtida a partir da Eq. (A10), demonstrada no Apêndice A, que dá a mudança no comprimento de onda do fóton,

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \phi) \quad (6.15)$$

$\lambda_0$  é o comprimento de onda do fóton antes da colisão,  $\lambda$  é o comprimento de onda após a colisão e  $\phi$  é o ângulo entre as direções inicial e final do fóton, mostradas na Figura A1 do Apêndice A. Como  $\lambda = c/\nu$ , a Eq. (6.15) pode ser escrita como

$$\nu = \frac{1}{\frac{1}{\nu_0} + \frac{h}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi)}$$

Se multiplicamos o lado direito por  $\nu_0$ , em cima e embaixo, e se multiplicamos ambos os lados da equação resultante por  $h$ , o resultado é

$$h\nu = \frac{h\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi)} \quad (6.16)$$

A Eq.(6.16) dá a energia do fóton espalhado em termos da energia inicial e do ângulo de espalhamento. O elétron que recua tem uma energia cinética dada por

$$T = h\nu_0 - h\nu = \frac{(1 - \cos \phi) \frac{h\nu_0}{m_0 c^2}}{1 + \frac{h\nu_0}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi)} \quad (6.17)$$

A energia cinética do elétron tem seu valor máximo quando  $\cos \phi = -1$  ou  $\phi = 180^\circ$ , e o fóton é espalhado diretamente para trás. A energia do elétron neste caso é

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{h\nu_0}{1 + (m_0c^2/2h\nu_0)}. \quad (6.18)$$

Para tratar a contribuição do efeito Compton  atenuação de um feixe de raios  $\gamma$  na matéria, a probabilidade de que tal processo de espalhamento ocorra. Foi calculada com base na mecânica quântica relativística por Klein e Nishina. Obteve-se a seguinte fórmula para a seção de choque or elétron  ${}_e\sigma$  para a remoção dos fótons do feixe incidente, por espalhamento,

$${}_e\sigma = \frac{3}{4}\phi_0 \times \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + 2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1 + 2\alpha) - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\}, \quad (6.19)$$

onde  $\alpha$  foi definido como

$$\alpha = \frac{h\nu_0}{m_0c^2}, \quad (6.20)$$

e  $\phi_0$  é dado pela Eq. (6.14). Quando  ${}_e\sigma$  é multiplicado por  $\rho N(Z/A)$ , o resultado é o coeficiente de absorção de Compton  $\sigma$  ( $\text{cm}^{-1}$ ),

$$\sigma (\text{cm}^{-1}) = \rho N \frac{Z}{A} {}_e\sigma. \quad (6.21)$$

O coeficiente  $\sigma$  é uma medida de probabilidade de que um fóton seja espalhado para fora do feixe, por centímetro de absorvedor e, como o feixe é inicialmente homogêneo,  $\sigma$   também uma medida de quantidade de energia total removida do feixe por centímetro de absorvedor. A quantidade de energia removida pelos fótons espalhados ou a quantidade de energia absorvida pelos elétrons que recuam podem ser expressas em termos de  ${}_e\sigma_s$  e  ${}_e\sigma_a$ .  ${}_e\sigma_s$ , pode ser chamada de “seção de choque de Compton por elétron para a energia do fóton espalhado”. Ela é dada por

$${}_e\sigma_s = \frac{3}{8}\phi_0 \left[ \frac{1}{\alpha^3} \ln(1 + 2\alpha) + \frac{2(1 + \alpha)(2\alpha^2 - 2\alpha - 1)}{\alpha^2(1 + 2\alpha)^2} + \frac{8\alpha^2}{3(1 + 2\alpha)^3} \right]. \quad (6.22)$$

A quantidade  ${}_e\sigma_a$  é a “seção de choque de Compton por elétron para a energia absorvida”. O coeficiente  ${}_e\sigma$  é simplesmente a soma de  ${}_e\sigma_s$  e  ${}_e\sigma_a$ , de modo que, quando  ${}_e\sigma$  e  ${}_e\sigma_s$  são conhecidos,  ${}_e\sigma_a$  é obtido por subtração. Por analogia com a Eq.(6.21),

$$\sigma_s = \rho N \frac{Z}{A} {}_e\sigma_s ; \sigma_a = \rho N \frac{Z}{A} {}_e\sigma_a . \quad (6.23)$$

Finalmente, a soma

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_a , \quad (6.24)$$

mostra como o coeficiente total de Compton pode se desmembrar num coeficiente para a energia espalhada fora do feixe e um coeficiente para a energia removida pelos elétrons que recuam.

A Tabela 6.3 dá as seções de choque para o efeito Compton  ${}_e\sigma$ ,  ${}_e\sigma_s$  e  ${}_e\sigma_a$ . Os valores dos coeficientes de absorção por centímetro,  $\sigma_s$ ,  $\sigma_a$  e  $\sigma$ , para o caso especial do chumbo ( $Z = 82$ ) estão colocados no gráfico da Figura 6.3.

*Tabela 6.3: Seções de choque para o efeito Compton (em unidades de  $10^{-25}$  cm<sup>2</sup>/elétron)[3].*

<i>Energia inicial</i>		${}_e\sigma$	${}_e\sigma_s$	${}_e\sigma_a$
$\alpha =$ $h\nu/m_0c^2$	<i>Mev</i>			
0,025	0,0128	6,31	6,31	0,00
0,05	0,0256	6,07	5,79	0,28
0,075	0,0383	5,83		
0,10	0,0511	5,599	5,138	0,461
0,15	0,0767	5,243		
0,20	0,102	4,900	4,217	0,683
0,25	0,128	4,636		
0,30	0,153	4,410	3,597	0,813
0,40	0,204	4,032	3,152	0,880
0,50	0,255	3,744	2,818	0,928
0,60	0,307	3,507	2,551	0,956
0,70	0,358	3,309	2,337	0,972
0,80	0,409	3,140	2,158	0,982
0,90	0,460	2,994	2,008	0,986
1,0	0,511	2,866	1,879	0,987
1,5	0,767	2,397	1,423	0,965
2,0	1,022	2,090	1,164	0,926
2,5	1,278	1,868	0,983	0,884

3,0	1,533	1,696	0,852	0,844
3,5	1,789	1,559	0,753	0,806
4,0	2,044	1,446	0,674	0,772
4,5	2,300	1,351	0,611	0,739
5,0	2,555	1,269	0,559	0,710
6,0	3,066	1,136	0,477	0,659
7,0	3,577	1,031	0,417	0,614
8,0	4,088	0,9465	0,370	0,5765
9,0	4,599	0,876	0,333	0,543
10,0	5,108	0,8168	0,3023	0,5145
12,0	6,132	0,722	0,256	0,466
20,0	10,22	0,502	0,158	0,344
30,0	15,33	0,371	0,107	0,264
50,0	25,55	0,250	0,066	0,184
70,0	35,77	0,191	0,047	0,144
100,0	51,10	0,143	0,033	0,110

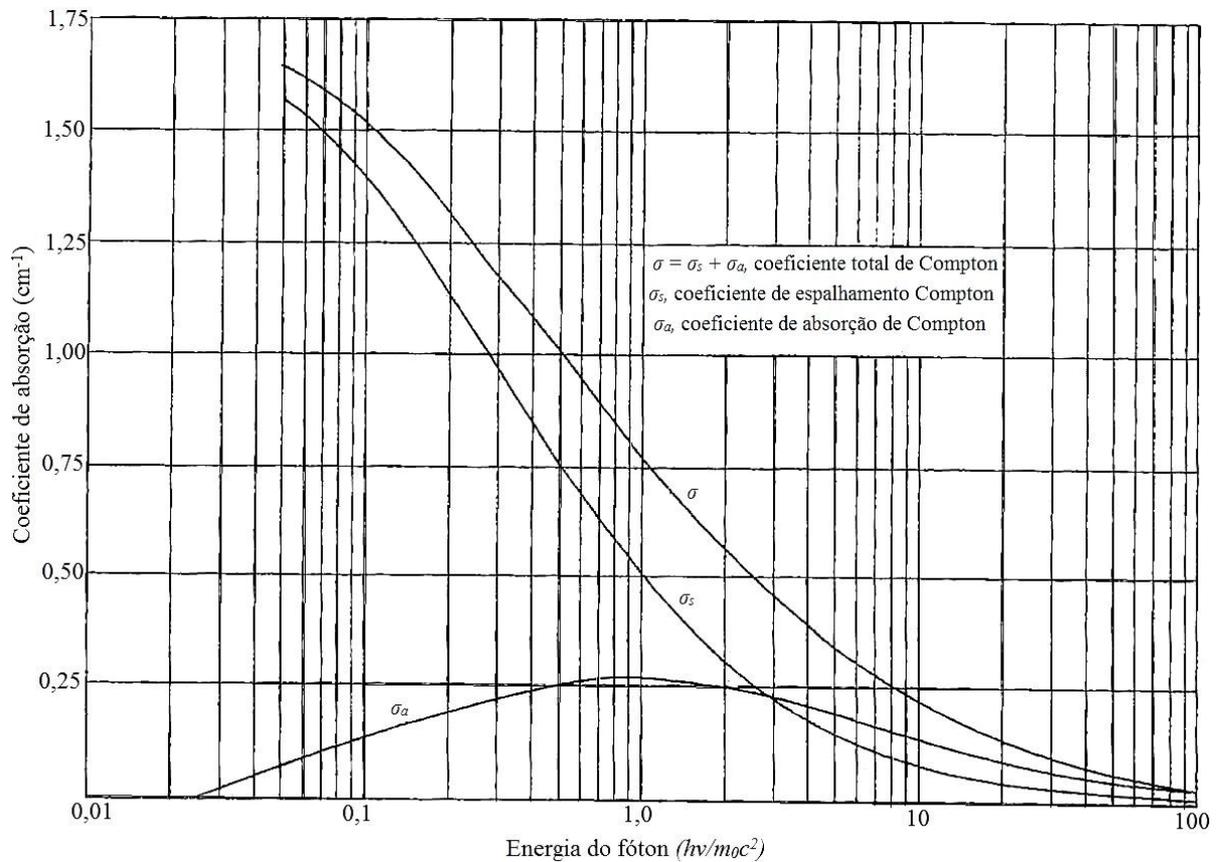


Figura 6.3: Os coeficientes de absorção por centímetro como funções da energia do fóton para o efeito Compton no chumbo;  $\sigma$  é o coeficiente total,  $\sigma_s$  é o coeficiente de espalhamento de Compton e  $\sigma_a$  é o coeficiente de absorção de Compton[3].

As Eqs. (6.19) e (6.22) mostram que o espalhamento Compton por elétron é independente de  $Z$ , de modo que o espalhamento por átomo é proporcional a  $Z$ .

O coeficiente total de espalhamento por elétron,  $\sigma_e$ , decresce com o aumento da energia do fóton, como pode ser visto a partir dos valores na Tabela 6.3.

## 6.5 Formação de pares elétron-pósitron

A equação de Schroedinger, equação fundamental da mecânica quântica, não satisfazia a condição de invariância postulada pela teoria da relatividade restrita. Quando a teoria do átomo de Bohr foi substituída pela mecânica quântica, o problema do tratamento relativístico do elétron ainda permanecia. Este problema foi resolvido por Dirac, que deduziu uma equação, a equação do elétron de Dirac, em que para resolvê-la, é necessário supor que o elétron pode existir em dois conjuntos de estados quânticos, um de energia positiva (incluindo a energia de repouso) e o outro de energia negativa. Descobriu-se que os valores possíveis de energia de um elétron livre ou são maiores que  $+m_0c^2$ , ou menores que  $-m_0c^2$ , e que não existem energias possíveis para o elétron entre estes dois limites. Tal estado de coisas é mostrado na Figura 6.4, onde as regiões sombreadas são aquelas nas quais valores de energia dos elétrons existem. De um ponto de vista clássico, um estado de energia negativa não teria significado físico real. Entretanto, de acordo com a teoria quântica, um elétron pode fazer uma transição descontínua entre um estado de energia e outro, de modo que não existe nenhuma maneira de impedir um salto de um estado de energia positiva para um estado de energia negativa.

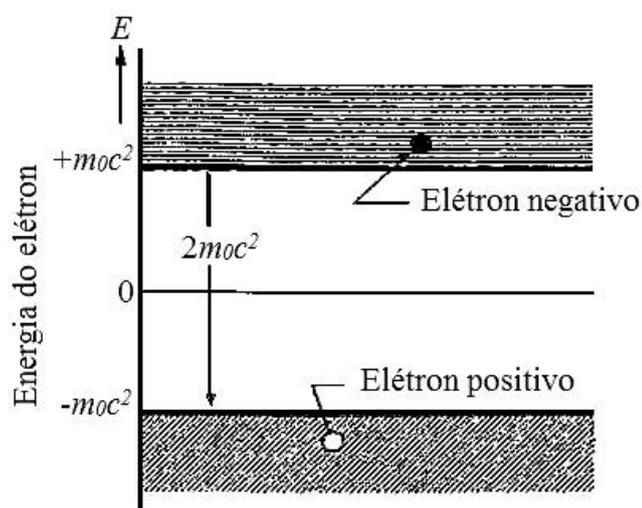


Figura 6.4: Valores possíveis da energia de um elétron de acordo com a teoria de Dirac[3].

Dirac evitou a dificuldade supondo que os estados de energia negativa são reais, mas que todos eles estão usualmente ocupados. Os elétrons que são ordinariamente observados são aqueles em estados de energia positivos. Suponha que um elétron esteja faltando na distribuição dos estados de energia negativos. O estado vazio, de acordo com Dirac, apareceria como uma partícula de energia positiva e carga positiva. Este lugar vazio, ou “buraco de Dirac”, se comportaria portanto como uma partícula carregada positivamente.

Em 1933, Anderson, durante o curso de um estudo de raios cósmicos por meio de uma câmara de nuvens, observou partículas com a mesma massa que um elétron e com uma carga elétrica igual em magnitude, mas de sinal oposto à do elétron. deu-se o nome de pósitron a esta partícula e ela foi identificada com os “buracos” de Dirac. Em termos da teoria de Dirac, a produção de um pósitron é interpretada da seguinte maneira. Um fóton de energia maior que  $2m_0c^2$  pode elevar um elétron de um estado de energia negativa para um estado de energia positiva. O desaparecimento de um elétron de um estado de energia negativo deixa um buraco, o que significa o aparecimento de um pósitron; o aparecimento de um elétron no estado de energia positiva significa o aparecimento de um elétron comum.

Seções de choque para a produção de pares  ${}_a\kappa$ , são usualmente expressas em unidades da quantidade

$$\bar{\phi} = \frac{Z^2}{137} \left( \frac{e^2}{m_0c^2} \right)^2 = Z^2 \times 5,796 \times 10^{-28} \text{ cm}^2 \quad (6.25)$$

Curvas de  ${}_a\kappa/\bar{\phi}$  como uma função de  $\alpha = hv/m_0c^2$  são mostradas na Figura 6.5 para ar e chumbo; valores de  ${}_a\kappa/\bar{\phi}$  e  ${}_a\kappa/Z^2$  para Al e Pb são listados em diversas energias de fótons na Tabela 6.4. Para energias de fótons acima de  $10m_0c^2$  ou cerca de 5 Mev, é necessário levar em conta um efeito chamado de blindagem. Nestas energias, o par elétron-pósitron provavelmente se forma a alguma distância do núcleo. Quando esta distância é maior do que o raio de algumas camadas eletrônicas, o campo em que os pares são criados é menor do que o criado pelo núcleo e a probabilidade da formação de pares se reduz bastante.

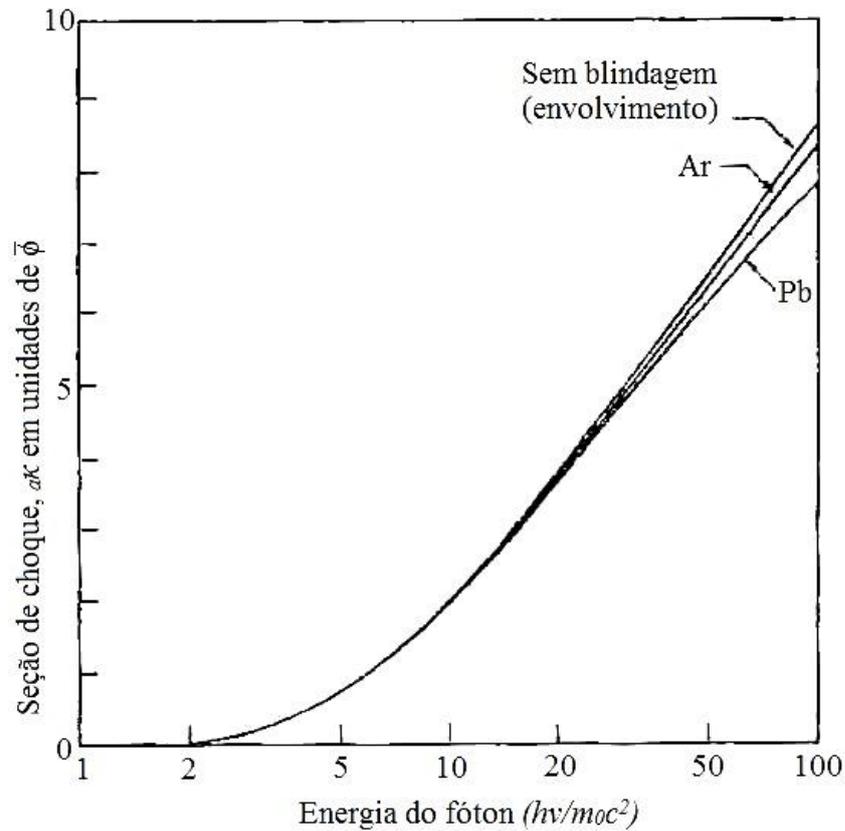


Figura 6.5: Seção de choque para formação de pares por átomo como função da energia do fóton;  $a\kappa$  em unidades de  $\bar{\phi}$ [3].

