



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
LICENCIATURA EM FÍSICA

HUGO SHIGUEO TANAKA DOS SANTOS

**ANÁLISE DA LEI DE BIOT-SAVART EM COMPARAÇÃO COM A FORÇA ENTRE
ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE**

MARINGÁ
2016

HUGO SHIGUEO TANAKA DOS SANTOS

**ANÁLISE DA LEI DE BIOT-SAVART EM COMPARAÇÃO COM A FORÇA ENTRE
ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Física como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Física pela Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Gardelli

MARINGÁ
2016

HUGO SHIGUEO TANAKA DOS SANTOS

**ANÁLISE DA LEI DE BIOT-SAVART EM COMPARAÇÃO COM A FORÇA ENTRE
ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Física como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Física pela Universidade Estadual de Maringá.

Aprovada em 17 de fevereiro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. DANIEL GARDELLI - Orientador
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Prof. Dr. BRENO FERRAZ DE OLIVEIRA
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Prof. Dr. MARCOS CESAR DANHONI NEVES
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Maringá - PR

2016

Dedico este trabalho ao meu pai Valdecir, minha mãe Sônia e meus irmãos, Lucas e Gabriela. E dedico também a minha namorada Estela

*“Ao futuro ou ao passado, a um tempo em que
o pensamento seja livre, em que os homens
sejam diferentes uns dos outros, em que não
vivam sós — a um tempo em que a verdade
exista e em que o que for feito não possa ser
desfeito:*

*Da era da uniformidade, da era da solidão, da
era do Grande Irmão, da era do
duplipensamento — Saudações!”*
(ORWELL, George. 1984, 2009, p. 39-40)

AGRADECIMENTOS

Meus pais, Valdecir e Sônia, por todo o apoio nas horas boas e ruins.

Meus irmãos, Lucas e Gabriela, pelo incentivo nas horas difíceis e pelas horas de conversas e desabafos.

Minha namorada, Estela, por todo amor, carinho e por me fazer acreditar em mim quando nem eu mesmo acreditava.

Meus *brothers*, Guilherme, Eduardo, Felipe (Pisco), Danilo (Carcaça), William (Catatau), Brian e Fellipe, pelos anos de amizade e pelas madrugadas de conversa conspiratória.

Aos amigos que fiz na graduação e que espero levar para o resto da vida, Eduardo, Hugo, Carlos, Henrique, Alisson e Renata.

Ao Professor Daniel Gardelli, pela orientação e por me apresentar a essa outra face da Física.

Aos membros da banca, pela disponibilidade em ler meu trabalho.

E, não menos importante, a todos que contribuíram de maneira direta e indireta para que eu chegasse até aqui.

A todos vocês, meus sinceros agradecimentos.

Obrigado!

RESUMO

Atualmente utilizamos a Lei de Biot-Savart, e também a força de Grassmann, para estudar os efeitos do campo magnético e observamos que estas aparentemente não satisfazem ao princípio da ação e reação. Em contrapartida, a força de Ampère sempre satisfaz a este princípio explicitamente e sempre na forma forte. O presente trabalho faz uma análise histórica do desenvolvimento destas duas equações de força, que foram desenvolvidas a partir de interpretações do experimento de Ørsted. Também faz uma análise comparativa entre as duas equações a fim de verificar se ambas fornecem o mesmo resultado e mostrar que a expressão de Grassmann, de fato, não satisfaz ao princípio da ação e reação. A Força de Ampère, além de sempre obedecer ao princípio da ação e reação na forma forte, explica os fenômenos a partir da ação a distância, que é mais simples de ser observada e possui muitos outros resultados poderosos, não só no eletromagnetismo.

Palavras-chave: Força Entre Elementos de Corrente de Ampère. Lei de Biot-Savart. Experimento de Ørsted. História da Ciência

ABSTRACT

Nowadays we use the Biot-Savart's Law, and also the Grassmann's force, to study the magnetic field's effects and we can observe that these apparently do not always satisfy the principle of action and reaction. In contrast, the Ampère's force always satisfies this principle explicitly and always in the strongest way. The present work does a historic analysis of the development of these two force equations, which have been developed from interpretations of the Ørsted's experiment. Also does a comparative analysis between the two equations in order to verify if both give the same result and show that the Grassmann's expression, in fact, does not satisfies to the principle of action and reaction. The Ampère's Force, in addition to always follow to the principle of action and reaction in the strongest way, explain the phenomena from the action at a distance, which is easier to be observed and has many others powerful results, not only in the electromagnetism.

Keywords: Ampère's Force Between Current Elements. Biot-Savart's Law. Ørsted's Experiment. History of Science

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação do experimento de Ørsted.	15
Figura 2	Detalhe da agulha astática de Ampère	17
Figura 3	Ilustração mostrando os termos envolvidos na Lei de Biot-Savart	18
Figura 4	Espira com corrente interagindo com um elemento de corrente.	26
Figura 5	Visão do plano xy da espira	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	O EXPERIMENTO DE ØRSTED	11
2.1	PRECEDENTES DA OBSERVAÇÃO DE ØRSTED	11
2.2	REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE ØRSTED	13
3	ELETROMAGNETISMO CLÁSSICO	16
3.1	DESENVOLVIMENTO DA LEI DE BIOT-SAVART	16
3.2	FORÇA DE GRASSMANN	19
4	ELETRODINÂMICA DE AMPÈRE	21
4.1	A INTERPRETAÇÃO DE AMPÈRE PARA O EXPERIMENTO DE ØRSTED	21
4.2	FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE	22
5	AMPÈRE VERSUS BIOT-SAVART	26
5.1	CÁLCULO DA FORÇA DEVIDO A UMA ESPIRA COM CORRENTE EM UM ELEMENTO DE CORRENTE	27
5.1.1	USANDO A LEI DE BIOT-SAVART E A FORÇA DE GRASSMANN	27
5.1.2	USANDO A FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE ...	30
5.2	EM DEFESA DA FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE .	32
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
	REFERÊNCIAS	37

1 INTRODUÇÃO

Ampère desenvolveu sua expressão de força entre elementos de corrente para tentar explicar o fenômeno da deflexão de uma agulha imantada causada pela interação com um fio com corrente, observado pela primeira vez por Hans Christian Ørsted (1777 - 1851), em 1820 (MARTINS, 1986). Além de Ampère, vários outros cientistas contemporâneos a ele tentaram explicar tal fenômeno, entre eles o próprio Ørsted, Michael Faraday, a dupla Jean-Baptiste Biot e Félix Savart e outros (GARDELLI, 2014).

A partir do seu estudo do experimento da deflexão da agulha, Biot e Savart chegaram a uma relação, que é atualmente chamada de *Lei de Biot-Savart* e ela, juntamente com a *Força de Grassmann* é usada para estudar os efeitos do campo magnético. Mesmo com todos os elogios de Maxwell, Whittaker e outros à expressão de força entre elementos de corrente de Ampère (ASSIS, 1995) e que explica - com a mesma efetividade - o mesmo fenômeno, atualmente, os livros didáticos - sejam eles de nível básico ou de nível superior - trazem apenas a lei desenvolvida pela dupla e não a de Ampère.

A *Força Entre Elementos de Corrente de Ampère* foi considerada como “fórmula cardeal [mais importante] da eletrodinâmica” (MAXWELL, 1954, p. 175 *apud* ASSIS, CHAIB, 2011, p. 32) e o próprio Maxwell considerava André-Marie Ampère como o “Newton da Eletricidade”. Ampère desenvolveu sua equação ao interpretar o fenômeno observado no experimento de Ørsted. Nesta interpretação, segundo Assis e Chaib (2011), ele teve “uma ideia original, rica e muito frutífera que o levou a diversas experiências inovadoras e a todo um conjunto de novos fenômenos que ninguém havia observado antes dele”. Quanto ao estudo dos efeitos magnéticos, a *Força Entre Elementos de Corrente de Ampère* oferece resultados iguais aos da Lei de Biot-Savart, porém ela é ignorada no estudo do eletromagnetismo. Quando a obra de Ampère é citada em algum livro-texto, aparece com distorções que não correspondem aos fatos históricos, onde usualmente é traçada uma linha de “evolução” da eletrodinâmica (CHAIB, ASSIS, 2007, p. 65-66).

A expressão de Ampère e a de Biot-Savart junto com a Força de Grassmann são equivalentes. Porém, a Força de Grassmann satisfaz o princípio da ação e reação somente em casos particulares (ASSIS, 1992, p.57; ASSIS, 1995, p.76). Ainda assim, a relação de Grassmann e a de Ampère fornecem resultados idênticos. É possível, então, estudar casos nas duas concepções. Como por exemplo, analisar um caso como o cálculo da força devido a uma espira com corrente em um elemento de corrente.

As duas abordagens, tanto a de Ampère quanto a de Biot e Savart, são completamente distintas e, mesmo assim, fornecem o mesmo resultado. Atualmente, usa-se a Lei de Biot-Savart juntamente com a Força de Grassmann para estudar casos como o que já foi citado. Porém, é

necessário considerar que Grassmann estudou como curso superior filologia e teologia e não possui educação formal em Física ou Matemática (ASSIS, 1995, p. 75) e ele, aparentemente, nunca realizou experiências em Física ou sequer relacionadas com eletrodinâmica. Ao contrário de Ampère, que realizou vários experimentos e observou fenômenos, que eram inéditos até então.

Diferentemente do eletromagnetismo clássico, a eletrodinâmica de Ampère não utiliza nenhum tipo de campo para explicar suas interações. Todos os fenômenos explicados pela interação de matéria com campo podem ser explicados pela ação a distância, isto é, a interação pura entre os elementos de corrente. Ou seja, não se trata algo imaterial interagindo com algo material, mas sim, da interação somente de matéria com matéria.

2 O EXPERIMENTO DE ØRSTED

2.1 PRECEDENTES DA OBSERVAÇÃO DE ØRSTED

Antes da realização e interpretações dadas ao experimento de Ørsted, não havia um consenso entre os filósofos da natureza sobre a interação entre eletricidade e magnetismo. Gardelli (2014) mostra que duas das correntes filosóficas da época interpretavam essa interação de maneira distinta: membros do *Programme de Recherche Laplacian*¹ acreditavam que era impossível observar a interação entre fenômenos de natureza distinta; já os seguidores da *Naturphilosophie* acreditavam que era possível que fenômenos diferentes pudessem se relacionar, inclusive os elétricos e magnéticos.

Embora tenha sofrido grande influência das ideias de Isaac Newton (1642-1726), o “Programa de Pesquisa Laplaciano” leva o nome de Pierre Simon Laplace (1749-1827). Laplace, além de contribuir com o legado do físico, matemático e filósofo inglês, reformulou matematicamente muitas de suas conjecturas. Ele também se dedicou a resolver problemas que foram deixados em aberto por Newton. Os integrantes desse Programa de Pesquisa acreditavam que “os fenômenos da refração óptica, da ação capilar, da coesão dos corpos sólidos e suas propriedades cristalinas e também as reações químicas poderiam ser explicados através de uma força de atração exercida pelas moléculas constituintes da matéria” (GARDELLI, 2014, p. 16). E também tentavam explicar matematicamente todos os fenômenos físicos e matemáticos observado por filósofos experimentais.

Os integrantes do “Programa de Pesquisa Laplaciano” procuravam:

[...] utilizar forças intermoleculares de curto alcance agindo entre as moléculas da matéria ordinária e as moléculas dos então chamados fluidos imponderáveis, concebidos para explicar a constituição da luz, do calor, da eletricidade e do magnetismo. Eles acreditavam que as moléculas constituintes de cada fluido repeliam-se mutuamente, mas que em todos os casos, eram atraídas pela matéria ponderável. Aqueles que adotavam a teoria dos dois fluidos para explicar os fenômenos elétricos ou magnéticos, faziam a hipótese adicional de que deveria haver uma força de atração entre as moléculas dos fluidos elétricos vítreo e resinoso, assim como uma força de atração entre as moléculas dos fluidos magnéticos austral e boreal. No entanto, para os membros desta sociedade, não poderia haver qualquer interação entre dois fluidos imponderáveis de naturezas diferentes (GARDELLI, 2014, p.19)

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), que em seus estudos em busca de leis experimentais que explicassem a torção de fios metálicos propôs uma teoria molecular para tais explicações. Entre 1777 e 1784, Coulomb publicou dois trabalhos² que, além de determinar a

¹Programa de Pesquisa Laplaciano

²*Recherches sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées* (Pesquisas sobre a melhor maneira

proporção entre a intensidade da força e o ângulo da balança de torção, deram origem às ideias diretoras de seus trabalhos sobre eletrostática e magnetismo (GARDELLI, 2014).