Tabela 6.4: Seções de choque para formação de pares[3].

Energia do fóton, Mev	$a\kappa/\bar{\phi}$		$a\kappa/Z^2$ , em unidades de $10^{-27} \text{cm}^2/\text{átomo}$	
1,533	0,086		0,050	
2,043	0,327		0,189	
3,065	0,905		0,524	
5,108	1,98		1,15	
	Al	Pb	Al	Pb
7,662	2,93	2,86	1,70	1,66
10,22	3,66	3,60	2,12	2,08
17,01	5,07	4,90	2,94	2,84
25,54	6,14	5,96	3,56	3,46

Conclui-se, a partir da maneira pela a seção de choque para a formação de pares depende de  $Z$  e da energia, que este processo é importante para altas energias e elementos pesados. A contribuição da formação de pares para o coeficiente de absorção total  $\mu$  do chumbo é igual àquela do efeito Compton em cerca de 4,75 Mev. Acima desta energia, a formação de pares predomina.

Na aniquilação elétron-pósitron, um pósitron após ser formado, colide com átomos, e quando esta praticamente em repouso, interage com um elétron, onde ambos desaparecem e surgem dois fótons se movendo em direções opostas, cada um com energia de 0,511 Mev, chamados de radiação de aniquilação, radiação está secundária e de baixa energia.

## 6.6 A absorção de raios gama pela matéria: comparação dos resultados experimentais e teóricos

Podem-se obter valores teóricos do coeficiente de absorção  ${}_a\mu$  ou  $\mu$  a partir dos valores dos coeficientes parciais dados nas Tabelas 6.2, 6.3 e 6.4., e a partir de gráficos daqueles dados. Usa-se o seguinte procedimento:

1. Valores de  ${}_a\tau/Z^5n$  para diferentes valores de  $n$  são obtidos a partir da Tabela 6.2 ou a partir de gráficos dos dados na tabela. Obtêm-se valores da seção de choque fotoelétrico por átomo  ${}_a\tau$ , multiplicando-se por  $Z^5n$ .
2. Obtêm-se valores da seção de choque de Compton por átomo  ${}_a\sigma$  a partir dos dados na Tabela 6.3, multiplicando-se os valores de  ${}_e\sigma$  por  $Z$ , com relação análoga à Eq. (6.5).
3. Os valores de  ${}_a\kappa/\bar{\phi}$  são obtidos a partir da Tabela 6.4 ou Figura 6.5 para os mesmos valores de  $n(= 1/\alpha)$  usado nos dois primeiros passos e multiplicados por  $\bar{\phi} = 5,796 \times 10^{-28}Z^2$  para dar a seção de choque para produção de pares por átomo  ${}_a\kappa$ .

O coeficiente de absorção total por átomo  ${}_a\mu$  é então

$${}_a\mu = {}_a\tau + {}_a\sigma + {}_a\kappa . \quad (6.26)$$

O coeficiente de absorção de massa  $\mu/\rho$  é

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N}{A} ({}_a\tau + {}_a\sigma + {}_a\kappa) . \quad (6.27)$$

O coeficiente de absorção  $\mu$  é

$$\mu = \frac{\rho N}{A} ({}_a\tau + {}_a\sigma + {}_a\kappa) . \quad (6.28)$$

Foram preparados por Davisson e Evans tabelas dos valores de  $a\tau$ ,  $a\sigma$ ,  $a\kappa$  e  $a\mu$ , para 24 elementos, do hidrogênio ( $Z = 1$ ) ao bismuto ( $Z = 83$ ). Seus valores para o chumbo estão listados na Tabela 6.5, juntamente com os valores de  $\mu/\rho$  e  $\mu$ . Os valores da seção de choque por átomo estão em unidades de  $10^{-24}$   $\text{cm}^2/\text{átomo}$ . Coeficientes de absorção de massa  $\mu/\rho$  ( $\text{cm}^2/\text{g}$ ) estão listados na Tabela 6.6 para quatro absorvedores comumente usados (água, alumínio, ferro, e chumbo).

Tabela 6.5: Valores dos coeficientes de absorção para o chumbo (em unidades de  $10^{-24}$   $\text{cm}^2/\text{átomo}$ )[3].

Energia do fóton, Mev	Fotoelétrico $a\tau$	Compton $a\sigma$	Formação de pares $a\kappa$	Total $a\mu$	Coeficiente por cm, $\mu$ , $\text{cm}^{-1}$	Coeficiente de massa $\mu/\rho$ , $\text{cm}^2/\text{g}$
0,1022	1782	40,18		1822	59,9	5,30
0,1277	985	38,01		1023	33,6	2,97
0,1703	465	35,04		500	16,4	1,45
0,2554	161	30,70		192	6,31	0,558
0,3405	75,7	27,63		103,3	3,39	0,300
0,4086	47,8	25,74		73,5	2,42	0,214
0,5108	27,7	23,50		51,2	1,68	0,149
0,6811	14,5	20,73		35,2	1,16	0,102
1,022	6,31	17,14		23,45	0,771	0,0682
1,362	3,86	14,81	0,1948	18,87	0,620	0,0549
1,533		13,91	0,3313			
2,043	2,08	11,86	1,247	15,19	0,499	0,0442
2,633						
3,065		9,313	3,507			
4,086	0,869	7,761	5,651	14,28	0,469	0,0415
5,108	0,675	6,698	7,560	14,93	0,491	0,0434
6,130		5,917	9,119			
10,22	0,316	4,115	14,04	18,47	0,607	0,0537
15,32	0,206	3,042	18,00	21,25	0,698	0,0618
25,54	0,122	2,044	23,24	25,41	0,835	0,0739

Tabela 6.6: Coeficiente de absorção de massa ( $\mu/\rho$ ,  $\text{cm}^2/\text{g}$ )[3].

Energia do fóton, Mev	Água	Alumínio	Ferro	Chumbo
0,1	0,167	0,160	0,342	5,29
0,15	0,149	0,133	0,182	1,84
0,2	0,136	0,120	0,138	0,895
0,3	0,118	0,103	0,106	0,335
0,4	0,106	0,0922	0,0918	0,208
0,5	0,0967	0,0840	0,0828	0,145
0,6	0,0894	0,0777	0,0761	0,114

0,8	0,0786	0,0682	0,0668	0,0837
1,0	0,0706	0,0614	0,0595	0,0683
1,5	0,0576	0,0500	0,0484	0,0514
2,0	0,0493	0,0431	0,0422	0,0514
3,0	0,0396	0,0353	0,0359	0,0410
4,0	0,0339	0,0310	0,0330	0,0416
5,0	0,0302	0,0284	0,0314	0,0430
6,0	0,0277	0,0266	0,0305	0,0455
8,0	0,0242	0,0243	0,0298	0,0471
10,0	0,0221	0,0232	0,0300	0,0503

As seções de choque parciais e totais por centímetro, para o chumbo, estão colocados num gráfico da Figura 6.6.

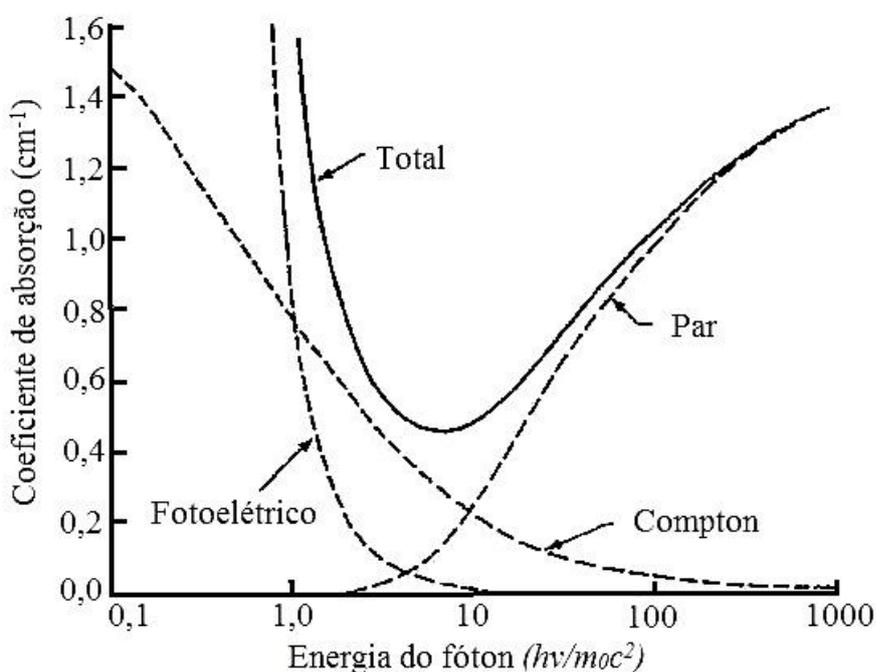


Figura 6.6: Coeficiente de absorção total do chumbo, mostrando as contribuições da absorção fotoelétrica, espalhamento Compton e formação de pares[3].

A seguinte tabela indica as faixas de energia em que os vários efeitos fazem suas maiores contribuições num elemento leve (alumínio) e num elemento pesado (chumbo).

	<i>Efeito fotoelétrico</i>	<i>Efeito Compton</i>	<i>Formação de Pares</i>
Alumínio	< 0,05 Mev	0,05-15 Mev	> 15 Mev
Chumbo	< 0,5 Mev	0,5-5 Mev	> 5 Mev

A variação da curva do coeficiente de absorção *vs.* energia de elemento a elemento é mostrada para as curvas do alumínio, cobre, estanho e chumbo, na Fig. 6.7.

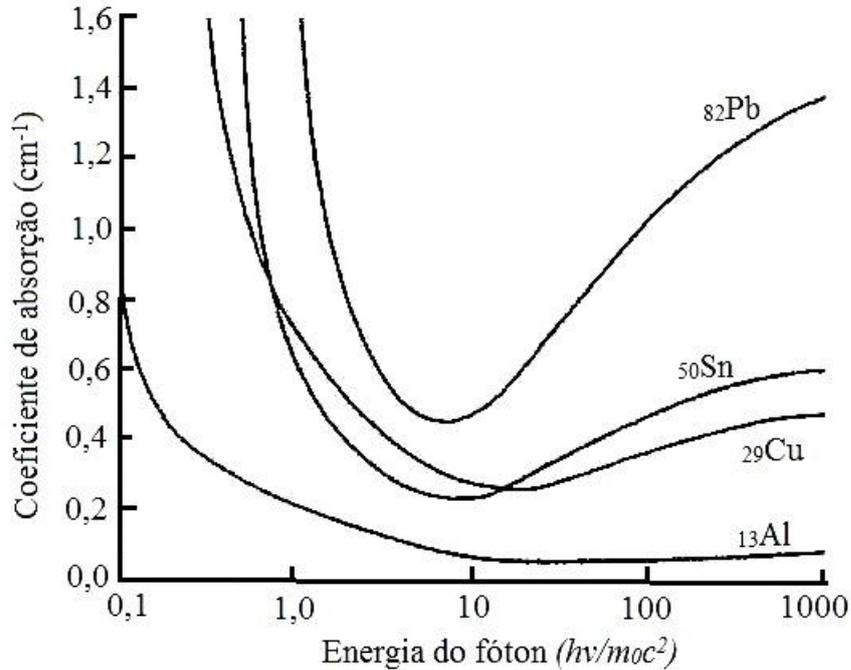


Figura 6.7: Os coeficientes de absorção total do alumínio, cobre, estanho e chumbo[3].

A produção de radionuclídeos artificiais forneceu fontes de raios  $\gamma$  monoenergéticos com energias na faixa de 0,5 a 2,8 Mev, e feixes de raios  $\gamma$  monoenergéticos de energia maior foram obtidos produtos de reações nucleares. Descobriu-se que na faixa de energias de 0,1 Mev a 6 Mev os valores teóricos do coeficiente de absorção calculados a partir das atuais teorias do efeito fotoelétrico, efeito Compton e produção de pares concordam bem com os valores medidos experimentalmente.

## 6.7 A medida das energias dos raios gama

Como raios  $\gamma$  são radiações eletromagnéticas, o método mais direto é determinar o comprimento de onda e portanto a energia, usando-se um cristal como rede de difração. Um instrumento de alta precisão chamado de espectrômetro focalizador de cristal curvo foi usado por DuMond, mostrado esquematicamente na Figura 6.8.

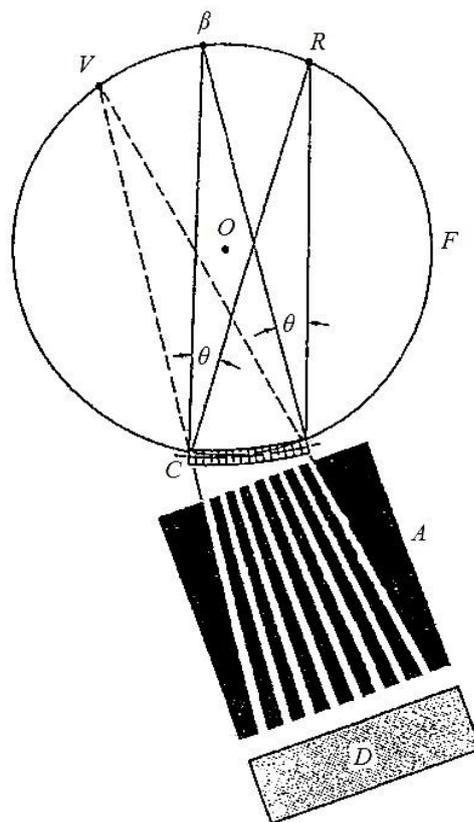


Figura 6.8: Diagrama esquemático de um espectrômetro de raios  $\gamma$  de cristal (DuMond)[3].

O cristal de difração de quartzo  $C$  é curvado e colocado de modo que os planos de difração se encontram, quando estendidos, numa linha em  $\beta$ , normal ao plano da figura. O raio de curvatura do cristal então é o diâmetro do círculo de foco  $F$  mostrado (2,0 m). Se a fonte de raios  $\gamma$  está no foco real  $R$ , e se a condição de Bragg dada pela Eq. (B1), no apêndice B, é satisfeita, existe um feixe difratado que entra no detector  $D$  como se viesse de uma fonte virtual em  $V$ ; o ângulo de Bragg é indicado por  $\theta$ . A taxa de contagem do detector é determinada como função da posição da fonte à medida que a fonte se move ao redor do círculo de focos; a contagem tem um máximo estreito no ponto para o qual um forte feixe difratado ocorre. A posição deste ponto determina o comprimento de onda e portanto a frequência e energia dos raios  $\gamma$ . Métodos de difração de cristal têm entretanto duas desvantagens. Primeiro, as medidas se tornam mais difíceis e menos precisas à medida que a energia dos raios  $\gamma$  aumenta e comprimento de onda decresce, com o resultado de que elas não podem ser feitas acima de 1 Mev. Segundo, elas requerem fontes muito ativas e estas nem sempre são disponíveis.

Raios gama de energia moderada são estudados mais frequentemente por meio dos fotoelétrons ejetados e elétrons de Compton que recuam a partir de um material apropriado

chamado de radiador. As energias dos elétrons ejetados são medidas com um espectrômetro magnético, como descrito na Seção 5.1. Quando o efeito Compton é usado, a fonte é envolvida num absorvedor de material de número atômico pequeno como o alumínio, suficientemente espesso para parar todos os elétrons primários e outras partículas carregadas, mas não os raios  $\gamma$ . Os elétrons de Compton ejetados do radiador, que é geralmente uma folha fina, são focados no espectrômetro e formam um espectro contínuo com um limite superior muito bem definido. O limite superior corresponde a elétrons ejetados na direção frontal da superfície do absorvedor, e está relacionado com a energia do raio  $\gamma$  pela Eq.(6.18). Se  $T_m$  é a energia máxima do elétron, e  $h\nu$  é a energia do raio  $\gamma$  desejada, então

$$h\nu = \frac{1}{2} [T_m + (T_m^2 + 2T_m m_0 c^2)^{1/2}] \quad (6.29)$$

Um diagrama esquemático de um arranjo para medir as energias dos raios  $\gamma$  a partir de uma fonte que emitia tanto partículas  $\beta$  quanto raios  $\gamma$  é mostrado na Figura 6.9.