O Programa de Pesquisa Laplaciano começou a regredir, principalmente, com a maneira que Ampère e Faraday interpretaram o experimento de Ørsted. Ao fazer uma análise segundo a epistemologia de Imre Lakatos (SILVEIRA, 1996), é possível ver que as duas ideias degeneraram o programa porque atacavam diretamente seu núcleo firme - que era a interpretação dos fenômenos físicos por interações de fluidos imponderáveis:

A primeira porque reduziu os fenômenos magnéticos e eletromagnéticos a um fenômeno puramente eletrodinâmico, algo considerado inconcebível para Coulomb e Laplace. E a segunda porque interpretou a ação exercida por um fio condutor de eletricidade sobre uma agulha imantada como sendo devido à existência de uma “força rotacional”, contrastando fortemente com as forças centrais newtoniano-laplacianas, cuja direção de atuação era a da linha reta ligando os corpos interagentes. (GARDELLI, 2014, p. 20)

Já os integrantes da *Naturphilosophie* acreditavam que na natureza as forças fundamentais estariam sempre em conflito, o que daria origem a todos os fenômenos observados. Essa corrente filosófica teve como um de seus pioneiros Immanuel Kant (1724-1804), que questionou os fundamentos da física newtoniana. Ele se preocupava em mostrar que não é possível alcançar as “coisas como realmente são, ou às ‘coisas-em-si’” (GARDELLI, 2014, p. 21).

No final do século XVIII, Kant havia sugerido a ideia de que a força deve se manifestar na matéria basicamente de duas formas: como **força de repulsão**, o que explicaria a impenetrabilidade dos corpos, assim como sua própria existência, ao impedir sua aniquilação; como **força de atração**, o que definiria os limites de um corpo.

Em seu trabalho de 1799 intitulado *Fundamentals of the metaphysics of nature*³, Ørsted mostra que é adepto das ideias de Kant na sua introdução sobre as forças básicas da natureza (atração e repulsão) como condições necessárias para a existência da matéria de tamanho finito:

A força expansiva evita que a força atrativa reduza a extensão da matéria a zero, e a força atrativa evita que a força expansiva dê à matéria uma extensão infinitamente grande. Elas trabalham em oposição uma à outra e produzem movimentos em direções opostas de modo que uma pode ser considerada como negativa enquanto a outra pode ser considerada como positiva (ØRSTED *apud* MARTINS, 2007. p. 33).

de produzir agulhas imantadas) e *Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de métal* (Pesquisas teóricas e experimentais sobre a força de torção e sobre a elasticidade de fios de metal)

³Fundamentos da metafísica da natureza

Friedrich Wilhelm Joseph von Schelling (1775-1854) desenvolveu as ideias de Kant sobre a existência da matéria e também procurou entender a natureza toda. Schelling acreditava que as polaridades da natureza seriam derivadas de forças fundamentais kantianas e que a interação entre forças opostas daria origem a outros fenômenos naturais. Por exemplo, a polaridade magnética era considerada por seguidores dessa filosofia como efeitos de uma polaridade fundamental da natureza (GARDELLI, 2014).

A *Naturphilosophie* influenciou profundamente o trabalho de muitos cientistas do século XIX, entre eles o trabalho de Ørsted, que estudou a interação entre efeitos elétricos e magnéticos.

2.2 REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE ØRSTED

Como visto, Hans Christian Ørsted foi muito influenciado e direcionado pelas ideias kantianas. Acreditava na união das forças naturais, isto é, que o calor, a eletricidade, a luz e o magnetismo pudessem se relacionar:

[...] Ørsted acreditava na existência de dois fluidos elétricos, que entravam em ‘conflito’ ao tentarem se movimentar em sentidos opostos dentro de um fio condutor de corrente elétrica. Este conflito dava origem a uma sucessão de interrupções e restabelecimentos do equilíbrio, manifestando-se e difundindo-se através do espaço de modo “ondulatório” (GARDELLI, 2014, p. 26-27).

Partindo do pressuposto de que na natureza haveria um eterno conflito de forças e que quando a tensão de uma manifestação de forças fosse muito intensa, ela provocaria o aparecimento de outro fenômeno. Por exemplo, caso a eletricidade fosse muito intensa, ela poderia irradiar calor e luminosidade. Ørsted supôs que “[...] o conflito elétrico seria o responsável pelo surgimento do calor, da luz e também do magnetismo. Assim como os efeitos térmicos e luminosos da corrente elétrica saem de um fio em todas as direções quando este transmite uma grande quantidade de eletricidade, ele imaginou que o efeito magnético também pudesse irradiar de forma semelhante GARDELLI, 2014, p. 27).”

Ao contrário de muitos livros didáticos (CHAIB; ASSIS, 2007), que mostram Ørsted como alguém que descobriu acidentalmente a interação entre a eletricidade e a agulha de uma bússola, ele já havia previsto, em 1812, a existência do fenômeno eletromagnético, mas acreditava que, para que fosse possível observá-lo, era preciso confinar o conflito elétrico dentro de fios muito finos. Quando o conflito se tornasse muito intenso, não permaneceria mais dentro do fio e se espalharia por todo o espaço ao redor.

Em 1820, Ørsted observou o efeito que um fio com corrente causava na agulha de uma bússola. Ele aproximou um fio com corrente de uma agulha magnetizada e observou que a

agulha, que estava alinhada com o polo norte terrestre mudava de direção em sentido a oeste conforme o se aproximava o fio por cima do plano da agulha. Também observou que caso o fio fosse aproximado por baixo do plano da agulha, esta seria defletida para a direção oposta, isto é, para leste.

O experimento foi descrito pelo próprio Ørsted da seguinte forma:

Os terminais opostos do aparelho galvânico são unidos por um fio metálico, que, por concisão, chamaremos de *condutor de conexão* ou *fio de conexão*. Atribuiremos o nome de *conflito elétrico* ao efeito que se manifesta nesse condutor e no espaço que o cerca. A parte retilínea desse fio é colocada em posição horizontal, suspensa acima da agulha magnética, e paralela a ela. Se for necessário, o fio de conexão pode ser dobrado para que uma parte dele assuma a posição correta necessária à experiência. Nessa situação, a agulha magnética será movida, e a sua extremidade que está sob a parte do fio de conexão mais próxima ao terminal negativo do aparelho galvânico será desviada para oeste.

Se a distância entre o fio de conexão e a agulha magnética não exceder 3/4 de polegada, o desvio da agulha fará um ângulo de cerca de 45°. Se a distância variar, o ângulo diminuirá à medida que a distância cresça. Além disso, o desvio depende da eficácia do aparelho.

[...] Se o fio de conexão é colocado em um plano horizontal sob a agulha magnética, todos os efeitos são como no plano acima, mas em direção inversa. Pois o polo da agulha magnética sob o qual está a parte do fio de conexão que está próximo ao terminal negativo do aparelho galvânico desvia-se para leste (ØRSTED, *Experiências sobre o conflito elétrico sobre a agulha magnética*, 1986, p. 116-120).

O experimento pode ser representado conforme a Figura 1⁴. Em (a) e (b) a agulha está alinhada com o meridiano magnético, sendo que não há corrente no fio; em (c), o polo norte da agulha está defletido para a esquerda.

⁴Fonte: CHAIB, 2009, p. 25

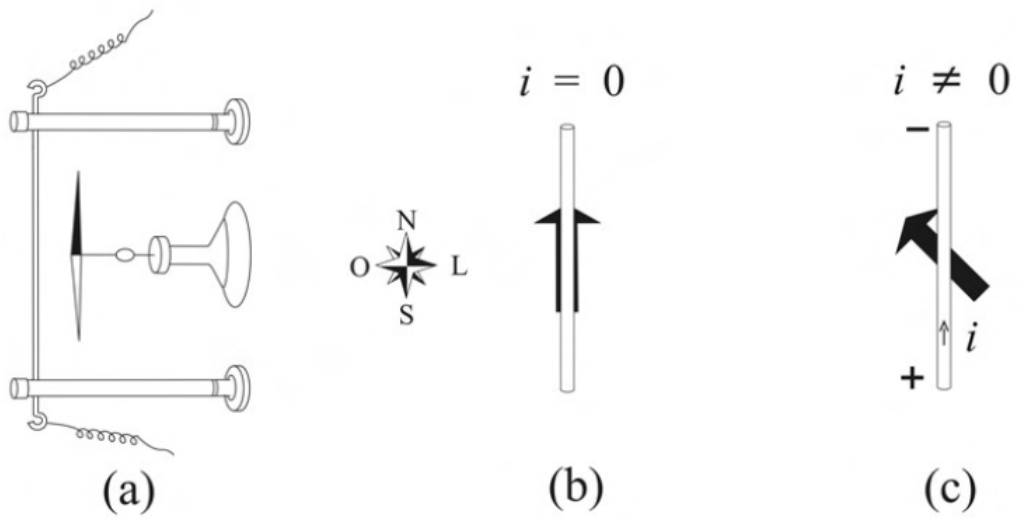


Figura 1: Representação do experimento de Ørsted.

3 ELETROMAGNETISMO CLÁSSICO

3.1 DESENVOLVIMENTO DA LEI DE BIOT-SAVART

Além do próprio Ørsted e outros, os franceses Jean-Baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841) também tentaram explicar o fenômeno da deflexão da agulha magnetizada devido a um fio com corrente. A explicação que a dupla deu ao experimento foi apresentada à Academia de Ciências de Paris no dia 30 de outubro de 1820. Este foi o primeiro trabalho da dupla sobre eletromagnetismo e foi traduzido para o português por Assis e Chaib (2006)¹. No trabalho, Biot e Savart concluíram que o torque magnético exercido pelo fio sobre a agulha varia com o inverso da distância entre o fio e agulha. Tal fato foi expresso em função da força magnética que o fio exercia sobre as moléculas magnéticas da agulha. É importante ressaltar que em momento algum os dois mencionam a existência de campos magnéticos ao redor dos fios, ao contrário do que se mostra em vários livros didáticos (ASSIS; CHAIB, 2006). Ou seja, haveria uma relação puramente magnética entre o fio e os polos magnéticos da agulha imantada.

Eles tinham o intuito de determinar a intensidade e a direção da força magnética exercida por um fio condutor de corrente constante longo e retilíneo sobre um polo de uma agulha magnetizada. Após eliminar o efeito do magnetismo terrestre, era possível observar que a agulha ficava perpendicular ao fio com corrente e à linha reta que ligava o fio ao centro da agulha. Isto já havia sido mostrado à Academia por Ampère, em setembro de 1820, usando uma agulha astática², que ele mesmo inventou. Uma representação da agulha astática está na Figura 2³.

¹BIOT, J. B.; SAVART, F. Note sur le Magnétisme de la pile de Volta. *Annales de Chimie et de Physique*, v. 15, p. 222-223, 1820. Tradução para o português: ASSIS, A. K. T.; CHAIB, J. P. M. C. Nota sobre o Magnetismo da Pilha de Volta – Tradução Comentada do Primeiro Artigo de Biot e Savart sobre Eletromagnetismo. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, série 3, v. 16, n. 2, p. 303-309, jul.-dez. 2006

²Agulha astática “é uma agulha imantada que permanece em repouso em qualquer posição que seja solta” (ASSIS; CHAIB, 2006, p. 61-63). Não varia sua direção conforme o magnetismo da Terra.

³Fonte: CHAIB, 2009, p. 56

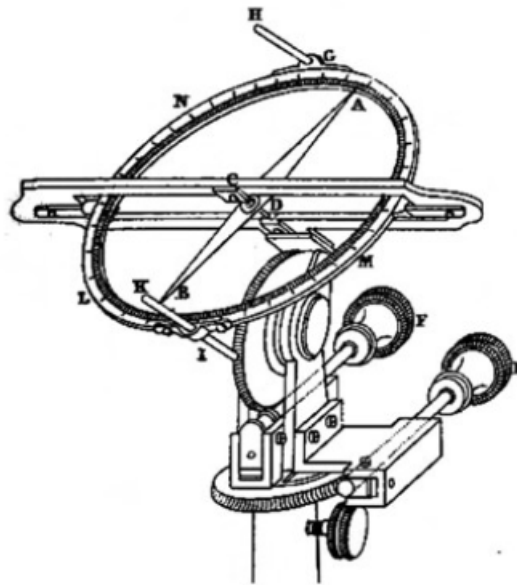


Figura 2: Detalhe da agulha astática de Ampère

Nas palavras de Biot e Savart, escritas na 3^a pessoa:

Os Srs. Biot e Savart leram uma memória na seção de 30 de outubro de 1820 da Academia de Ciências cujo tema é a determinação, por medidas precisas, das leis físicas segundo as quais os fios metálicos colocados em contato com dois pólos do aparelho voltaico agem sobre os corpos imantados. As experiências foram feitas suspendendo por fios de seda lâminas retangulares ou fios cilíndricos de aço temperado, imantadas pelo método de duplo contato[...].