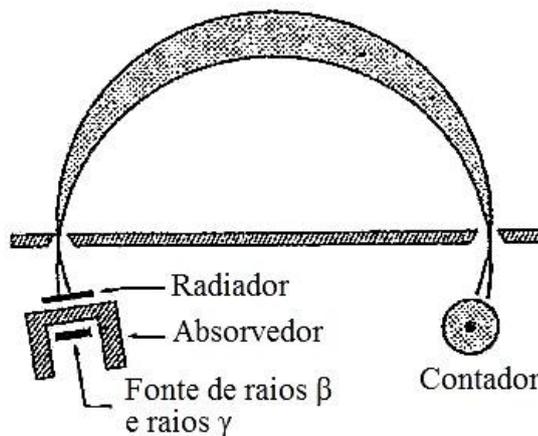


Figura 6.9: Diagrama de um arranjo para medir as energias dos raios  $\gamma$  a partir de uma fonte de raios  $\beta$  e raios  $\gamma$ [3].

Se o radiador é uma fina folha de material de número atômico intermediário ou alto, os fotoelétrons ejetados dele formam um espectro de linhas. Aparecem linhas correspondentes aos elétrons da camada  $K$  e  $L$ , e para espectrômetros de resolução muito alta mesmo elétrons  $M$  podem ser resolvidos. A energia dos elétrons numa dada linha pode ser determinada a partir da posição da linha (isto é, do valor de  $Hr$ ) e a energia do raio  $\gamma$  é obtida somando-se a

energia de ligação do elétron na camada na qual ele foi ejetado com a energia do elétron medida.

O espectro de partículas  $\beta$  de dois radiadores, produzido por raios  $\gamma$  a partir de  $\text{Mn}^{52}$ , e medido com aquele instrumento, é mostrado na Figura 6.10. Existem quatro picos pronunciados causados pelos raios  $\gamma$  de energias  $0,510 \pm 0,01$  Mev,  $0,734 \pm 0,015$  Mev,  $0,094 \pm 0,02$  Mev e  $1,46 \pm 0,03$  Mev. A menor energia dos raios  $\gamma$  é sem dúvida a radiação de aniquilação, já que o  $\text{Mn}^{52}$  é um emissor de pósitrons.

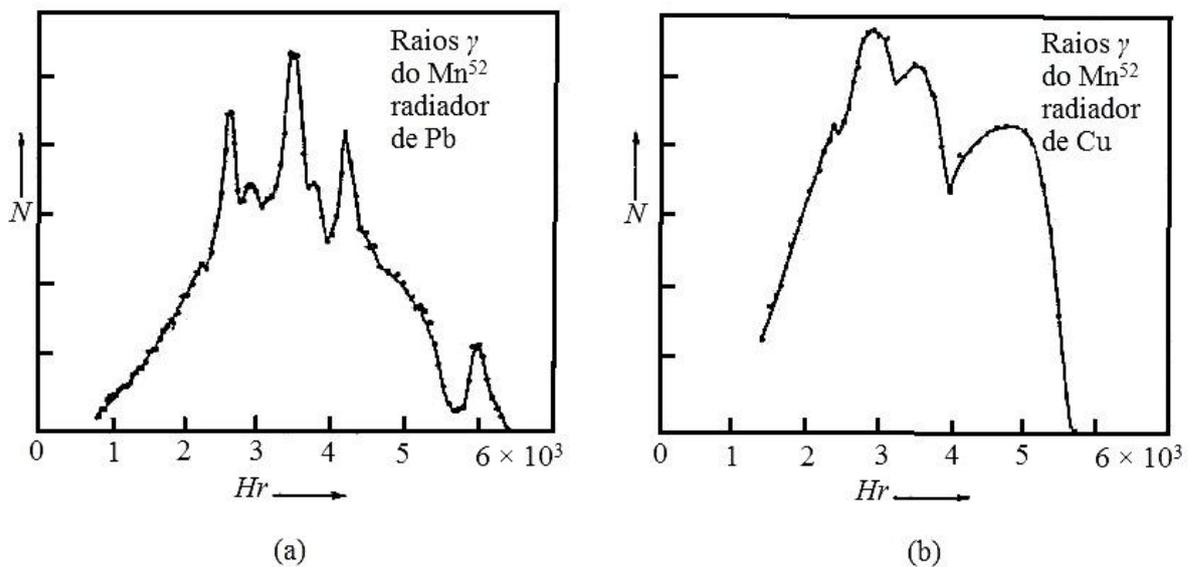


Figura 6.10: (a) Fotoelétrons e elétrons de recuo de Compton ejetados a partir de um radiador de chumbo pelos raios  $\gamma$  do  $\text{Mn}^{52}$ ; os picos são causados pelos fotoelétrons. (b) Elétrons de recuo de Compton ejetados de um radiador de cobre pelos raios  $\gamma$  do  $\text{Mn}^{52}$  (Peacock e Deutsch)[3].

Em energias maiores, acima de 2 ou 3 Mev, os raios  $\gamma$  são mais bem estudados com um espectrômetro de pares, porque a probabilidade de formação de pares aumenta com o aumento da energia do fóton. Um feixe de raios  $\gamma$  colimado incide sobre um radiador e ejeta um par elétron-pósitron dele. Os elétrons e pósitrons são focalizados separadamente num campo magnético uniforme em diversos contadores. É necessário detectar simultaneamente o elétron e o pósitron produzidos por um raio  $\gamma$ , e isto pode ser feito usando-se técnicas de coincidência.

No método da coincidência, somente a detecção simultânea de dois eventos em diferentes contadores é registrada. Dois eventos ocorrendo dentro de um intervalo de tempo menor que o tempo de resolução e detectados por contadores separados são chamados de coincidentes. As

energias do par elétron-pósitron são determinadas a partir de seus valores de  $Hr$ , e a soma das energias junto com as energias de repouso (1,02 Mev) dá a energia do raio  $\gamma$ .

As energias dos raios  $\gamma$  também podem ser obtidas a partir de medidas das energias dos elétrons de conversão interna, onde os elétrons secundários vêm não do radiador, mas do próprio átomo radioativo. As energias dos elétrons são determinadas por análises magnéticas e aparecem como um espectro secundário ou espectro de linhas de emissores  $\beta$ .

Métodos de absorção também podem ser usados para determinar as energias de raios  $\gamma$ , e isso é possível com um arranjo similar àquele da Figura 5.3, onde o contador de partículas  $\beta$  da figura é substituído por um contador  $\gamma$ .

Também é possível determinar energias de raios  $\gamma$  medindo-se o alcance máximo dos elétrons Compton ejetados a partir de um radiador pelos raios  $\gamma$ . As medidas de alcance podem ser feitas numa câmara de nuvens ou com métodos de coincidência.

O último método a ser mencionado é o do espectrômetro de cintilação que será discutido no próximo capítulo. Neste método, um contador de cintilação age como um contador proporcional para medir as energias dos elétrons produzidos pela radiação  $\gamma$ , e portanto as energias dos raios  $\gamma$ .

## 6.8 Decaimento gama: conversão interna

Supusemos na seção 4.5 que um núcleo que foi deixado num estado excitado após um decaimento  $\alpha$  ou  $\beta$  pode passar a um estado menos excitado ou emitindo um raio  $\gamma$  ou por conversão interna.

Nem sempre fica claro que a emissão de raios  $\gamma$  siga a de partículas  $\alpha$  ou  $\beta$ , e foram realizados trabalhos consideráveis nos anos 20 para provar isto. Um método, usado por Rutherford e Wooster, dependia da medida das linhas de raios X secundários que acompanham o decaimento do RaB. O Rádio B, com uma meia-vida de 26,8 min, emite elétrons e raios  $\gamma$ , e o espectro de partículas  $\beta$  mostra diversas linhas correspondendo à conversão interna em várias camadas eletrônicas. Depois que os elétrons da conversão interna são emitidos, as vagas nas camadas eletrônicas são preenchidas com a emissão de raios X característicos. Rutherford e Wooster determinaram os comprimentos de onda de algumas das linhas  $L$  de raios X queacompanham o decaimento  $\beta$  do RaB e descobriram que os comprimentos de onda concordam muito bem com os valores aceitos para o número atômico

83. Como o decaimento de RaB causa uma mudança no número atômico de 82 para 83, o resultado mostrou que a conversão interna ocorre após a mudança no número atômico.

A emissão de um elétron de conversão interna após o decaimento radioativo implica que a reorganização do núcleo produto ocorre depois que o processo de decaimento ocorreu. Provou-se sem sombra de dúvida que a energia liberada na conversão interna é a mesma que a liberada na emissão de um raio  $\gamma$ , de modo que ambos os processos representam a mesma reorganização do núcleo produto, e a emissão do raio  $\gamma$  deve portanto seguir a da partícula  $\alpha$  e  $\beta$ .

Outra experiência engenhosa sobre o tempo da emissão de elétrons de conversão interna foi a de Ellis e Wooster. Eles colocaram uma fonte de RaB dentro de um tubo de platina espesso, sobre o qual foi colocada uma fina camada de RaB. Os raios da fonte interna ejetavam fotoelétrons da platina, com energias  $h\nu - K_{Pt}$ ,  $h\nu - L_{Pt}$ , ..., onde  $K_{Pt}$  é a energia de ligação do elétron na camada  $K$  da platina, e assim por diante. Ao mesmo tempo em que os raios  $\gamma$  vindos da fonte de fora do tubo eram acompanhados por elétrons de conversão interna com energias  $h\nu - K_{RaB}$ ,  $h\nu - L_{RaB}$  ... Os elétrons foram estudados por deflexão magnética, tendo sido tiradas fotografias simultaneamente, na mesma chapa fotográfica, do espectro fotoelétrico e do espectro de conversão interna. A diferença de energia dos grupos de elétrons correspondentes é  $K_{RaB} - K_{Pt}$ ,  $L_{RaB} - L_{Pt}$  ..., onde  $K_{RaB}$  é a energia de ligação de um elétron na camada  $K$  do RaB etc. A diferença de energia para as linhas  $K$  foi calculada teoricamente como  $K_{82} - K_{78}$  ou  $K_{83} - K_{78}$ , dependendo de se supor que os elétrons de conversão interna e raios  $\gamma$  vinham do núcleo pai RaB ( ${}_{82}\text{Pb}^{214}$ ) ou a partir do núcleo produto RaC ( ${}_{83}\text{Bi}^{214}$ ), e comparada com resultados experimentais. As energias de ligação dos elétrons nas camadas  $K$  e  $L$  da platina ( $Z = 78$ ) e dos elementos com  $Z = 82$  e  $83$  eram bem conhecidas, e os valores experimentais das diferenças de energia podiam ser obtidos a partir do espaçamento entre lilhas (valores de  $Hr$ ) vistos na chapa fotográfica. Este procedimento foi usado para várias linhas diferentes e em cada caso o resultado experimental concordava com o valor calculado para  $Z = 83$  e não com valor calculado para  $Z = 82$ . Tais resultados mostraram novamente que o elétron de conversão interna e portanto o raio  $\gamma$  são emitidos após a partícula  $\beta$ , e em cada caso mostrou-se que os raios  $\gamma$  são emitidos após a desintegração da partícula.

os raios  $\gamma$  que foram considerados até agora são todos emitidos imediatamente após a partícula  $\alpha$  ou  $\beta$ , e não foi possível medir o intervalo de tempo entre dois processos de decaimento, porque é muito curto. De acordo com a teoria, o tempo de vida do raio  $\gamma$  para

estes núcleos é da ordem de grandeza de  $10^{-13}$  a  $10^{-11}$  s. Consequentemente, a intensidade dos raios  $\gamma$  decai com a mesma meia-vida que a do núcleo pai.

A frequência relativa com que a emissão  $\gamma$  e a conversão interna ocorrem num dado nuclídeo é um tema de grande interesse do ponto de vista da teoria e é expressa pela quantidade chamada de coeficiente de conversão interna. Este coeficiente é definido como a razão entre o número de elétrons de conversão interna para o número de fótons de raios  $\gamma$  emitidos e existem vários coeficientes para as diferentes camadas eletrônicas.

## 6.9 Decaimento gama e níveis de energia nucleares: teoria

O estudo dos raios  $\gamma$  e elétrons de conversão interna emitidos em transições a partir de níveis excitados dos núcleos para níveis menos excitados ou estáveis é uma das maiores fontes do nosso conhecimento sobre níveis de energia nucleares. Estes níveis são caracterizados pelas suas propriedades estacionárias, energia, momento angular (spin) e paridade. As energias dos raios  $\gamma$  ou elétrons de conversão determinam as energias das transições que dão, por sua vez, as diferenças de energia entre os níveis. Algumas informações sobre os momentos angulares e paridade dos níveis podem ser obtidas combinando-se os resultados experimentais com relações teóricas entre a probabilidade de decaimento e a energia dos raios  $\gamma$ .

Provou-se que é muito útil expressar a interação (força ou potencial) entre o núcleo e radiação eletromagnética em termos de uma série infinita de potências da razão  $R/\lambda$ , onde  $R$  é a dimensão linear que caracteriza o núcleo e é tomado como sendo o raio do núcleo, enquanto que  $\lambda$  é a quantidade que caracteriza a radiação e é seu comprimento de onda dividido por  $2\pi$ . O raio nuclear pode ser escrito na forma

$$R = R_0 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm} , \quad (6.30)$$

onde  $R_0$  é uma constante com um valor de cerca de 1,5 e  $A$  é o número de massa do núcleo. O comprimento da radiação  $\gamma$  é dado por

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{hv/c} = \frac{hc}{E} .$$

Onde  $E$  é em Mev e  $\lambda$  em cm,

$$\lambda = \frac{197}{E(\text{Mev})} \times 10^{-13} \text{ cm} , \quad (6.31)$$

e

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{R_0 A^{1/3} E(\text{Mev})}{197} . \quad (6.32)$$

$A^{1/3}$  tem valores que vão até 6, e  $E$  é geralmente cerca de 1 ou 2 Mev, de modo que a razão  $R/\lambda$  é quase sempre menor que 0,1. A expressão para a probabilidade de decaimento (constante de desintegração) é dada pela teoria como uma série infinita de potências de  $(R/\lambda)^2$ . Os termos sucessivos na série decrescem muito rapidamente e a probabilidade de decaimento é dada quase completamente pelo primeiro termo não-nulo da série, como no caso do decaimento  $\beta$ . Este termo dá origem a uma transição permitida; os termos seguintes, que são muito menores, dão origem a transições proibidas, que por sua vez também são importantes no decaimento  $\gamma$ .

O procedimento de expansão separa a radiação do núcleo em tipos distintos chamados de radiações de multipolo. Esta separação corresponde a separar os raios  $\gamma$  emitidos (fótons) de acordo com o momento angular  $L\hbar$  carregado por cada fóton. Em outras palavras, para um raio  $\gamma$  de uma dada energia, podem ser emitidos fótons que diferem nos seus momentos angulares. A probabilidade de decaimento é a soma das probabilidades parciais para a emissão destes diferentes tipos de raios  $\gamma$ ; mas nesta soma, um dos termos, o primeiro não nulo, predomina. Fótons só podem ter valores inteiros de  $L$ ; o valor  $L = 0$  é eliminado como consequência do fato de que as ondas eletromagnéticas são de natureza transversal. A radiação de multipolo é caracterizada pela sua ordem, dada por  $2^L$ . Para  $L = 1$ , a radiação corresponde àquela emitida por um dipolo vibrante; para  $L = 2$ , um quadripolo vibrante, e assim por diante. Para cada valor de  $L$  existem duas classes de radiação, chamadas de radiações de multipolo elétricas e magnéticas, que diferem nas suas paridades. Um multipolo elétrico tem uma paridade par quando  $L$  é par, e paridade ímpar quando  $L$  é ímpar. A radiação de multipolo magnético tem paridade ímpar quando  $L$  é par e paridade par quando  $L$  é ímpar; paridade de multipolo elétrico =  $(-1)^L$ , paridade de multipolo magnético =  $-(-1)^L$ , onde +1 significa paridade par e -1 significa paridade ímpar. Um dado processo de decaimento  $\gamma$  pode

deixar a paridade da função de onda do núcleo imutável, ou mudar sua paridade; em cada caso, a paridade da função de onda do sistema inteiro, núcleo e radiação, se conserva.

São mostradas na Tabela 6.7 regras de seleção que devem ser obedecidas. As regras de seleção para a emissão de raios  $\gamma$  ( ou para sua absorção) definem aquelas combinações de  $L$  e paridade que dão termos não nulos na probabilidade da transição.