Com o auxílio destes procedimentos os Srs. Biot e Savart foram conduzidos ao resultado seguinte que exprime rigorosamente a ação experimentada por uma molécula de magnetismo austral ou boreal colocada a uma distância qualquer de um fio cilíndrico muito fino e indefinido, tornado magnético, pela corrente voltaica. A força que atua sobre a molécula é perpendicular a esta linha e ao eixo do fio. Sua intensidade é inversamente proporcional a esta distância. A natureza de sua ação é a mesma que a ação de uma agulha imantada que fosse colocada sobre o contorno do fio em um sentido determinado e sempre constante em relação à direção da corrente voltaica; de tal maneira que uma molécula de magnetismo boreal e uma molécula de magnetismo austral seriam assim solicitadas em sentidos contrários, embora sempre seguindo a mesma [linha] reta determinada pela construção precedente. (BIOT; SAVART, *Nota sobre o Magnetismo da Pilha de Volta*. Em: ASSIS; CHAIB, 2006, p. 307-308)

Entretanto, como indicado por Gardelli (2014), Biot e Savart não encontraram uma configuração de agulhas ao redor do fio que conseguisse mostrar as posições que a agulha da bússola assume ao redor do fio. E então, passaram a explicar a interação entre o fio com corrente e a agulha da bússola como sendo um efeito da interação entre cada elemento de corrente do fio com a agulha. Tanto as forças individuais de cada elemento de corrente do fio quanto a força

total do fio sobre a agulha - soma de todas as contribuições de cada elemento de corrente sobre os polos - não estariam mais na linha reta que os une, mas, sim, “perpendiculares ao plano formado pela direção do elemento de corrente e pela reta unindo o elemento de corrente ou o fio ao polo magnético” (GARDELLI, 2014, p. 40).

Biot e Savart leram, diante da Academia, em 18 de dezembro de 1820, um artigo que descrevia um experimento realizado para determinar a relação da força de interação entre os polos de um ímã e os elementos de corrente de um fio que estava na vertical. Ao variar os parâmetros envolvidos e realizar as medidas das oscilações sofridas pelo ímã suspenso, os dois concluíram que a força exercida pelo fio oblíquo era inversamente proporcional à distância entre o vértice do fio oblíquo e o polo magnético. Já a força entre um elemento de corrente e o polo magnético seria inversamente proporcional ao quadrado da distância que une os dois (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 124).

Implicitamente, a dupla assumiu que a “força exercida por um elemento de corrente sobre um polo magnético norte ou sul (molécula de magnetismo austral ou boreal) era proporcional à intensidade do polo magnético m , à intensidade i da corrente elétrica no elemento e ao comprimento infinitesimal ds do elemento” (GARDELLI, 2014, p. 44)

Atualmente, mesmo que Biot e Savart nunca tivessem assumido a existência de campos magnéticos, a Lei de Biot-Savart em linguagem vetorial atual é da forma:

$$d\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r_{12}^2} (i_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}) \quad (10)$$

e diz-se que ela representa o campo magnético infinitesimal gerado em um ponto do espaço por um elemento de corrente de um fio, a uma distância r_{12} desse elemento de corrente, \hat{r}_{21} ($= -\hat{r}_{12}$) é um vetor unitário que aponta do elemento de corrente para o ponto considerado, μ_0 é a permeabilidade magnética do meio e $i_1 d\vec{l}_1$ é um elemento de corrente do fio. A Lei de Biot-Savart pode ser representada conforme a Figura 3:

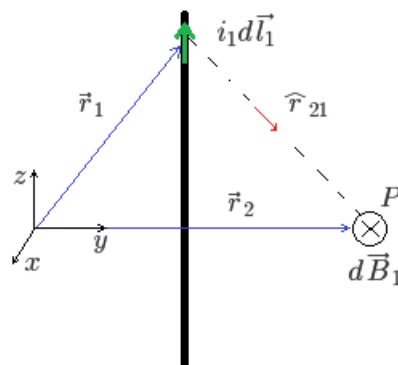


Figura 3: Ilustração mostrando os termos envolvidos na Lei de Biot-Savart

O conceito de elemento de corrente havia sido inventado por Ampère para representar um “comprimento infinitesimal do fio condutor de corrente elétrica orientado no sentido da corrente” (GARDELLI, 2014, p. 44).

Quando se soma todas as contribuições infinitesimais do campo magnético da lei de Biot-Savart, isto é, ao se integrar a lei de Biot-Savart, é possível encontrar a ação do fio todo sobre uma molécula magnética colocada próxima ao fio.

3.2 FORÇA DE GRASSMANN

Hermann Günther Grassmann (1809-1877), aparentemente nunca frequentou cursos de matemática ou de física na Universidade de Berlim. Apesar de ter voltado para a sua cidade natal depois de terminar o curso universitário, nunca chegou a lecionar em uma universidade, apenas nas escolas secundárias locais. Ao que parece, Grassmann nunca realizou experimentos de eletromagnetismo (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 223).

Mesmo que, aparentemente, Grassmann não tenha feito experimentos em eletromagnetismo, ele “publicou um artigo intitulado ‘Uma nova teoria da eletrodinâmica’. Em 1877, publicou outro artigo [...], no qual mostrou que a expressão de Clausius, de 1877, para a força entre elementos de corrente era a mesma que ele próprio havia publicado em 1845 (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 223).”

Atualmente, apenas a força de Grassmann aparece nos livros didáticos, sejam do ciclo básico ou em níveis avançados, mesmo com os elogios feitos à força de Ampère por Maxwell (1954), Whittaker (1951) e outros. Em linguagem vetorial moderna, a força de Grassmann é dada por:

$$d^2\vec{F}_{12}^G = i_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1 \quad (11)$$

Ou

$$d^2\vec{F}_{21}^G = i_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_2 \quad (12)$$

Onde $d\vec{B}_1$ é o campo magnético gerado pelo elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$ e é dado pela lei de Biot-Savart, Equação (10). Esta expressão foi usada pela primeira vez por Grassmann em um artigo de 1845 (ASSIS, 1995, p. 75).

Usando a propriedade do triplo produto vetorial, $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$, podemos escrever a força de Grassmann como:

$$d^2\vec{F}_{12}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{r_{12}^2} [(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) \hat{r}_{12} - (d\vec{l}_2 \cdot \hat{r}_{12}) d\vec{l}_1] \quad (13)$$

Porém, sabendo que $\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$ e também que o produto escalar de dois vetores é comutativo, a fim de obter a força no sentido contrário, se trocarmos os índices 1 e 2, obteremos:

$$d^2\vec{F}_{21}^G = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{4\pi r_{12}^2} [(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2)\hat{r}_{12} - (d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{12})d\vec{l}_2] \quad (14)$$

Portanto,

$$d^2\vec{F}_{12}^G \neq -d^2\vec{F}_{21}^G \quad (15)$$

Isto será melhor discutido no Capítulo 5. Mas, por hora, é possível ver que, apesar de que o primeiro termo $((d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2)\hat{r}_{12})$ satisfaça ao princípio da ação e reação, o segundo termo só o faz em casos muito particulares (ASSIS, 1995, p.76; ASSIS; CHAIB, 2011, p. 227). Neste sentido, há casos em que a força de Grassmann, quando se utilizam elementos de corrente, não satisfaz à terceira lei de Newton. Como Griffiths (2010, p. 242-243) mostra que, ao assumir que o campo magnético possui momento, a Força de Grassmann volta a obedecer ao princípio da ação e reação.

4 ELETRODINÂMICA DE AMPÈRE

4.1 A INTERPRETAÇÃO DE AMPÈRE PARA O EXPERIMENTO DE ØRSTED

Como visto no Capítulo 2, o experimento de Ørsted teve grande impacto sobre os cientistas da época. André-Marie Ampère (1775-1836) assistiu às demonstrações do experimento feitas por Arago e, a partir daí, começou a trabalhar intensamente no assunto. Para explicar o fenômeno do conflito elétrico, supôs que todos os fenômenos magnéticos já conhecidos até então poderiam ser explicados por meio da interação entre elementos de corrente. Com isso, ele assumiu que a Terra e os ímãs naturais também possuíam elementos infinitesimais de corrente. A partir de suas hipóteses, Ampère chegou até a prever – e observar – vários fenômenos que ninguém havia observado até então, como, por exemplo, a interação entre dois fios com corrente (ASSIS; CHAIB, 2011. p.26).

Partindo do princípio de que apenas coisas de mesma natureza podem interagir entre si, ao observar a interação entre a eletricidade do fio e a agulha da bússola, “[...]não seria absurdo esperar que houvesse eletricidade em movimento dentro da agulha e também que fosse esperada uma interação entre fios com corrente, caracterizando desta forma, uma interação de eletricidade em movimento com eletricidade em movimento” (WILLIAMS *apud* GARDELLI, p. 32 2014).

Segundo Assis e Chaib (2011, p. 59), a ideia de Ampère para interpretar esse experimento foi “original, rica e muito frutífera”. Durante suas pesquisas, ele foi o primeiro a observar fenômenos e a realizar experimentos que revolucionaram as pesquisas em eletrodinâmica. A partir da sua concepção de que todos os fenômenos magnéticos poderiam ser explicados pela interação entre elementos de corrente, Ampère teve espaço para testar e explorar diversas hipóteses dos pontos de vista experimental, matemático e conceitual.

Sobre isso, o próprio Ampère diz:

É esta ação [isto é, a ação de um longo condutor com corrente defletindo um ímã] descoberta pelo Sr. Oersted que me levou a reconhecer a ação de duas correntes elétricas, uma sobre a outra, assim como a ação do globo terrestre sobre uma corrente, e a maneira como a eletricidade produzia todos os fenômenos apresentados pelos ímãs, [como devidos a] uma distribuição semelhante à que ocorre no condutor de uma corrente elétrica, que segue curvas fechadas perpendiculares ao eixo de cada ímã [...] (AMPÈRE, *Suite du Mémoire sur l'Action mutuelle entre deux courants électriques, entre un courant électrique et un aimant ou le globe terrestre, et entre deux aimants*, 1820. Em: ASSIS; CHAIB, 2011, p.59-60)

A interpretação de Ampère levou a um novo programa de pesquisas experimentais e teóricas. Com isso, ele:

[...] previu a interação entre condutores com corrente[...]. Ampère foi o primeiro a prever e a obter esse fenômeno experimentalmente. Previu também a interação entre a Terra e condutores com corrente, sendo mais uma vez o primeiro a observar esse fenômeno. [...] tentou simular o comportamento magnético de ímãs utilizando apenas condutores com corrente, encontrando para isto condutores elétricos apropriados. Também buscou simular o magnetismo terrestre utilizando apenas correntes elétricas. Além disso, buscou simular a experiência de Ørsted [...] utilizando apenas condutores com corrente. Essa nova concepção teórica levou Ampère a buscar uma expressão matemática para a interação entre correntes elétricas, com a qual se pudessem descrever quantitativamente todos esses fenômenos e prever novos resultados experimentais. [...] E Ampère conseguiu realizar todo esse imenso programa de pesquisas no curto prazo de seis anos. (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 60).

No ano de 1822 Ampère chegou a uma expressão matemática que descreve a força entre dois elementos de corrente. Essa expressão também conseguia explicar todas as suas observações.

4.2 FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE

Após assistir às demonstrações do experimento de Ørsted, Ampère realizou várias experiências inovadoras e inéditas. Por exemplo, ele concluiu que a corrente flui por um circuito fechado, observou que fios com corrente podem interagir entre si (tanto fios em espiral, quanto fios retos e paralelos), realizou variações do experimento de Ørsted, entre outras experiências. Ampère foi o primeiro a observar vários fenômenos:

1. Força de atração e repulsão exercida por um fio retilíneo com corrente sobre um ímã;
2. Atração e repulsão entre espirais com corrente;
3. Atração e repulsão entre condutores retilíneos com corrente;
4. Torque exercido pela Terra sobre uma espira com corrente;
5. Descoberta de que a corrente também flui no interior da pilha, resultado importante para estabelecer o conceito de circuito fechado.

[...] Os itens (2), (3), (4), em particular, abrem toda uma nova área de pesquisas, a saber, a interação entre condutores com corrente constante. Ampère passa, a partir daí, a ter dois objetivos bem claros em mente: o primeiro é o de encontrar uma expressão matemática que explique quantitativamente a interação entre correntes elétricas; o segundo é o de explicar quantitativamente todos os fenômenos magnéticos, assim como todos os fenômenos eletromagnéticos, apenas em termos da interação entre correntes (ASSIS; CHAIB, 2011. p. 77).