No caso de transições de multipolos elétricos de ordem  $2^L$ , mostrou-se que a probabilidade de decaimento pode ser escrita da seguinte forma, quando o modelo das partículas independentes ou de camada do núcleo são usados:

$$\lambda_{EL} = 2\pi\nu \frac{e^2}{\hbar c} S \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2L}; \quad (6.33)$$

onde  $\lambda_{EL}$  é a constante de desintegração ( ou meia-vida recíproca) para o decaimento  $\gamma$  com a emissão de radiação  $EL$ , e  $\nu$  é a frequência da radiação emitida. A quantidade  $S$  é dada por

$$S = \frac{2(L+1)}{L[1 \times 3 \times 5 \dots (2L+1)]^2} \left(\frac{3}{L+3}\right)^2; \quad (6.34)$$

e tem os seguintes valores:

$L$	$S$
1	$2,5 \times 10^{-1}$
2	$4,8 \times 10^{-3}$
3	$6,25 \times 10^{-5}$
4	$5,3 \times 10^{-7}$
5	$3,1 \times 10^{-9}$

A probabilidade de emissão de radiação de multipolo magnético é dada por

$$\lambda_{ML} = 2\pi\nu \frac{e^2}{\hbar c} (10S) \left(\frac{\hbar}{McR}\right)^2 \left(\frac{R}{\hbar}\right)^{2L}, \quad (6.35)$$

onde  $M$  é a massa de um núcleon. Para um dado valor de  $L$ , a radiação de multipolo elétrico é mais provável do que a radiação de multipolo magnético, com

$$\frac{\lambda_{EL}}{\lambda_{ML}} = \frac{1}{10} \left( \frac{R}{\hbar/Mc} \right)^2 = 4,4A^{2/3} ; \quad (6.36)$$

é usado  $\hbar/Mc = 0,211 \times 10^{-13} \text{ cm}$  e  $R = 1,4 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}$ , pois são considerados apropriados para cálculos de decaimento  $\gamma$ . As constantes de desintegração podem ser expressas em termos da energia de raio  $\gamma$  e da massa atômica do núcleo, se usarmos as Eqs.(6.30) e (6.31) e notarmos que  $e^2/\hbar c = 1/137$ ,

$$\lambda_{EL} = \frac{2\pi\nu}{137} S(R_0 A^{1/3})^{2L} \left( \frac{E(\text{Mev})}{197} \right)^{2L} . \quad (6.37)$$

A frequência  $\nu$  é proporcional à energia de modo que, multiplicando-se o numerador e o denominador do lado direito da última equação por  $h$ , e inserindo valores numéricos, obtemos

$$\lambda_{EL} = 2,4S(R_0 A^{1/3})^{2L} \left( \frac{E(\text{Mev})}{197} \right)^{2L+1} 10^{21} \text{ s}^{-1} ; \quad (6.38)$$

onde  $R_0 A^{1/3}$  é justamente o raio do núcleo em unidades de  $10^{-13} \text{ cm}$ . Da mesma forma, a Eq. (6.35) se torna

$$\lambda_{ML} = 0,55SA^{-2/3}(R_0 A^{1/3})^{2L} \left( \frac{E(\text{Mev})}{197} \right)^{2L+1} 10^{21} \text{ s}^{-1} . \quad (6.39)$$

É evidente a partir das Eqs. (6.33), (6.35), (6.38) e (6.39) com os valores de  $S$ , que a probabilidade do decaimento  $\gamma$  deve decrescer muito rapidamente com valores crescentes de  $L$ . As Eqs. (6.38) e (6.39) mostram que, para um dado valor de  $L$ , a probabilidade do decaimento  $\gamma$  deve crescer com os valores crescentes da energia dos raios  $\gamma$ . Quando o momento angular carregado pelo raio  $\gamma$  é pequeno ( $L = 1$  ou  $2$ ), isto é, quando a mudança no momento angular do núcleo é pequena, a probabilidade de decaimento é grande e a meia-vida é muito curta.

Mas, quando a mudança no momento angular do núcleo é grande (3 ou mais unidades), a probabilidade de decaimento se torna muito pequena e a meia-vida pode-se tornar longa.

## 6.10 Decaimento gama e níveis de energia nucleares: resultados experimentais e isomerismo nuclear

### 6.10.1 Tempo de vida medidos e isomerismo nuclear

A maior parte das taxas de decaimento  $\gamma$  foi determinada pela medida direta dos tempos de vida  $\tau$  dos estados excitados envolvidos. A taxa de decaimento total  $\lambda$  de um estado excitado é dada por

$$\frac{1}{\tau} = \lambda = \lambda_{\gamma} + \lambda_{\epsilon}, \quad (6.40)$$

onde  $\lambda_{\gamma}$  é a taxa de emissão de fótons e  $\lambda_{\epsilon}$  é a taxa de emissão de elétrons de conversão. O coeficiente de conversão interna  $\alpha = \lambda_{\epsilon} / \lambda_{\gamma}$  pode ser medido, ou calculado teoricamente por meio de um método que é independente do cálculo de  $\lambda_{\gamma}$ . A taxa de transição unicamente pelo decaimento  $\gamma$  é então

$$\lambda_{\gamma} = \frac{1}{\tau(1 + \alpha)} = \frac{1}{\tau_{\gamma}}. \quad (6.41)$$

Na Tabela 6.7 temos os valores teóricos dos tempos de vida, onde vemos que algumas vidas médias são muito longas para serem medidas, através das quais pode-se estudar propriedades estacionárias como o momento angular e o momento magnético. No entanto, é conhecido que a maior parte dos tempos de vida de raios  $\gamma$  é muito curta. Estas transições “atrasadas” são chamadas de transições isoméricas e os estados a partir dos quais elas se originam são chamados de estados isoméricos ou níveis isoméricos. Por causa destas transições atrasadas, existem pares de espécies nucleares que têm os mesmos números atômicos e de massa, isto é, eles são isotópicos e isobáricos, mas têm propriedades radioativas diferentes; estes núclídeos são chamados de isômeros nucleares e sua existência é denominada

isomerismo nuclear. Um estado isomérico é geralmente indicado pela letra  $m$  ligada ao número de massa do nuclídeo; assim,  $\text{In}^{113m}$  representa um nível isomérico do  $\text{In}^{113}$ .

O primeiro caso de isomerismo nuclear que foi descoberto foi aquele do  $\text{UX}_2$  e  $\text{UZ}$ , que têm o mesmo número atômico e o mesmo de massa, mas meias-vidas diferentes e emitem radiações diferentes. Tanto o  $\text{UX}_2$  como o  $\text{UZ}$  surgem do  $\text{UX}_1$  ( ${}_{90}\text{Th}^{234}$ ) por decaimento  $\beta^-$ , que dá a eles o mesmo número de massa 234, e ambos têm o mesmo número atômico  $90 + 1 = 91$ . O urânio  $\text{X}_2$  tem uma meia vida de 1,18 min, e o  $\text{UZ}$  tem uma meia-vida de 6,7 horas.

O primeiro caso bem estabelecido de isômeros produzidos artificialmente foi encontrado no bromo. Quando um alvo contendo bromo era bombardeado com nêutrons lentos, descobriu-se que o produto apresentava três meias-vidas diferentes para o decaimento  $\beta^-$ : 18 min, 4,9 h e 34 h.

Uma explicação do isomerismo foi proposta por von Weizsäcker em 1936. Ele sugeriu que um isômero é um átomo cujo núcleo está num estado excitado e que tem um momento angular que difere por várias unidades daquele de qualquer nível de energia mais baixo incluindo o estado fundamental. Von Weizsäcker mostrou que enquanto transições de raios  $\gamma$  necessitando somente de uma mudança de uma ou duas unidades de spin podiam ser esperadas com meias-vidas da ordem de  $10^{-13}$  s, aquelas com maior mudança de spin deviam resultar em meias-vidas mais longas e mensuráveis; cada unidade adicional de mudança de spin poderia aumentar a meia-vida de uma transição de uma dada energia por um fator da ordem de  $10^6$ . Posteriormente, cálculos mais detalhados, tais como aqueles discutidos na seção anterior, assim como os resultados experimentais comprovaram a hipótese de von Weizsäcker.

### 6.10.2 Relações experimentais entre tempo de vida e energia

As quantidades medidas em estudos do decaimento  $\gamma$  são  $\lambda_\gamma$  (ou  $\tau_\gamma$ ) e  $E$ ;  $A$  é um parâmetro que varia de nuclídeo a nuclídeo. A Eq. (6.38) para radiação de multipolo elétrica pode ser escrita como

$$\tau_\gamma = \text{constante} \times A^{-2L/3} E^{-(2L+1)}, \quad (6.42)$$

ou

$$\log(\tau_\gamma A^{2L/3}) = \text{constante} - (2L + 1) \log E. \quad (6.43)$$

Portanto, para um dado tipo de radiação de multipolo elétrico, um gráfico de  $\log(\tau_\gamma A^{2L/3})$  contra  $\log E$  deve ser uma linha reta com inclinação  $-(2L + 1)$ . Analogamente, para radiações de multipolo magnéticas, temos

$$\log(\tau_\gamma A^{(2L-2)/3}) = \text{constante} - (2L + 1) \log E \quad (6.44)$$

Podemos escrever as Eqs. (6.38) e (6.39) para os diferentes tipos de radiação  $\gamma$ , como listado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7: Expressões teóricas para a constante de decaimento[3].

Tipo de radiação gama	Constante de desintegração para o decaimento gama, $\lambda_\gamma: \text{cm}^{-1}$
<i>E1</i>	$1,5 \times 10^{14} A^{2/3} E^3$
<i>M1</i>	$2,8 \times 10^{13} E^3$
<i>E2</i>	$1,6 \times 10^8 A^{4/3} E^5$
<i>M2</i>	$1,2 \times 10^8 A^{2/3} E^5$
<i>E3</i>	$1,1 \times 10^2 A^2 E^7$
<i>M3</i>	$1,8 \times 10^2 A^{4/3} E^7$
<i>E4</i>	$5,0 \times 10^{-5} A^{8/3} E^9$
<i>M4</i>	$1,5 \times 10^{-4} A^2 E^9$
<i>E5</i>	$1,6 \times 10^{-11} A^{10/3} E^{11}$
<i>M5</i>	$7,5 \times 10^{-11} A^{8/3} E^{11}$

A melhor concordância quantitativa entre a teoria e a experiência é obtida para transições *M4*, que coincidentemente a maior parte dos isômeros de longa vida emite, para a qual os dados experimentais confirmam a relação

$$\tau_\gamma (s) = 1,0 \times 10^4 (2I_i + 1) A^{-2} E^{-9} ; \quad (6.45)$$

O fator  $(2I_i + 1)$ , onde  $I_i$  é o momento angular (em unidades de  $h$ ) do estado isomérico, é um fator estatístico de peso; com este fator, o desvio médio do tempo de vida experimental do valor dado pela Eq. (6.45) é estimado como sendo menor do que 30%, que representa boa concordância para este tipo de dados nucleares.

Os tempos de vida experimentais para transições *M1*, *M2* e *M3* também dependem da energia e do número de massa da maneira geral prevista com base no modelo de partículas independentes; mas os valores numéricos reais dos tempos de vida podem ser duas ou três

ordens de grandeza maiores que os valores teóricos. Encontraram-se resultados análogos para transições de multipolos elétricos; a forma geral da dependência do tempo de vida em relação à energia e número de massa concorda com a teoria. Para transições  $E3$ ,  $E4$  e  $E5$ , as taxas de decaimento são geralmente menores que aquelas previstas pela teoria, mas existem muitas transições  $E2$ , especialmente em certos núcleos par-par, que tem probabilidades de transição consideravelmente maiores do que aquelas previstas pela teoria. Teoria esta que se reverte a um modelo particular do núcleo, o modelo das partículas independentes, ou de camadas.

Os dados experimentais foram interpretados como uma prova de que este modelo fornece uma base útil para a previsão de transições eletromagnéticas em núcleos, apesar de não ser satisfatória em todos seus detalhes, entretanto, as discrepâncias entre a teoria e experiência têm sido usadas para melhorar o modelo.

### **6.10.3 Níveis de energia e esquemas de decaimento**

Alguns esquemas de decaimento envolvendo a emissão de raios  $\gamma$  pelos estados excitados de vida curta são mostrados na Figura 6.11. Os valores do momento angular e paridade atribuídos a cada nível estão indicados na extremidade esquerda da linha horizontal representando o nível; a energia acima do nível fundamental é dada na extremidade direita das linhas. Quando o momento angular de um estado foi medido diretamente, ele é indicado sublinhando-se aquele número quântico no esquema de decaimento. Se o momento angular for determinado unicamente por outros métodos, ele é designado pelo número quântico sem nenhuma modificação. Valores prováveis do momento angular estão indicados entre parênteses. As indicações de paridade, dadas por um sinal mais (paridade par) ou sinal menos (paridade ímpar), dependem muito da teoria, e o sublinhamento e parênteses não se aplicam a eles.

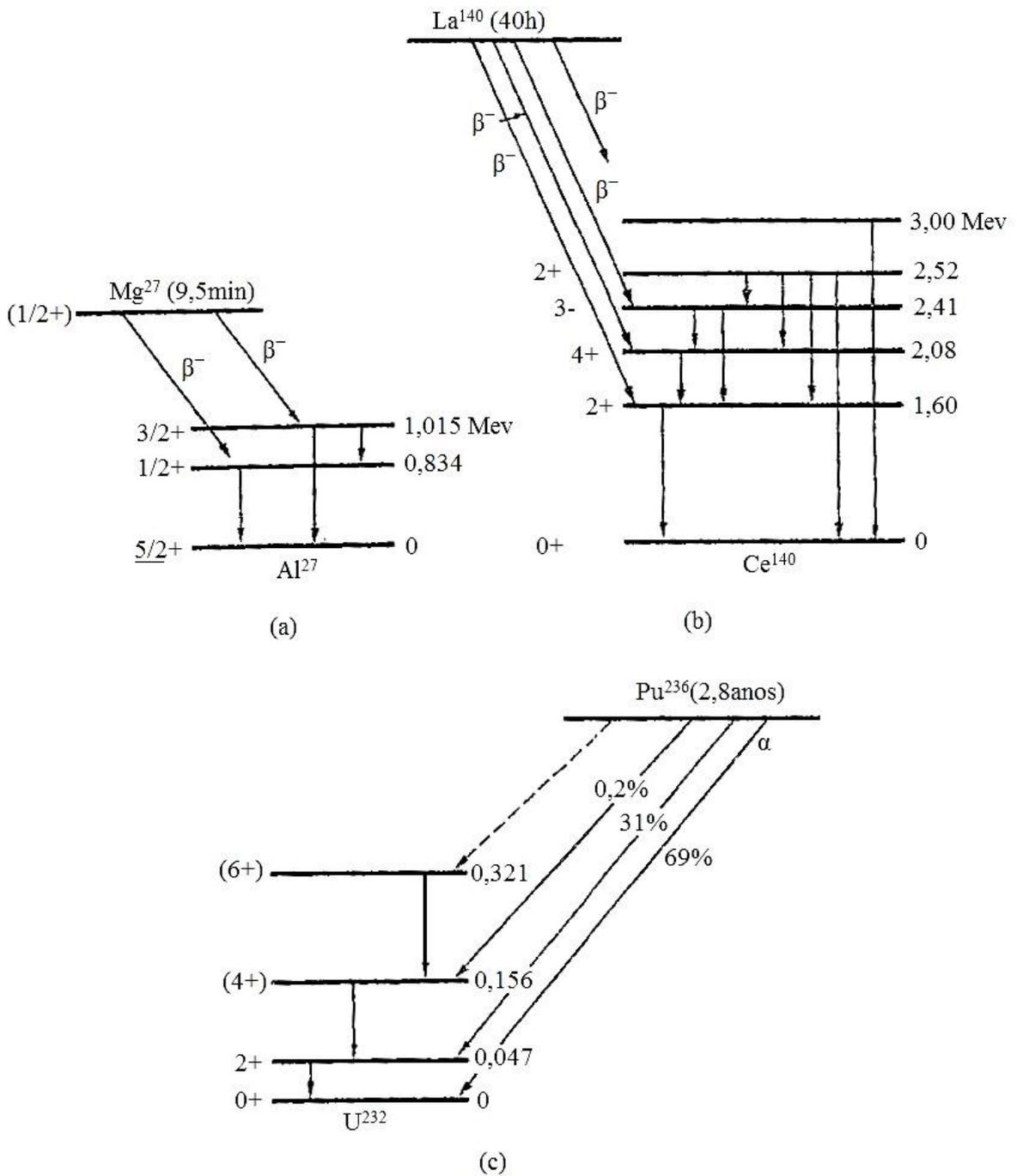


Figura 6.11: Esquemas de níveis de energia e decaimento com emissão de raios  $\gamma$  a partir de estados excitados de vida curta. (a)  $Mg^{27}$ . (b)  $Pu^{236}$ . Strominger, Hollander e Seaborg, *Revs. Mod. Phys.* 30, 585, 1958[3].

Exemplos dos esquemas de níveis de energia e decaimento para isômeros nucleares são mostrados na Figura 6.12; estes esquemas mostram que os membros de pares isoméricos podem decair de maneira diferente. Quando o nível excitado decai somente por emissão  $\gamma$

para o estado fundamental, diz-se que os membros do par isomérico estão relacionados geneticamente.

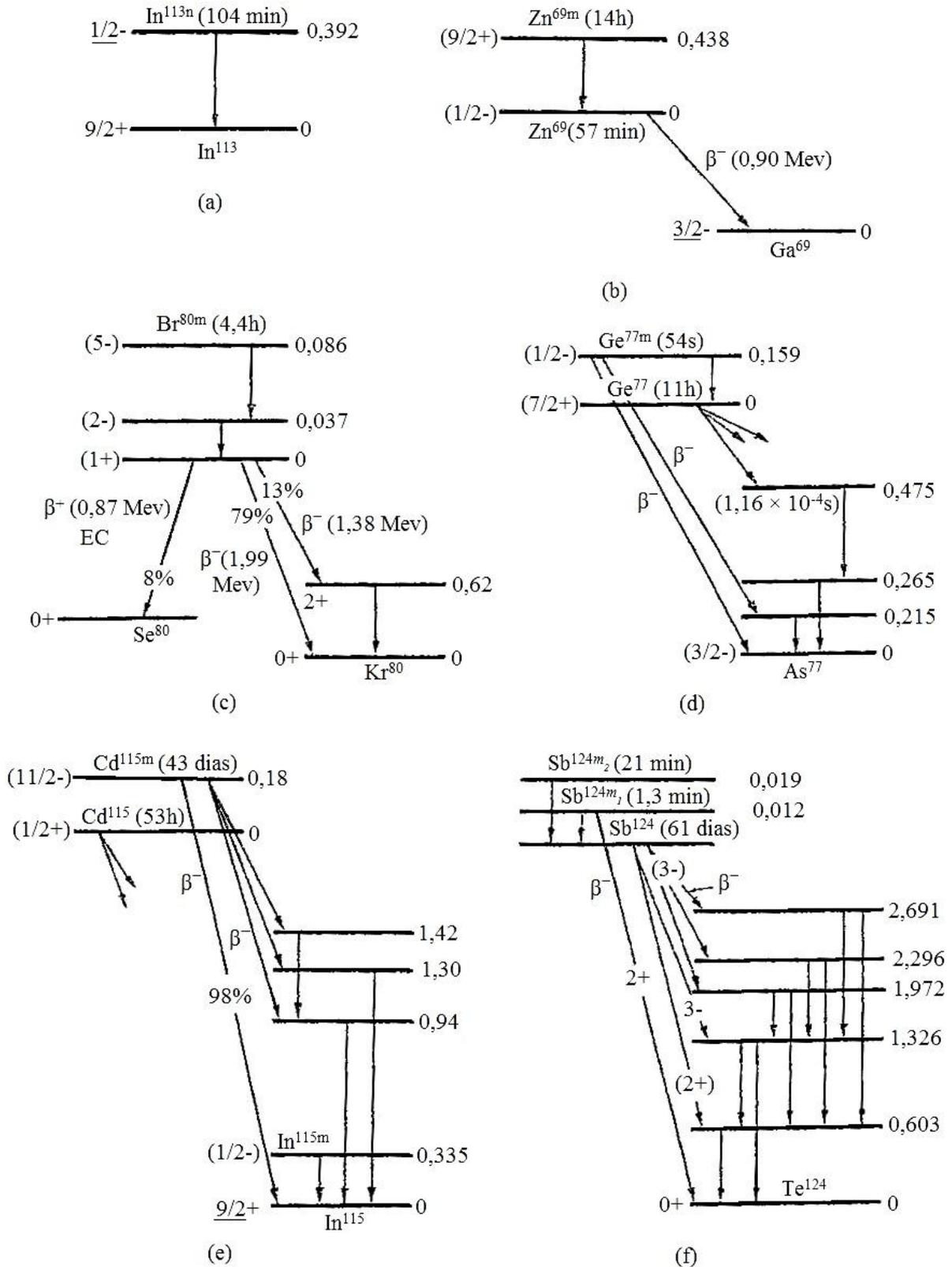


Figura 6.12: Esquemas de decaimento de isômeros nucleares. (a)  $\text{In}^{113\text{m}}$ . (b)  $\text{Zn}^{69\text{m}}$ . (c)  $\text{Br}^{80\text{m}}$ . (d)  $\text{Ge}^{77\text{m}}$ . (e)  $\text{Cd}^{115\text{m}}$ . (f)  $\text{Sb}^{124\text{m1}}$  e  $\text{Sb}^{124\text{m}}$ . Strominger, Hollander e Seaborg, *Revs. Mod. Phys.* 30, 585, 1958[3].

## **7 APLICAÇÕES DA RADIAÇÃO GAMA NA MEDICINA NUCLEAR**

Medicina Nuclear é uma modalidade de diagnóstico por imagem, eminentemente funcional e fisiológica, que se fundamenta na detecção da distribuição biológica de isótopos radioativos através da utilização de uma gama-câmara. Compostos radioativos são acoplados a diferentes substâncias farmacológicas, de acordo com o tecido a ser avaliado, como, por exemplo, os compostos fosfatados e fosfonados para cintilografia óssea. Através desta metodologia é possível avaliar a captação e distribuição do radioisótopo em tecidos e órgãos específicos. O ano de 1913 foi o marco inicial da utilização de radionuclídeos em Medicina, com a injeção intravenosa de rádio. A quantidade de iodo radioativo (Iodo 123 ou Iodo 131) usado durante a cintilografia da tireóide permanece mais de mil vezes menor do que a dose de iodo estável (Iodo 127) absorvido com a alimentação diária.

Câmeras gama são capazes de detectar pequenas quantidades de traçador, menos de um bilionésimo de um grama, enquanto que raios-X necessitam de uma concentração local da ordem de dezenas de miligramas, e ressonância magnética tanto quanto um décimo de grama, para produzir um contraste. As quantidades de traçadores necessários para estudos diagnósticos em medicina nuclear são tão baixas que embora participem no mecanismo biológico normal de uma célula, não interferem nele.

O exame realizado por técnicas de Medicina Nuclear é denominado cintilografia. É assim chamado porque se usam cristais cintilantes para a detecção de radioatividade.

### **7.1 Cintilografia**

A cintilografia abrange técnicas de análise de raios  $\gamma$  que são transformados numa imagem plana, similar a uma chapa de raio-X. A radiação provém da substância injetada no paciente a qual se concentra em certos tecidos. Portanto, esses tecidos se tornam eles mesmos

a fonte desta radiação, que é gravada na chpa fotográfica ou detectores específicos, em contraste com a imagem de raio-X onde uma fonte de radiação externa é necessária ao longo do tempo de aquisição da imagem.

Algumas doenças podem se beneficiar com a cintilografia. Praticamente todos os órgãos podem ser investigados por esta técnica, e acima de tudo, sua função pode ser verificada sem a necessidade de uma operação cirúrgica ou biópsia. Este método é dito ser não invasivo.

Uma das investigações mais frequentemente realizadas é provavelmente a cintilografia óssea. Uma imagem de corpo inteiro de um paciente que sofre de dor no osso, fornece informação sobre o funcionamento ósseo. A cintilografia detectará qualquer aumento no metabolismo ósseo correspondente a uma lesão. Quase todos os tumores sólidos podem formar metástases que sistematicamente se desenvolvem nos ossos. A cintilografia óssea permite que os profissionais procurem por estas metástases ósseas de forma efetiva.

O coração é outro órgão a se beneficiar com os avanços nesta tecnologia. Depois de algum desconforto no coração ou em quase todos os casos de dor no peito, onde há, portanto, uma suspeita de falha no coração, o paciente é submetido a um teste que frequentemente requer uma cintilografia de perfusão miocárdica. Esta ferramenta permite testar a condição dos músculos de coração bem como a maneira pela qual ele esta sendo irrigado. A técnica é baseada no monitoramento dos mecanismos biológicos do coração e não se detêm sobre a forma do órgão. Como consequência, imagens de cintilografia de perfusão miocárdica mostram muito pouca semelhança com um coração.

Os rins também se beneficiam com as propriedades específicas de vetores (Sais e complexos radioativos ou moléculas farmacêuticas tradicionais (drogas) ou moléculas bioquímicas (hormônios, anticorpos) utilizados na Imaginologia Nuclear) radiomarcados. Cintilografia renal fornece ao urologista informações importantes a respeito das trocas de sangue e o funcionamento dos órgãos. Pacientes que sofrem de hipertensão e diabetes, bem como igualmente pacientes que sofrem de pedras nos rins são submetidos a testes de rotina.

A imaginologia cintilográfica da tireóide é o método específico mais largamente conhecido devido à acumulação sistemática neste tecido de qualquer iodo absorvido. A cintilografia da tireóide é usada para rastrear possível funcionamento anormal da glândula da tireóide (hiper ou hipotireoidismo), assim como tumores malignos desta glândula. Câncers de tireóide secundários aacumulam iodo da mesma maneira específica, assim é possível monitorar o desenvolvimento da doença usando as mesmas ferramentas.

Assim como para o cérebro, as ferramentas disponíveis até o momento permitem a condição de testar os vasos de irrigação, e doenças como epilepsia, e possivelmente de Alzheimer de serem monitoradas. Mais moléculas específicas para cintilografia do cérebro, por exemplo, para detecção precoce da doença de Parkinson ou de Alzheimer estão ainda no começo do estágio de desenvolvimento.

A cintilografia pulmonar é uma técnica mais específica. Ela requer o uso de um gás radioativo que é inalado, dando uma imagem geral de todos os alvéolos nas vias aéreas acessíveis. Esta técnica é denominada cintilografia de ventilação pulmonar e cintilografia dos suplementos de perfusão pulmonar, na qual uma imagem do pulmão é obtida ao lado de vasos sanguíneos depois da injeção nas veias. Estas duas imagens, que se completam, mostram a interface entre o oxigênio no ar e o sistema sanguíneo nos pulmões. Para um paciente que sofre de uma embolia pulmonar, uma imagem incompleta aponta as áreas que não estão participando da oxigenação.

Por fim, a medicina nuclear pode fornecer indicações vitais na determinação de áreas infectadas ou inflamadas, quando estas estão tocando tecidos moles ou órgãos internos que são de difícil acesso. Por exemplo, esta técnica, muito pouco utilizada na Europa, mas cada vez mais nos Estados Unidos, pode confirmar apendicite antes de uma operação. Este diagnóstico ajuda os médicos a evitar complicações pós-operatórias, caso a operação não seja necessária.

## **7.2 Detectores de cintilação**

Ao tratarmos com a radiação gama, que é uma radiação de alta energia em relação ao raio-X, não podemos trabalhar com câmaras de nuvens, pois, por exemplo, o alcance no ar para um raio  $\gamma$  de 1 Mev é de 100 m, logo o mais viável é trabalhar com detectores sólidos que possuem densidades mais altas, os quais dão probabilidades de absorção razoáveis para detectores de tamanho razoável. Contudo, para se fazer um detector sólido trabalhável, precisamos satisfazer dois critérios contraditórios: (1) O material precisa ser capaz de suportar um campo elétrico grande de maneira que os elétrons e os íons possam ser coletados e transformados em pulso eletrônico, e pouca ou nenhuma corrente deve fluir na ausência de radiação, para que o ruído de fundo seja baixo. (2) Os elétrons devem ser facilmente removidos dos átomos em grandes números pela radiação, e os elétrons e átomos ionizados devem ser capazes de se mover facilmente através do material. (Na realidade, os íons propriamente não se movem no sólido; em vez disso, a vacância eletrônica ou “buraco” é preenchido por

sucessivos elétrons transferidos de um átomo para o outro, de maneira que o “buraco” parece se mover.) A primeira condição dá suporte a escolha de um material isolante, enquanto a segunda sugere o uso de um condutor. O acordo óbvio é um semiconductor. Estruturas de materiais semicondutores em tamanhos grandes o suficiente para fazer detectores de radiação eficientes (dezenas de  $\text{cm}^3$ ) não estavam disponíveis até o final dos anos 1960, e para suprir a necessidade de dispositivos de espectroscopia nuclear de alta eficiência e resolução razoável, contadores de cintilação foram desenvolvidos ao longo dos anos 1950.

Os contadores de cintilação resolvem nosso dilema sobre a escolha de materiais de maneira inteligente: Os elétrons que são formados no processo de ionização não são os mesmos elétrons que formam o pulso eletrônico. O intermediário entre os elétrons de ionização e os elétrons do pulso é a luz na região do ultravioleta/visível (UV/VIS). O processo completo pode ser entendido como segue, com referência a Figura 7.1: (1) A radiação incidente entra no detector e sofre um grande número de interações, que resulta no aumento de átomos em estados excitados. (2) Os estados excitados rapidamente emitem luz visível (ou ultravioleta); diz-se que o material fluoresce. (3) A luz incide numa superfície fotosensitiva, liberando no máximo um fotoelétron por fóton. (4) Estes elétrons secundários são depois multiplicados, acelerados, e transformados em pulso de saída, no tubo fotomultiplicador (FM).

Muitas variedades diferentes de cintiladores e tubos FM estão disponíveis, dependendo da aplicação a qual serão utilizados. Propriedades que são geralmente consideradas ao fazer a escolha de um material incluem saída de luz (fração da energia incidente que é convertida em luz), eficiência (probabilidade de a radiação ser absorvida), cronometragem, e resolução de energia. Outros critérios podem ter a ver com a facilidade de trabalhar com o material: um cintilador comum, o iodeto de sódio NaI cristalino, é higroscópico (têm a tendência de absorver água); exposição ao vapor de água faz com que um cristal transparente se torne um pó opaco, e NaI deve ser mantido selado. Por outro lado, muitos cintiladores plásticos podem ser cortados com uma serra comum e transformados em tamanhos e formatos diferentes.

Para entender o funcionamento de um cintilador, precisamos considerar o mecanismo pelo qual a energia pode ser absorvida ao elevar elétrons a estados excitados. Há dois tipos básicos de detectores, aqueles compostos de material orgânico e aqueles compostos de material inorgânico. Todas as câmaras clínicas na medicina nuclear são construídas com cintiladores inorgânicos devido à sua alta eficiência na detecção de raios-X e raios gama.

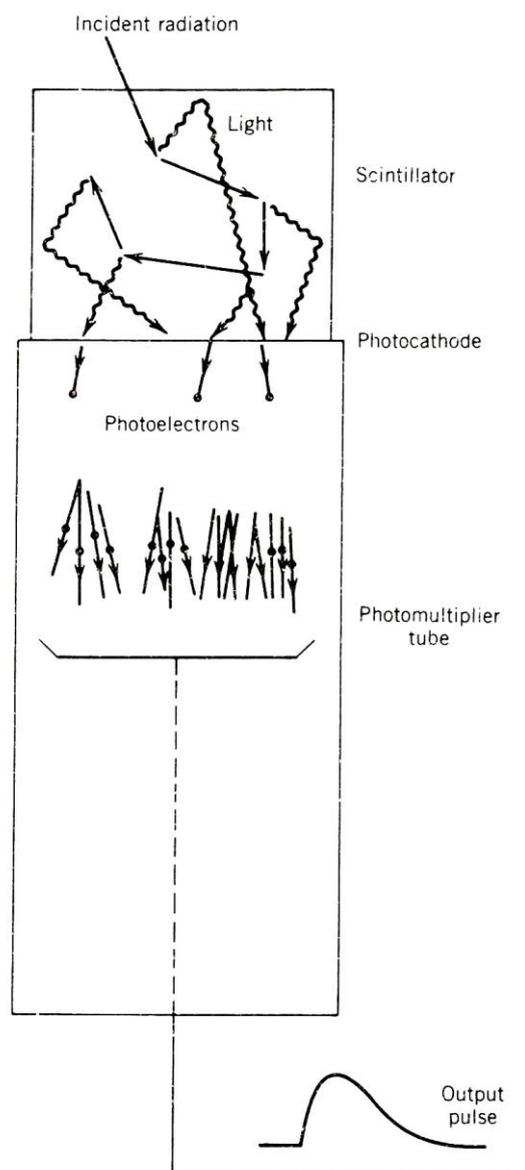
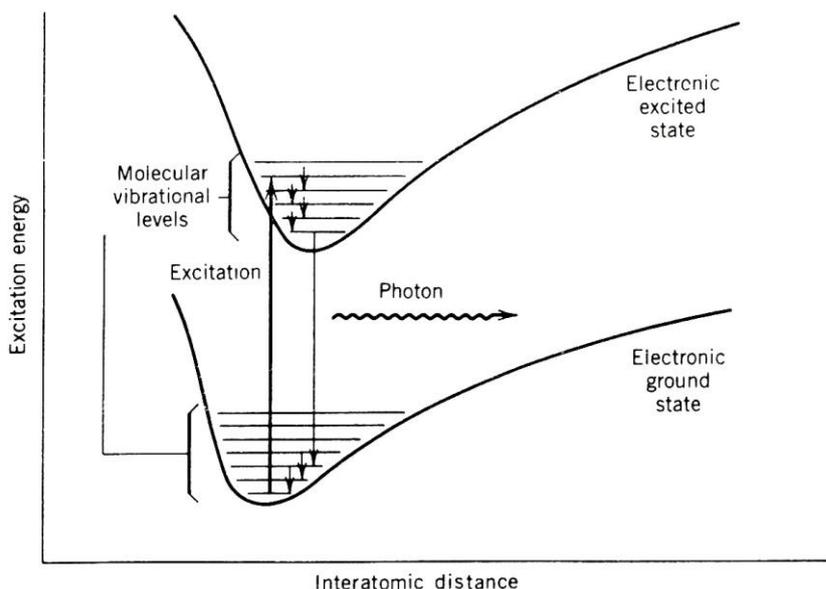


Figura 7.1: Os processos básicos num detector de cintilação. [2].