Para isso, Ampère precisou assumir a existência e a distribuição de correntes infinitesimais dentro de ímãs e da Terra.

Nesta passagem, nota-se a forte influência das ideias de Laplace, que foram vistas no Capítulo 2, já que Ampère procurava explicar matematicamente tais fenômenos por meio de interações intermoleculares (elementos de corrente). Com isso, Ampère foi capaz de desenvolver a sua expressão matemática de força entre os elementos de corrente.

Para começar suas pesquisas sobre a interação entre dois condutores finitos com corrente constante:

[...]Ampère assumiu alguns princípios ou hipóteses: (A) um deles é o de que a força entre os dois condutores pode ser obtida pela integração em cada circuito da suposta força infinitesimal entre dois de seus elementos de corrente; (B) essa força infinitesimal é sempre suposta ao longo da reta que une os elementos, seguindo ainda o princípio de ação e reação; (C) além disso, ele inicialmente supõe, por analogia com outras leis de força conhecidas na gravitação, eletrostática e magnetostática, que essa força infinitesimal diminui com o quadrado da distância entre os elementos de corrente; (D) ele também supõe que ela é proporcional à intensidade das corrente e aos seus comprimentos infinitesimais, embora inicialmente não seja claro, ao expor a distinção entre esses dois últimos conceitos (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 79).

Além dessas hipóteses, para formular sua expressão de força, Ampère postulou a lei da adição, que consiste em que a força de um elemento de corrente orientado $i_1 dl_1$ sobre um outro elemento de corrente $i_2 dl_2$ é igual a todas as forças que as componentes de dl_1 exercem em dl_2 , em duas ou mais direções, onde cada componente é percorrida pela corrente i_1 . Segundo Ampère:

Esta lei consiste em que caso se considere uma porção infinitamente [pequena] de corrente elétrica, e que caso se considerem no mesmo ponto do espaço outras porções infinitamente pequenas de correntes elétricas que sejam em relação à primeira [porção], em intensidade e em direção, o mesmo que as componentes de uma força são em grandeza e em direção relativamente a essa força, a reunião dessas porções de correntes elétricas, correspondentes às forças componentes exercerá, em todo caso, precisamente a mesma ação que corresponde à resultante dessas porções (AMPÈRE, *Note sur un Mémoire lu à l'Académie royale des Sciences*, 1820. In: ASSIS; CHAIB, 2011, p. 89).

Também usou o teorema da não existência de interação entre elementos ortogonais, que era inédito até então. Esta proposição considera nula a interação entre dois elementos dl_1 e dl_2 nos casos em que um dos dois elementos seja ortogonal ao plano em que o outro elemento se encontra. Para justificar esse teorema, Ampère usou um princípio de simetria:

Considerando então duas pequenas porções de corrente elétrica, uma em um plano e a outra dirigida perpendicularmente a este plano, foi me fácil perceber em primeiro

lugar que, quando esta última porção está acima ou abaixo do plano, os dois sentidos segundo os quais ela pode ser percorrida pela corrente elétrica são distintos um do outro pela circunstância, a saber, de que em um caso essa corrente está se aproximando do plano, e no outro caso está se afastando dele; conseqüentemente, nada se opõe a que exista uma ação, seja atrativa ou seja repulsiva, entre as duas pequenas porções [porções] que se consideram, desde que o sentido da corrente da porção que está no plano também possa ser determinado pelas circunstâncias dependentes da situação respectiva dessas duas pequenas porções, que logo examinarei. Em segundo lugar [foi-me fácil perceber] que se, ao contrário, o centro da porção infinitamente pequena perpendicular ao plano se encontra nesse plano, sendo tudo igual dos dois lados desse plano, não existe mais qualquer diferença entre os dois sentidos de acordo com os quais a corrente elétrica possa percorrer essa porção que dependa de sua situação relativamente àquela [porção] que está no plano, e as duas que se pode enunciar de forma geral da seguinte maneira: a ação atrativa ou repulsiva entre duas porções infinitamente pequenas de correntes elétricas torna-se necessariamente nula quando a situação relativa delas no espaço é tal que se passarmos pelo centro de uma delas um plano perpendicular à sua direção, a reta que representa a direção da outra porção se encontra totalmente nesse plano (AMPÈRE, *Notes sur cet exposé des nouvelles Expériences relatives aux Phénomènes produits par l'action électrodynamique, faites depuis le mois de mars*, 1821. Em: ASSIS; CHAIB, 2011, p. 96).

Com base nesse teorema, na lei de adição e em suas hipóteses, Ampère chegou a uma expressão de força que dependia da intensidade das duas correntes, da distância entre os dois elementos de corrente e dos ângulos que eles formavam em relação à linha reta que os unia.

Após adaptações na sua equação de força entre elementos de corrente, Ampère fez uma pausa em suas pesquisas em eletrodinâmica por doença e cansaço. Retornou após as pesquisas de Faraday – que também iniciou suas pesquisas em eletrodinâmica após a apresentação do experimento de Ørsted – sobre a rotação contínua de um fio com corrente em volta de um ímã fixo. Ampère reproduziu esse experimento, pois ele apresentava um efeito que não havia sido imaginado por ele (ASSIS; CHAIB, 2011).

A partir de sua intensa, frutífera e inventiva pesquisa em eletrodinâmica, como mostra Chaib (2009) e no livro publicado com A. K. T. Assis (ASSIS; CHAIB, 2011) Ampère conseguiu chegar à sua força entre elementos de corrente no ano de 1822, que é da forma:

$$\frac{ii' ds ds'}{r^n} (\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \cos \gamma + k \cos \alpha \cos \beta) \quad (17)$$

Nesta expressão, $n = 2$ e $k = -1/2$ são constantes que tiveram seus valores determinados por Ampère; i e i' são as intensidades das correntes em dois condutores; ds e ds' são os comprimentos dos elementos de corrente; r é a distância entre os dois elementos e α , β e γ são os ângulos que os elementos infinitesimais fazem com o plano da reta que os une.

A fim de deixar a Equação (17) com uma notação parecida com a utilizada neste

trabalho, ela pode ser escrita na forma:

$$\frac{i_1 i_2 dl_1 dl_2}{r^2} \left(\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \frac{1}{2} \cos \alpha \cos \beta \right) \quad (18)$$

Em linguagem vetorial contemporânea e no Sistema Internacional de Unidades, pode-se representar a força entre elementos de corrente de Ampère como escrita por André K. T. Assis (ASSIS, 1992, p. 53; ASSIS, 1995, p.70):

$$d^2 \vec{F}_{12}^A = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r_{12}^2} \left[(d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) - \frac{3}{2} (d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{12})(d\vec{l}_2 \cdot \hat{r}_{12}) \right] \hat{r}_{12} \quad (19)$$

sendo μ_0 é a permeabilidade magnética do meio.