Os cintiladores orgânicos (que pode ser líquido ou sólido), as interações entre as moléculas são relativamente fracas, e nós podemos discutir suas propriedades em termos dos estados excitados das moléculas. Há dois meios pelos quais a molécula pode absorver energia: os elétrons podem ser excitados para altos estados excitados, e os átomos na molécula podem vibrar uns contra os outros. Um intervalo típico de energias vibracionais é por volta de 0,1 eV, enquanto as energias de excitação eletrônica são da ordem de alguns poucos eV. A estrutura resultante se parece com o ilustrado na Figura 7.2. Os elétrons excitados são geralmente aqueles não envolvidos nas ligações do material. Em hidrocarbonetos aromáticos, tais como os tipificados por uma estrutura de anel benzênico, três dos quatro elétrons de valência do

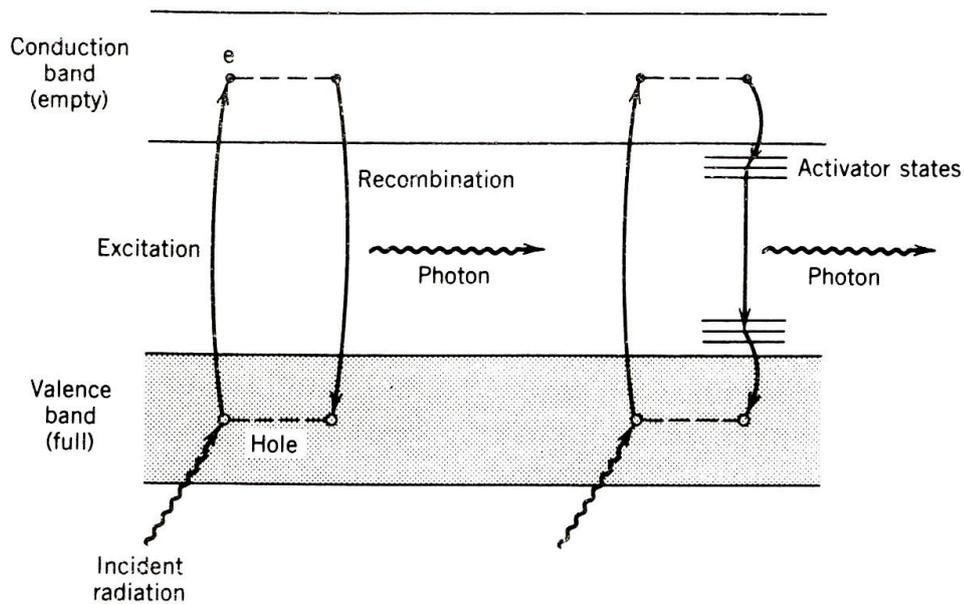
carbono estão nos orbitais hibridizados denominados orbitais  $\sigma$ ; estes estão fortemente localizados entre cada carbono, seus dois carbonos vizinhos, e um único hidrogênio. O quarto elétron, que está no chamado orbital  $\pi$ , não está bem localizado e não participa do processo de ligação tão fortemente como os elétrons  $\sigma$ . É este elétron  $\pi$  que é o maior responsável pelo processo de cintilação.



*Figura 7.2: Estrutura eletrônica num cintilador orgânico. Os estados eletrônicos são representados como um mínimo potencial, resultado dos efeitos combinados da atração molecular que nos impede de separar os átomos a distâncias maiores e a repulsão que nos impede de forçar os átomos mais próximos (pois o princípio de Pauli não permite que as funções de onda atômica se sobreponham). Dentro do potencial eletrônico mínimo está uma seqüência de níveis que provêm dos átomos das moléculas vibrando uns contra os outros[2].*

A radiação externa que entra no material, interage com muitas moléculas, perdendo uns poucos eV a cada interação uma vez que excita a molécula. Muitos estados possíveis de vibração podem ser excitados (e também muitos estados eletrônicos excitados possíveis; por simplicidade somente os estados eletrônicos excitados mais baixos são mostrados). Estes decaem rapidamente ( $\sim 1$  ps) para o estado de vibração mais baixo do estado eletrônico excitado, que então decai (num tempo da ordem de 10 ns) para um dos estados vibracionais do estado eletrônico fundamental. Estes, por sua vez decaem para o estado fundamental de vibração.

Em circunstâncias normais, a temperatura ambiente todas as moléculas do cintilador estão no estado eletrônico vibracional mais baixo do estado eletrônico fundamental. A energia térmica  $kT$  a temperatura ambiente é 0,025 eV, e assim, conforme a distribuição de população de Boltzmann  $e^{-E/kT}$ , é improvável encontrar alguma população em estados vibracionais acima do estado eletrônico fundamental. Assim, somente um dos muitos fótons de transição emitidos tem alguma probabilidade de ser absorvido. Isto representa uma propriedade importante de um cintilador: ele deve ser transparente a sua própria radiação.



*Figura 7.3: Bandas de energia num cristal. À esquerda são mostrados processos característicos de um cristal puro tal como NaI. À direita são mostrados os processos na presença de um ativador, tal como Tl no NaI(Tl)[2].*

Dos cintiladores inorgânicos, a variedade mais comum é o monocristal de um haleto alcalino; NaI é o mais frequentemente usado. Um monocristal é necessário para se obter transparência; reflexões e absorção nas faces do cristal tornariam um cintilador policristalino inútil. As interações cooperativas dos átomos num cristal fazem com que os níveis discretos de energia se decomponham numa série de bandas de energia. As duas maiores bandas são a banda de valência e a banda de condução (Figura 7.3). Num material isolante tal como NaI, os estados da banda de valência estão geralmente cheios e os estados da banda de condução estão vazios. A radiação que entra pode excitar um elétron através do gap de energia (por volta de 4 eV) e na banda de condução; eventualmente, ele perde energia por emissão de um fóton e cai de volta para a banda de valência.

Para aumentar a probabilidade de emissão fóton e para reduzir a auto-absorção da luz, pequenas quantidades de impureza (dopantes) denominadas ativadores são adicionadas ao cristal. Um ativador comumente usado é o tálio, estes detectores são indicados como, por exemplo, NaI(Tl). O ativador funciona como um centro luminescente, onde fornece estados no gap de energia e a emissão de luz ocorre entre os estados do ativador. No caso de NaI, o comprimento de onda da emissão máxima é deslocado de 303 nm no NaI puro para 410 nm no NaI(Tl). A absorção a essa energia não pode ocorrer no NaI(Tl), pois os estados fundamentais do ativador não estão populados, e a mudança do comprimento de onda do ultravioleta para o visível dá uma melhor sobreposição com a sensibilidade máxima na maioria dos tubos fotomultiplicadores.

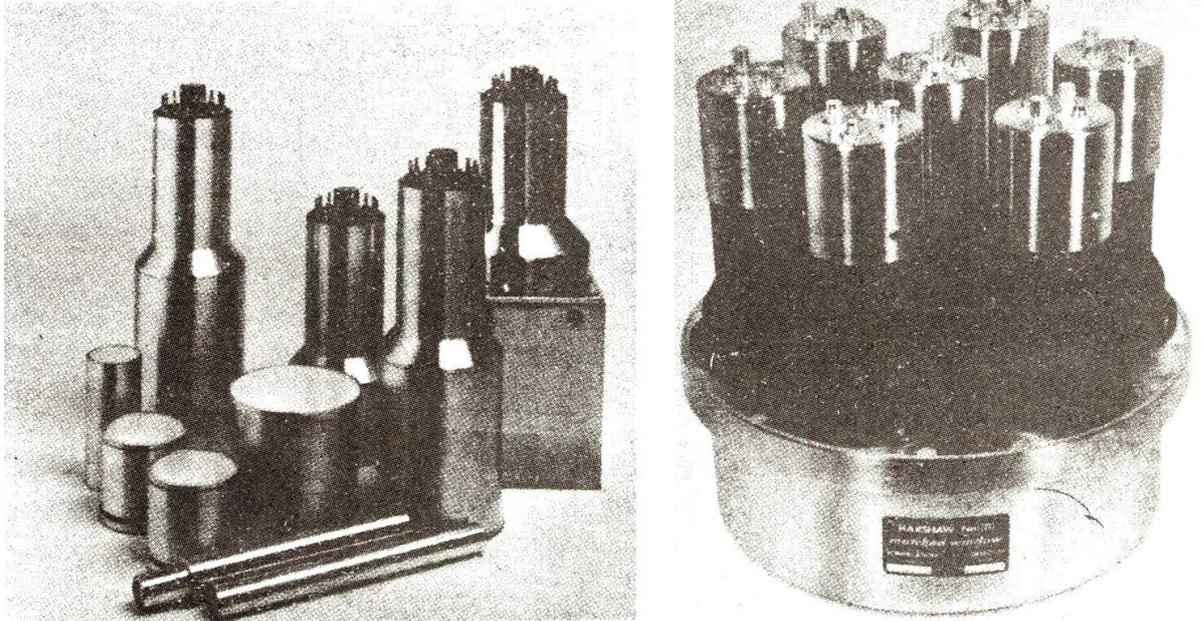
A Tabela 7.1 mostra algumas propriedades de alguns detectores de cintilação comumente usados. A escolha atual do cintilador dependerá do tipo do experimento que está sendo realizado. Por exemplo, onde o que interessa é uma alta eficiência para raios  $\gamma$ , NaI(Tl) é geralmente a escolha, o alto número atômico Z(53) do I dá uma alta probabilidade para a absorção de fóton. No entanto, para uma cronometragem precisa, não é muito boa a escolha de NaI(Tl) e o cintilador plástico relativo de baixa eficiência pode ser a melhor escolha.

*Tabela 7.1: Propriedades de alguns cintiladores comuns[2].*

<i>Nome</i>	<i>Tipo</i>	<i>Densidade (g/cm<sup>3</sup>)</i>	<i>Índice de Refração</i>	<i>Comprimento de Onda da Emissão Máxima (nm)</i>	<i>Constante de Tempo (ns)</i>
Antraceno	Sólido orgânico	1,25	1,62	447	30
Pilot B	Plástico (sólido orgânico)	1,03	1,58	408	1,8
NE 213	Líquido orgânico	0,87	1,508	425	3,7
NaI(Tl)	Cristal inorgânico	3,67	1,85	410	230
CsF	Cristal inorgânico	4,11	1,48	390	5

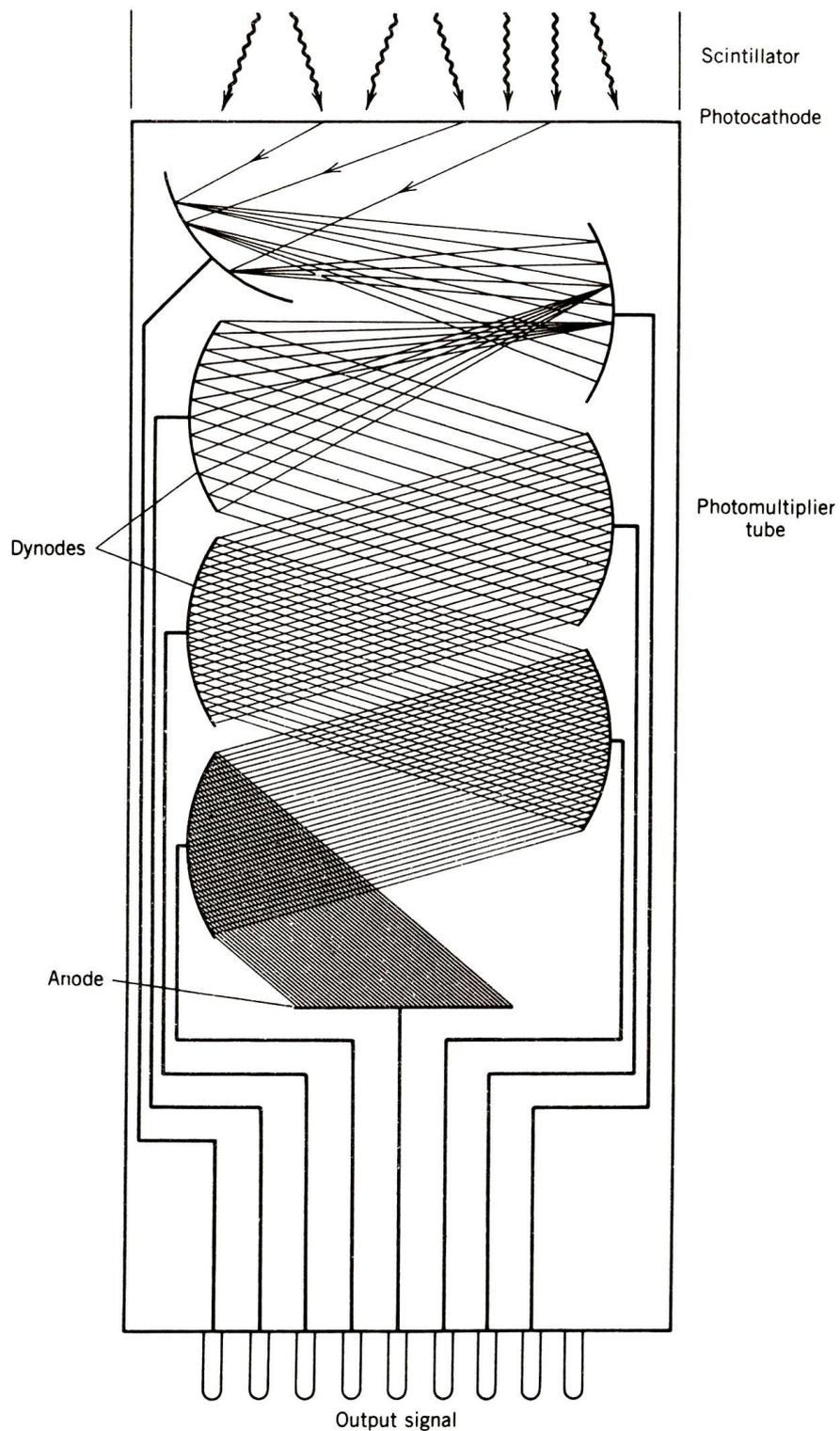
O acoplamento de um cintilador com um tubo fotomultiplicador pode ser feito de várias maneiras. Algumas combinações tubo-detector são compradas como uma unidade celada. Detectores NaI(Tl) podem ser colocados em contato direto com o vidro do tubo FM utilizando “graxa optica” transparente para fornecer uma mudança relativamente uniforme no índice de refração e minimizando a reflexão interna. Às vezes, a geometria do fotomultiplicador é muito diferente da geometria do cintilador ou ele deve estar localizado longe do cintilador (para eliminar os efeitos dos campos magnéticos, por exemplo). Neste caso, um “tubo de luz” é

utilizado; tubos de luz podem ser cortados em qualquer tamanho ou forma de qualquer material transparente comum tal como Lucite. Ambos, o cintilador e o tubo de luz devem estar envoltos com material refletivo para melhorar a eficiência da coleção de luz. A Figura 7.4 mostra uma seleção de detectores de cintilação, tubos de luz, e tubos FM.



*Figura 7.4: (Esquerda) Uma seleção de cintiladores NaI, alguns com o tubo fotomultiplicador ligado. (Direita) Um grande detector de NaI composto por sete fotomultiplicadores[2].*

Um diagrama esquemático de um tubo FM é mostrado na Figura 7.5. Um pequeno número de elétrons (menor que o número de fótons incidentes) é liberado no fotocátodo, e depois multiplicado e focado por uma série de eletrodos chamados dínodos. Os dínodos estão conectados a uma rede de tensão produzida por uma fonte de alta tensão e uma série de divisores de tensão. A diferença de potencial típica entre os dínodos adjacentes é por volta de 100 V, e, assim, os elétrons atingem os dínodos com uma energia de cerca de 100 eV. Os dínodos são construídos com materiais com uma alta probabilidade de emissão de elétron secundário; são necessários 2-3 eV para liberar um elétron e, assim, um ganho no número de elétrons de um fator de 30-50 é possível. No entanto, devido aos elétrons serem liberados em direções aleatórias no material, relativamente poucos vão realmente ser liberados na superfície, e um ganho de 5 em cada dínodo é mais típico. Ainda assim, com um tubo de 10 dínodos, o ganho total seria de  $5^{10}$  (cerca de  $10^7$ ).



*Figura 7.5: Esquema do funcionamento do fotomultiplicador. Elétrons liberados de cátodo são atraídos para o primeiro dínodo e multiplicados. Cada dínodo sucessivo está em um potencial mais alto que seu antecessor; um tubo típico pode ter 10 ou 14 dínodos. Em cada estágio, o número de elétrons aumenta de um fator da orrdeem de 5[2].*

Com base nos processos envolvidos na detecção de radiação ionizante, utilizando detectores de cintilação, é possível delinear as principais propriedades que caracterizam um bom cintilador: rendimento de luz, linearidade, transparência, tempo de decaimento, espectro de emissão, estabilidade química e dureza radioativa, densidade e número atômico efetivo.

### 7.2.1 Rendimento de luz

A conversão da energia absorvida proveniente da radiação ionizante de chegada em fótons no UV/VIS pode ocorrer com uma alta eficiência. Em geral, o número dos fótons de cintilação  $N_f$  emitidos quando uma quantidade de energia  $E$  é absorvida num cintilador devido a interação com um fóton de alta energia (raio-X ou gama) ou outra radiação ionizante é dado por

$$N_f = N_{e-b} \cdot S \cdot Q = \frac{E}{\beta \cdot E_{gap}} \cdot S \cdot Q . \quad (7.1)$$

O termo  $E / (\beta \cdot E_{gap})$  representa o número de pares elétron-buraco termalizados (em equilíbrio térmico)  $N_{e-b}$  produzidos no processo de interação;  $E_{gap}$  é a energia do gap de banda entre as bandas de condução e valência; e  $\beta$  é um parâmetro introduzido para se levar em conta o fato de que a energia média requerida para produzir um par elétron-buraco termalizado ( $E_{e-b}$ ) é maior que a energia do gap de banda. Tipicamente,

$$E_{e-b} = \beta \cdot E_{gap} \cong 2 - 3 \cdot E_{gap} . \quad (7.2)$$

O termo  $S$  é a eficiência de transporte dos pares elétron-buraco para o centro luminescente (ou, similarmente, a eficiência da transferência da energia absorvida para o centro luminescente). Ela é afetada por processos não-radiativos, que dependem geralmente do material, temperatura, e de algumas imperfeições ou impurezas que podem estar presentes na estrutura da rede. O termo  $Q$  é a eficiência quântica do centro luminescente, que é, a eficiência para emissão fóton quando o centro luminescente é excitado.

### 7.2.2 Linearidade

A conversão da energia absorvida em luz deve ser linear em uma ampla faixa. A proporcionalidade entre a luz emitida e a energia absorvida pode ser afetada pelo fenômeno

de saturação que ocorre em níveis de alta energia. No caso da detecção de raios-X ou gama, a dependência com a energia do rendimento de luz é parcialmente devido a rápidas mudanças do coeficiente de atenuação em torno das camadas K e L dos elementos que constituem o cintilador, mas também resulta da desigual eficiência de conversão dos efeitos fotoelétrico e espalhamento Compton, que se torna progressivamente mais importante com o aumento da energia da radiação ionizante que entra. Efeitos de desproporcionalidade surgem também em caso de detecção de partículas devido à dependência da eficiência de cintilação na transferência linear de energia (TLE).

Uma importante consequência da perda de linearidade é que a resolução da energia de um material cintilador visivelmente se degrada com respeito aos limites intrínsecos baseados puramente em considerações estatísticas.

### **7.2.3           Transparência**

O cintilador deve ser transparente para os fótons emitidos, e os efeitos de auto-absorção devem ser minimizados. Esta propriedade é, em geral, obtida pela presença de ativadores na estrutura de rede, pois a desexcitação direta dos elétrons da banda de condução para a banda de valência causaria a origem de fótons energéticos (isto é, não na região do UV/VIS) com uma alta probabilidade de auto-absorção.

### **7.2.4           Tempo de decaimento**

Um bom cintilador deve ser rápido; ele deve, portanto ter um curto tempo de decaimento. A cinética da resposta clara de um cintilador depende das etapas de transporte e luminescência do mecanismo de conversão de cintilação. Estes dois processos são de fato muito mais lentos em relação à conversão inicial, que é concluído em menos de 1ps.

No caso mais simples de decaimento monoexponencial, a intensidade de emissão  $I(t)$  é dada por

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau} , \tag{7.3}$$

onde  $I_0$  é a intensidade inicial, e  $\tau$  é o tempo de decaimento. Este parâmetro depende fortemente do ativador usado para dopar o cristal de cintilação. Enquanto que para a paridade ou transições proibidas de spin para a maioria dos íons terras-raras, os tempos de decaimento são tipicamente da ordem de várias dezenas de microssegundos até milissegundos, no caso da

transição permitida 5d-4f do  $Ce^{3+}$  e  $Pr^{3+}$ , o valor diminui gradualmente para dezenas de nanosegundos, e as transições singleto-singleto totalmente permitidas em moléculas orgânicas são cerca de dez vezes mais rápidas.

### 7.2.5 Espectro de emissão

Um bom cintilador deve ser caracterizado por uma correspondência espectral eficiente entre seu espectro de emissão e a sensibilidade da curva do detector optico. A posição do espectro de emissão é im portante para a escolha do fotodetector; de acordo com o critério clássico, a emissão no azul próxima ao UV é adequando para um tubo FM, enquanto que para um fotodiodo a região entre o espectro verde e vermelho foi considerada a melhor. Recentemente, contudo, detectores sensíveis ao UV à base de SiC, GaAlN, e diamante foram desenvolvidos, oferecendo uma larga possibilidade de escolha de configurações de detecção.

### 7.2.6 Estabilidade química e dureza radioativa

Um bom cintilador deve ter uma boa estabilidade química e resistência à radiação. Estabilidade química diz respeito principalmente a higroscopicidade de alguns cristais (como NaI:TI, CsI:Na, LaBr<sub>3</sub>:Ce), que pode limitar sua operação por um longo tempo no ar. Contudo, hoje, métodos de vedação estão bem desenvolvidos; portanto, reações químicas devido à atração das moléculas de água podem ser facilmente evitadas.

A resistência à radiação dos materiais diz respeito principalmente às mudanças do desempenho do cintilador como consequência, por exemplo, da criação de centro de cor<sup>7</sup>. Este efeito é particularmente importante em experimentos físicos de alta energia, mas deve ser levado em conta também em algumas técnicas de imagiologia médica.

### 7.2.7 Densidade e número atômico efetivo

Para maximizar a detecção de raios-X e gama usando um cintilador, o cristal deve ser caracterizado por uma densidade relativamente alta  $\rho$  e um número atômico efetivo alto  $Z_{ef}$ . Considerando a interação através do efeito fotoelétrico, o poder de parada parece ser proporcional à  $\rho \cdot Z_{ef}^{3-4}$ ; portanto, quanto maior forem a densidade e o número atômico efetivo, maior será a probabilidade de absorção.

---

<sup>7</sup> *Centro de cor* é um defeito no espalhamento regular de átomos dentro de um sólido que absorve a luz visível de uma determinada cor ou radiação infravermelha ou ultravioleta, dando assim uma cor característica para o sólido. Cada centro de cor envolve a ausência de um átomo do lugar que normalmente ocupam no sólido e a relação de um elétron com tal lugar vazio, ou vacância.

## **7.3 Cintilografia na Medicina Nuclear**

### **7.3.1 SISTEMA ESQUELÉTICO**

#### **7.3.1.1 Cintilografia óssea**

O princípio do exame baseia-se na capacidade do radiofármaco MDP (metilendifosfonato) marcado com tecnécio-99m de se concentrar nas áreas de formação óssea, sendo essa capacidade diretamente proporcional ao grau de osteogênese existente; assim, esse exame é útil na pesquisa de lesões osteoblásticas de qualquer natureza, sobretudo neoplásticas. Habitualmente, qualquer zona de osteólise apresenta osteogênese (estuda a formação do tecido ósseo) intensa e, portanto, o radiofármaco será incorporado mais avidamente nessa região, produzindo uma área hipercaptante.

Em raros casos podemos encontrar zonas de hipoconcentração (baixa concentração), geralmente consequência de perfusão (introdução lenta e contínua de algum líquido) na área afetada. O exame apresenta alta sensibilidade e baixa especificidade. É útil no estudo de artropatias e osteoartrites, evolução de fraturas, fraturas de estresse, lesões osteomusculares, evolução de processos infecciosos, estadiamento oncológico (estágios dos tumores), tumores ósseos primitivos, doenças metabólicas, histiocitoses, doença de Paget, doença de Legg-Perthes etc.

### **7.3.2 SISTEMA PULMONAR**

O objetivo dos estudos cintilográficos pulmonares é detectar qualitativa ou quantitativamente anormalidades na perfusão, na ventilação e na permeabilidade epitelial pulmonar.

A principal indicação clínica da cintilografia pulmonar é o diagnóstico de exclusão ou de determinação de probabilidades da tromboembolia pulmonar aguda.

Outras indicações incluem o seguimento do tromboembolismo, a quantificação pulmonar diferencial em avaliação pré-operatória, o diagnóstico das cianoses por curtos-circuitos venoarteriais pulmonares, a determinação da redistribuição do fluxo sanguíneo pulmonar na hipertensão de origem venocapilar, a avaliação da doença broncoalveolar crônica, assim como patologias pulmonares parenquimatosas.

### **7.3.2.1 Cintilografia pulmonar de perfusão**

O agente indicado é o macroagregado de albumina humana ou microesferas marcadas com  $^{99m}\text{Tc}$  ( $^{99m}\text{Tc}$ -MAA), e sua via de administração é a endovenosa.

### **7.3.2.2 Cintilografia pulmonar de ventilação**

Na ventilação é realizada uma inalação com um radioaerossol formado a partir da associação do DTPA (dietilenotriaminopentacético) com o  $^{99m}\text{Tc}$ .

O radiofármaco é colocado dentro do nebulizador para mistura com oxigênio (H) ou ar comprimido com pressão positiva.

## **7.3.3 SISTEMA CARDIOVASCULAR**

Associada a ergometria ou ao estresse farmacológico, a cintilografia é o exame não invasivo mais sensível para a detecção da isquemia do miocárdio, sendo indicado tanto para o diagnóstico quanto para o seguimento de pacientes coronariopatas em tratamento. Tem importante contribuição ao diagnóstico do miocárdio viável, quando se utiliza o MIBI- $^{99m}\text{Tc}$ , e do miocárdio hibernante, ao qual a literatura atribui maior sensibilidade ao  $^{201}\text{Tl}$ .

### **7.3.3.1 Cintilografia do miocárdio associada ao teste ergométrico, com tálio**

Exame realizado com a utilização do cloreto de Tálio-201 ( $^{201}\text{Tl}$ ), indicado nos casos nos quais se deseja saber se existe miocárdio viável.

Após um evento coronário agudo ou na condição de hipofluxo crônico persistente com disfunção ventricular (miocárdio hibernante), pode existir células vivas (viáveis) de permeio às áreas com necrose. Tal informação torna-se de suma importância no processo de decisão clínica, podendo levar a modificações da conduta a ser adotada (transplante × revascularização, por exemplo).

### **7.3.3.2 Cintilografia do miocárdio associada ao teste ergométrico, com MIBI**

Exame realizado em duas situações: repouso e esforço (físico ou farmacológico). O radiofármaco utilizado é o MIBI (sestamibi) associado ao  $^{99m}\text{Tc}$ . Tem a finalidade de avaliar o fluxo sanguíneo ou miocárdio. Presta-se a avaliações diagnósticas e evolutivas da doença

coronária obstrutiva. Representa uma opção de grande valor para a orientação dos pacientes, especialmente quando outros exames realizados (por exemplo, teste ergométrico simples) não forem suficientes para definição diagnóstica.

### **7.3.4 SISTEMA HEPATOBILIAR**

#### **7.3.4.1 Cintilografia das vias biliares**

Nesse exame as imagens sequenciais são realizadas após a injeção endovenosa do radiofármaco DISIDA (ácido diisopropiliminodiacético) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$ , para verificar o enchimento da vesícula biliar e o tempo de aparecimento de atividade radioativa na luz intestinal. Pode ser utilizado para o diagnóstico de algumas patologias das vias biliares (por exemplo, colecistite aguda e icterícia obstrutiva) e para a caracterização de massas hepáticas (por exemplo, adenoma, hiperplasia e lesões benignas, lesões malignas).

#### **7.3.4.2 Cintilografia hepatoesplênica**

O estanho coloidal (SN) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$  administrado por via endovenosa é depurado pelas células do sistema monocítico-fagocitário, sobretudo pelas células de Küpfer do fígado. Portanto, qualquer área de destruição do parênquima, ou ocupada por tumor, cisto ou abscesso, produzirá uma área de hipoconcentração do radiofármaco. O exame permite também a avaliação topográfica e morfológica do baço.

### **7.3.5 SISTEMA GASTRINTESTINAL**

#### **7.3.5.1 Cintilografia para pesquisa de refluxo gastroesofágico (RGE)**

O radiofármaco utilizado é o enxofre coloidal (SN) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$  administrado por via oral. A cintilografia para RGE é útil na investigação deste, tanto em adultos como em crianças. É considerado mais sensível que os métodos radiológicos, sendo também mais fisiológico e apresentando uma menor dose de radiação para o paciente. É realizada como procedimento de rotina a imagem tardia dos campos pulmonares (3 a 5 horas após a ingestão do radiofármaco), para a pesquisa de aspiração pulmonar.

#### **7.3.5.2 Cintilografia para pesquisa de esvaziamento gástrico**

O radiofármaco utilizado é o enxofre coloidal (SN) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$  administrado por via oral. O estudo do esvaziamento gástrico com método radionuclídico se tornou o exame padrão para avaliar a motilidade gástrica porque é uma técnica precisa, sensível, quantitativa e relativamente fácil de realizar.

#### **7.3.5.3 Cintilografia para pesquisa de divertículo de Meckel**

O divertículo de Meckel é a anomalia congênita mais frequente do trato gastrointestinal que ocorre em 1 a 3% da população. O diagnóstico pré-operatório do divertículo de Meckel era muito difícil antes do advento da cintilografia. Dificilmente ele é identificado nos filmes radiográficos do intestino delgado. A cintilografia com  $^{99m}\text{Tc}$  (pertechnetato de sódio) é considerada exame padrão ouro para o diagnóstico inicial de divertículo de Meckel.

#### **7.3.5.4 Cintilografia com hemácias marcadas**

A pesquisa com hemácias marcadas com  $^{99m}\text{Tc}$  é um teste altamente específico para a caracterização de hemangioma, com sensibilidade ao redor de 90% para lesões acima de 1,5 cm. Com a realização de imagens tomográficas (SPECT), lesões com dimensões ao redor de 1 cm podem ser detectadas em alguns casos. Resultados falso-negativos podem ocorrer quando a lesão é muito pequena (abaixo de 1,5 cm), quando ela se localiza próxima à estrutura vascular ou quando se apresenta trombosa ou fibrosa.

#### **7.3.5.5 Cintilografia com glândulas salivares**

O  $^{99m}\text{Tc}$  é captado pelas glândulas salivares e secretado pelo epitélio ductal. Após a administração endovenosa, imagens são obtidas em câmara de cintilação em duas etapas; na primeira observa-se o acúmulo de material radioativo, e, na segunda, após o paciente ser submetido a estímulo ácido (suco de limão), avalia-se a drenagem da glândula. Esse exame pode ser útil na avaliação do comprometimento da glândula por processos patológicos.

## **7.3.6 SISTEMA NERVOSO CENTRAL**

### **7.3.6.1 Cisternocintilografia**

Consiste na injeção intratecal do radiofármaco DTPA (ácido dietilenotriaminopentacético) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$ , que pode ser realizada por punção lombar ou suboccipital. Esse exame é útil para a avaliação dos espaços liquóricos e da dinâmica do liquor. Pode ser utilizado no diagnóstico da hidrocefalia de pressão normal e no acompanhamento terapêutico de indivíduos portadores de hidrocefalia, além de para o estudo das derivações dos espaços liquóricos.

### **7.3.6.2 Cintilografia cerebral**

Consiste na injeção intravenosa do radiofármaco DTPA- $^{99m}\text{Tc}$ . A fase de fluxo mostra a progressão vascular do material e nas imagens tardias é pesquisada a quebra hematoencefálica (BHE), que se mostra como regiões de hiperconcentração do radiofármaco.

A perda de integridade da BHE é um achado encontrado de forma não específica em tumores primários benignos ou malignos, tumores metastáticos, acidente vascular cerebral, infecções etc. Por esse motivo a concentração de radiofármaco na fase tardia da cintilografia cerebral é um achado pouco específico, sendo importante a análise conjunta com o quadro clínico. A confirmação do diagnóstico de morte encefálica é por outro lado uma situação na qual o método tem alta especificidade, caracterizando-se pela ausência de fluxo sanguíneo na tardia.

## **7.3.7 SISTEMA GENITURINÁRIO**

### **7.3.7.1 Cintilografia renal**

Após a injeção endovenosa de DMSA (ácido dimercaptossuccínico) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$ , este radiofármaco vai progressivamente sendo captado pelos rins, mais especificamente no citoplasma das células tubulares, o que permite realizar imagens representativas do córtex renal após algumas horas da injeção. Esse exame pode ser útil na avaliação da posição, do tamanho e da morfologia dos rins, na definição da função renal relativa e na detecção precoce de processos cicatriciais após episódios de pielonefrite.

### **7.3.7.2 Cintilografia radionuclídica**

A técnica consiste na administração intravesical, por cateterismo transuretral, do radiofármaco DTPA (ácido dietilenotriaminopentacético) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$  e pesquisa do aparecimento de radioatividade nos ureteres e nas vias urinárias altas no decorrer do tempo. A técnica radioisotópica não fornece informações anatômicas da afecção, mas na maioria dos casos identifica sua presença sem que o paciente seja submetido a doses excessivas de radiação, o que faz com que o exame seja excelente na avaliação evolutiva.

### **7.3.7.3 Cintilografia escrotal**

Nos casos de varicocele, tumores ou de torção testicular, administra-se o  $^{99m}\text{Tc}$  por via intravenosa. Áreas de hiperconcentração do radiotraçador podem ser sugestivas de tumor (às vezes com halo de hipocentralização de necrose). Nos casos de torção testicular podemos encontrar padrões de hiper ou hipocentralização.

## **7.3.8 SISTEMA ENDÓCRINO**

### **7.3.8.1 Cintilografia de tireóide**

Os estudos de tireóide estimularam os primeiros desenvolvimentos no campo da Medicina Nuclear. Os principais radiofármacos usados para a imagem da glândula tireóide incluem  $^{131}\text{I}$ ,  $^{123}\text{I}$  e  $^{99m}\text{Tc}$ , sendo o iodo um precursor na síntese do hormônio tireoidiano. A glândula capta o iodo que é incorporado ao hormônio tireoidiano e é subsequentemente ligado à tireoglobina. O  $^{99m}\text{Tc}$  é captado e concentrado na glândula tireóide, mas não passa pelo processo de incorporação ao hormônio tireoidiano.

O  $^{131}\text{I}$  possui meia-vida longa (8,06 dias) e é útil para estudos tardios de 24, 48 e 72 horas após a administração. A imagem tardia melhora o clareamento e aumenta a relação órgão-alvo/não-alvo para detectar metástases funcionais de CA de tireóide e na avaliação de massas no mediastino.

O  $^{123}\text{I}$  possui meia-vida curta (13,3 h) e fóton 159 keV, ideal para a detecção do cristal da gama-câmara que permite uma qualidade de imagem superior à do  $^{131}\text{I}$ , com menor dose absorvida na tireóide; porém tem como desvantagens disponibilidade comercial limitada, alto custo e presença de impurezas radionuclídeas de meia-vida longa ( $^{124}\text{I}$  e  $^{125}\text{I}$ ).

O  $^{99m}\text{Tc}$  tem como desvantagem não realizar a organificação do elemento, e a determinação dos valores de captação poderá não ter correspondência com o estado funcional da glândula.

A cintilografia de tireóide é utilizada para avaliação do tamanho, da forma e do estado funcional desta glândula, assim como na caracterização de nódulos tireoidianos. Pode ser útil em pacientes com hipertireoidismo, bócio nodular, nódulo solitário e tireoidite.

### **7.3.8.2 Cintilografia de paratireóide**

É administrado o radiofármaco MIBI (metoxiisobutilisonitrila) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$ , endovenosamente, adquirindo-se imagens precoces (15 minutos) e tardias (3 horas) das regiões cervical e torácica. Esse método é indicado na localização de adenoma de paratireoides em pacientes com hiperparatireoidismo.

### **7.3.8.3 Cintilografia das glândulas adrenais**

Consiste na administração do MIBG (metaiodobenzilguanidina) marcado com  $^{131}\text{I}$ . O MIBG é um análogo da guanetidina de estrutura semelhante à noradrenalina, sendo captado e armazenado em tecidos de linhagem neuroectodérmica pelo mecanismo de captação de aminas.

Esse exame é utilizado para pesquisa de tumores neuroendócrinos, principalmente o feocromocitoma, mas que pode também ser utilizado para diagnóstico de neuroblastomas, tumores carcinoides e paragangliomas, entre outros.

## **7.3.9 INFECÇÃO E INFLAMAÇÃO**

### **7.3.9.1 Cintilografia com $^{67}\text{Ga}$**

Após sua administração endovenosa, o citrato de gálio-67 ( $^{67}\text{Ga}$ ) se liga à siderofilina na circulação. A maneira pela qual penetra nas células envolvidas em processo inflamatório ou neoplástico é ainda obscura. Exame útil na detecção de focos infecciosos e inflamatórios, sendo, portanto, de valor na investigação da febre de origem indeterminada. Pode também ser útil no estadiamento e no controle evolutivo de linfomas e eventualmente outras neoplasias, como melanomas, e no diagnóstico de miocardites e endocardites.

### **7.3.9.2 Cintilografia com leucócitos marcados**

Leucócitos marcados com HMPAO (hexametilpropilenoaminóxima) marcados com  $^{99m}\text{Tc}$  têm alta sensibilidade e especificidade na detecção de focos infecciosos. Os leucócitos são separados de amostras de sangue do próprio paciente, marcados com composto lipofílico capaz de atravessar a membrana celular e reinfundidos no paciente.

Uma de suas principais indicações é o diagnóstico de osteomielite associada a fraturas ou cirurgias, situação que reduz a especificidade de métodos radiológicos e da cintilografia óssea. Também podem ser avaliados abscessos abdominais, infecção de próteses vasculares e colite auto-imune.

## **7.3.10 ONCOLOGIA**

### **7.3.10.1 Cintilografia com MIBG**

Consiste na administração do MIBG (metaiodobenzilguanidina) marcado com  $^{131}\text{I}$ . O MIBG é um análogo da guanetidina de estrutura semelhante à noradrenalina, sendo captado e armazenado em tecidos de linhagem neuroectodérmica pelo mecanismo de captação de aminas.

Esse exame é utilizado para pesquisa de tumores neuroendócrinos, principalmente o feocromocitoma, mas que pode também ser utilizado para diagnóstico de neuroblastomas, tumores carcinoides e paragangliomas, entre outros.

### **7.3.10.2 Cintilografia com tálio 201**

O  $^{201}\text{Tl}$ , em uso desde o final dos anos 1970 para imagem cardíaca, foi o primeiro a demonstrar avidéz por tumores. Após a sua administração, o  $^{201}\text{Tl}$  se distribui em todo o organismo proporcional ao fluxo sanguíneo regional. A captação cardíaca atinge o máximo em 10 minutos e provavelmente é a mesma para tumores. O clareamento biológico é primeiramente por via renal e em menor grau por via intersticial. Biologicamente o  $^{201}\text{Tl}$  se comporta de forma análoga ao potássio. A entrada do  $^{201}\text{Tl}$  nas células tumorais é dependente do sistema adenosina-trifosfatase existente na membrana celular, que inclui por mecanismo ativo o sódio intracelular pelo potássio.

### **7.3.10.3 Cintilografia com $^{99m}\text{Tc}$ -Sestamibi**

O MIBI (metaxiisobutilisonitrila) associado ao  $^{99m}\text{Tc}$  concentra-se nas mitocôndrias, logo marca a viabilidade celular (a falta de integridade das membranas das mitocôndrias é indicativa de estresse celular). É, no entanto, usado como indicador da susceptibilidade à quimioterapia de uma neoplasia, porque é excretado da célula pelo mesmo transportador membrana que excreta os químicos citostáticos (quanto mais transportador, menos radiatividade e menos susceptibilidade à quimioterapia).

### **7.3.10.4 Cintilografia com $^{99m}\text{Tc}$ -Tetrofosmin**

Embora pertencente a outro grupo de fármacos, o das difosfinas, o tetrofosmin também é um cátion lipofílico que, quando marcado com  $^{99m}\text{Tc}$ , apresenta características farmacocinéticas semelhantes às do  $^{99m}\text{Tc}$ -MIBI, exceto pela excreção mais rápida através do sistema hepatobiliar, o que permite que sejam obtidas imagens mais precocemente (15 a 30 minutos após a sua administração contra 30 a 60 minutos do  $^{99m}\text{Tc}$ -MIBI).

### **7.3.10.5 Cintilografia de mama com $^{99m}\text{Tc}$ -Sestamibi**

O radiofármaco MIBI (metoxiisobulisonitrila) marcado com  $^{99m}\text{Tc}$  tem afinidade por alguns tipos de tumores, em particular tumores de mama e suas metástases em glândulas axilares. Desta forma, este método pode ser útil para uma melhor caracterização de nódulos mamários detectados por outros métodos de imagem, na definição da presença de comprometimento axilar por tumores mamários e na investigação da existência de tumores em pacientes com mama densa ou previamente submetidos à cirurgia de mama.

### **7.3.10.6 Cintilografia com $^{111}\text{In}$ -Octroscan**

A cintilografia com octreotide (Octreoscan) é útil para localizar o tumor carcinoide primário e eventuais recorrências, bem como outros tumores endócrinos, com sensibilidades que variam de 75-95% e especificamente de 100% (para tumores neuroendócrinos em geral). Pacientes octreoscan-positivos em geral apresentam boa resposta ao tratamento com octreotide.

### **7.3.10.7 Linfocintilografia**

O radiofármaco utilizado é Dextran ou albumina marcada com  $^{99m}\text{Tc}$ .

O Dextran 500, um polissacarídeo de alto peso molecular com diâmetro de 20 nm, é o mais utilizado. Não se têm reações adversas descritas consequentes ao seu uso. O radiofármaco é administrado por via subcutânea na região a ser analisada (ex.: espaço interdigital das mãos para estudo de membros superiores). Ele progride pelas vias linfáticas, incluindo cadeias ganglionárias, até alcançar a circulação sanguínea, permitindo uma avaliação mais objetiva de déficit de drenagem linfática em suséitas de linfedema, difusão intersticial e áreas de extravasamento.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste trabalho, é possível confirmar a veracidade das palavras de Rutherford: “Não está na natureza das coisas que o homem realize um descobrimento súbito e inesperado; a ciência avança passo a passo e cada homem depende do trabalho de seus predecessores”.

O conhecimento acumulado, passado de geração a geração tornou possível o desenvolvimento de uma teoria atômico nuclear. Entre erros, tentativas e acertos, é alcançado o resultado que os anteriores consideravam impossível.

Dentre os grandes resultados positivos obtidos com este avanço, destaca-se Medicina Nuclear no diagnóstico de diversas doenças, incluindo acompanhamento e estudo das mesmas.

Como parte integrante desta, temos o diagnóstico por cintilografia, onde a radiação gama é empregada com muito sucesso, gerando imagens precisas e nítidas, de grande vantagem em diagnósticos patológicos.

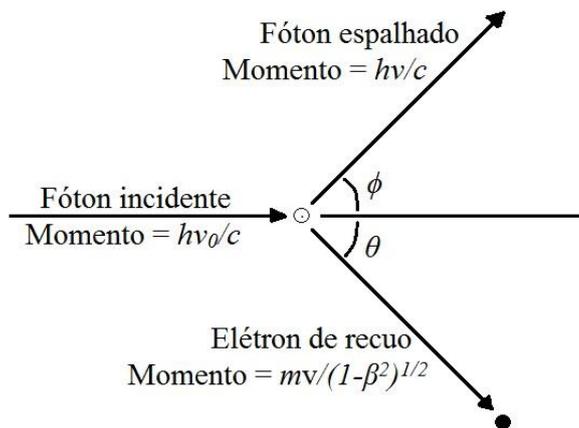
De grande importância no diagnóstico de cânceres, a cintilografia é hoje empregada no estudo de doenças incuráveis como Ausaímer.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GAMOW, George. **O incrível mundo da física moderna**. São Paulo: IBRASA, 1980.
- [2] KRANE, Kenneth. **Introductory Nuclear Physics**. New Delhi: WILEY-India, 1988.
- [3] KAPLAN, Irving. **Nuclear Physics**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1978.
- [4] MORAES, Anderson. **Manual de Medicina Nuclear. Série Tecnologia em Radiologia Médica**. São Paulo: Atheneu: Centro Universitário São Camilo, 2007.
- [5] BAERT, Albert. **Diagnostic Nuclear Medicine**. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- [6] ZIMMERMANN, Richard. **Nuclear Medicine: Radioactivity for Diagnosis and Therapy**. France, Les Ulis: EDP Sciences, 2006.
- [7] CANTONE, Marie and HOESCHEN, Christoph. **Radiation Physics for Nuclear Medicine**. Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- [8] Davisson, C.M. and Evans, R.D., “Gamma-Ray Absorption Coefficients,” *Revs. Mod. Phys.* **24**, 79-107 (1952).
- [9] Holloway, M.G. and Livingston, M.S., “Range and Specific Ionization of Alpha-Particles,” *Phys. Rev.* **54**, 18 (1928).

## APÊNDICE A

Para explicar a presença de uma componente deslocada e o valor do deslocamento, Compton supôs que o processo de espalhamento podia ser tratado como uma colisão elástica entre um fóton e um elétron livre, e que nesta colisão a energia e o momento se conservam. De acordo com a teoria quântica de Einstein do efeito fotoelétrico, os raios X primários, sendo radiações eletromagnéticas como a luz, se propagam como quanta com energia  $h\nu$ . Junto com sua energia, eles carregam o momento  $h\nu/c$ , de acordo com as idéias desenvolvidas na última seção. O quantum ou fóton espalhado se move numa direção diferente da do fóton primário e carrega um momento diferente. Para que o momento seja conservado, o elétron que espalha o fóton deve absorver um momento igual à diferença vetorial entre o momento do fóton incidente e o fóton espalhado, como na Figura (A1).



*Figura A1: O efeito Compton.*

A condição de que a energia seja conservada dá

$$h\nu_0 = h\nu + m_0c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - 1 \right], \quad (\text{A1})$$

onde  $\nu_0$  é a frequência do raio X incidente,  $\nu$  a do raio espalhamento pelo elétron, e a velocidade de recuo do elétron é  $v$ . A condição de que o momento seja conservado dá duas equações, uma para a componente  $x$  do momento e uma para a componente  $y$

$$\text{componente } x: \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \phi + \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \cos \theta, \quad (\text{A2})$$

$$\text{componente } y: 0 = \frac{h\nu}{c} \sin \phi - \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \sin \theta. \quad (\text{A3})$$

É conveniente escrever

$$\beta = v/c, \quad (\text{A4})$$

e reescrever as últimas três equações. Isto dá

$$h\nu_0 = h\nu + m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right], \quad (\text{A5})$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \phi + \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \theta, \quad (\text{A6})$$

$$0 = \frac{h\nu}{c} \sin \phi - \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \theta. \quad (\text{A7})$$

Introduzindo os comprimentos de onda

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} \quad e \quad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

das radiações incidente e espalhada, respectivamente. Então as Eqs. (A6) e (A7) se tornam:

$$\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda} \cos \phi = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \theta,$$

$$\frac{h}{\lambda} \sin \phi = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \theta$$

Elevando ao quadrado estas duas equações e somando, temos

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2 \cos \phi}{\lambda_0 \lambda} = \frac{m_0^2 \beta^2 c^2}{1 - \beta^2} = \frac{m_0^2 c^2}{1 - \beta^2} - m_0^2 c^2 \quad (\text{A8})$$

Analogamente, a Eq. (A5) pode ser escrita

$$\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda} + m_0 c = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Elevando ao quadrado, obtemos

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda} + 2m_0 c h \left( \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right) + m_0^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^2}{1 - \beta^2} \quad (\text{A9})$$

Subtraindo a Eq. (A8) da Eq. (A9), resulta

$$\frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda} (\cos \phi - 1) + 2m_0 c h \left( \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right) = 0$$

Portanto,

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \phi) \quad (\text{A10})$$

## APÊNDICE B

De acordo com Bragg, suponha que um trem de ondas de raios X monocromáticos atinge um cristal que consiste num arranjo regular de átomos ou moléculas. O cristal age como uma série de planos reflexivos paralelos, como na Figura B1. Se o ângulo de incidência ou de ataque  $\theta$  tem a relação apropriada com a distância  $d$  entre os planos reflexivos e o comprimento de onda  $\lambda$  das ondas incidentes, as reflexões dos vários planos se reforçam umas às outras e a reflexão resultante é excepcionalmente forte. Diz-se que as reflexões estão em fase. Mas, se o ângulo  $\theta$  não satisfaz a condição para que as diferentes reflexões estejam em fase, estas interferem com outras e o feixe resultante é fraco.

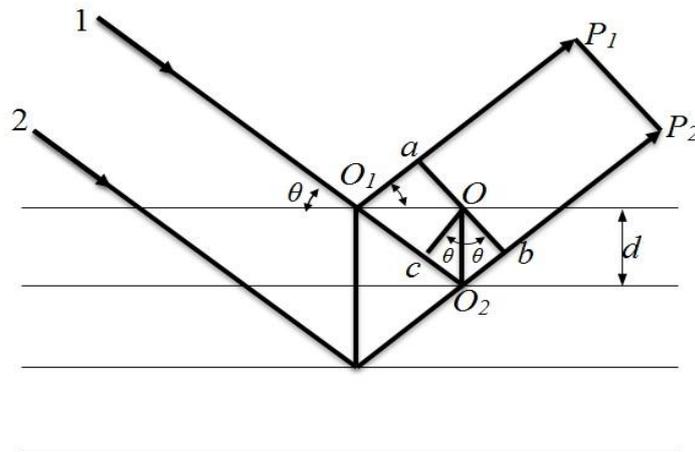


Figura B1: A reflexão de raios X por planos cristalinos, ilustrando a dedução da lei de Bragg.

A condição para se obter reflexão máxima para os raios X, a equação de Bragg, pode ser deduzida a partir da Figura B1. Considere um raio que encontra dois planos do cristal sucessivos em  $O_1$  e  $O_2$  respectivamente, e baixe uma linha a partir de  $O_2$ , perpendicularmente aos planos, até cortar o primeiro plano em  $O$ . Desenhe  $O_1P_1$  e  $O_2P_2$  representando os raios refletidos pelos dois planos, e desenhe  $aOb$  perpendicular a  $O_1P_1$  e  $O_2P_2$  para representar a frente de ondas do feixe

refletido. Vai haver um reforço se o caminho  $O_1O_2b$  percorrido pelas ondas espalhadas em  $O_2$  for maior que o caminho  $O_1a$  para as ondas espalhadas em  $O_1$  por um número inteiro de comprimentos de onda. Construa  $Oc$  perpendicularmente a  $O_1O_2$ ; então,  $O_1a = O_1c$  e a diferença é  $cO_2b = 2d \operatorname{sen}\theta$ . A condição para que exista um feixe refletido reforçado é então

$$n\lambda = 2d \operatorname{sen} \theta , \quad (\text{B1})$$

onde  $n$  é um inteiro.