Sabendo-se que $\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$ e que o produto interno de dois vetores é comutativo, para obter a força no sentido contrário, se trocarmos os índices 1 e 2, ficamos com:

$$d^2 \vec{F}_{21}^A = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r_{12}^2} \left[(d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1) - \frac{3}{2} (d\vec{l}_2 \cdot \hat{r}_{12})(d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{12}) \right] \hat{r}_{12} \quad (20)$$

Sabendo que $\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$ e $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$, fica claro que a Equação (19) obedece ao princípio da ação e reação, ou seja, $d^2 \vec{F}_{12}^A = -d^2 \vec{F}_{21}^A$. Isso será melhor discutido no próximo capítulo.

5 AMPÈRE VERSUS BIOT-SAVART

Tanto a abordagem de Biot-Savart e Grassmann quanto a de Ampère, fornecem os mesmos resultados finais. Mesmo com todas as diferenças de origem e filosóficas, elas são equivalentes. Segundo Bueno e Assis (2015), a razão disso é “uma diferencial exata que, quando integrada no circuito fechado [...], resulta um valor nulo” (BUENO; ASSIS, 2015, p. 99).

Para mostrar que as duas equações levam ao mesmo resultado, calcularemos a força exercida por um fio retilíneo infinito em uma espira, ambos de material condutor e com correntes elétricas.. Faremos também o cálculo da força que a espira faz no fio retilíneo, a fim de verificar se, tanto a força de Ampère quanto a lei de Biot-Savart são compatíveis com o princípio da ação e reação.

Um caso parecido pode ser encontrado no exemplo 5.6 do Capítulo 5 da 3ª edição do livro *Eletrodinâmica*¹ de David J. Griffiths (2010, p. 152-153), que calcula o campo magnético devido a um circuito circular usando a lei de Biot-Savart. Como a concepção amperiana não admite a existência de campos magnéticos e trata da interação pura entre elementos de corrente, então calcularemos a interação da espira – ou circuito circular – com um fio retilíneo infinito, conforme a Figura 4:

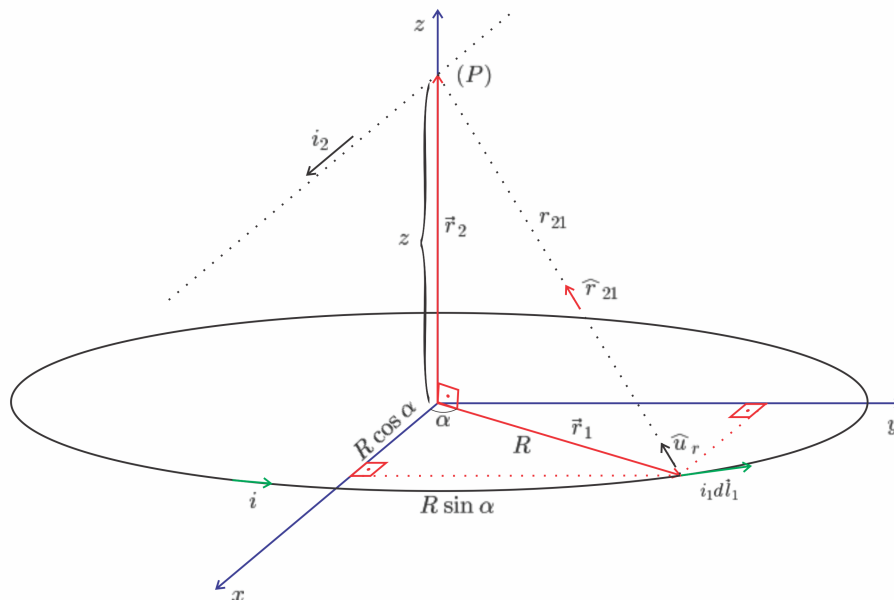


Figura 4: Espira com corrente interagindo com um elemento de corrente.

Na figura, cada elemento é:

¹É interessante mencionar que, apesar de o livro ter o nome *Eletrodinâmica*, o tratamento dado na obra não é eletrodinâmico. Como Assis e Chaib (2011) chamam atenção, este termo é usado apenas para a interação entre condutores com corrente, o que não é mostrado na obra.

i_1 : é a corrente que passa pela espira;

$i_1 d\vec{l}_1$: é um elemento de corrente orientado na espira;

R : é o raio da espira;

\vec{r}_1 : é o vetor que vai da origem até o elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$;

$R \cos \alpha$: é a projeção do vetor \vec{r}_1 no eixo coordenado x ;

$R \sin \alpha$: é a projeção do vetor \vec{r}_1 no eixo coordenado y ;

i_2 : é a corrente que passa a uma altura z da espira;

\vec{r}_2 : é o vetor que vai da origem até o elemento de corrente que está em um ponto (P);

\hat{r}_{21} : é o vetor unitário que vai do elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$ até o outro elemento de corrente.

Também é representado por \hat{u}_r ;

r_{21} : é a distância entre a espira e o elemento de corrente que está a uma altura z de seu centro.

5.1 CÁLCULO DA FORÇA DEVIDO A UMA ESPIRA COM CORRENTE EM UM ELEMENTO DE CORRENTE

5.1.1 Usando a Lei de Biot-Savart e a Força de Grassmann

Usando a Equação (10) e analisando a Figura 4, obtemos

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (22)$$

E também que

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \quad (23)$$

Os vetores \vec{r}_2 e \vec{r}_1 , são dados por:

$$\vec{r}_2 = z\hat{k} \quad (24)$$

$$\vec{r}_1 = R \cos \alpha \hat{x} + R \sin \alpha \hat{j} \quad (25)$$

Portanto,

$$\vec{r}_{21} = -R \cos \alpha \hat{i} - R \sin \alpha \hat{j} + z\hat{k} \quad (26)$$

O elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$ é dado por:

$$i_1 d\vec{l}_1 = (-R \sin \alpha d\alpha) \hat{i} + (R \cos \alpha d\alpha) \hat{j} \quad (27)$$

que pode ser encontrado se olharmos a espira a partir do eixo z , isto é, olhando apenas para o plano xy da Figura 4. Essa visualização é mostrada na Figura 5

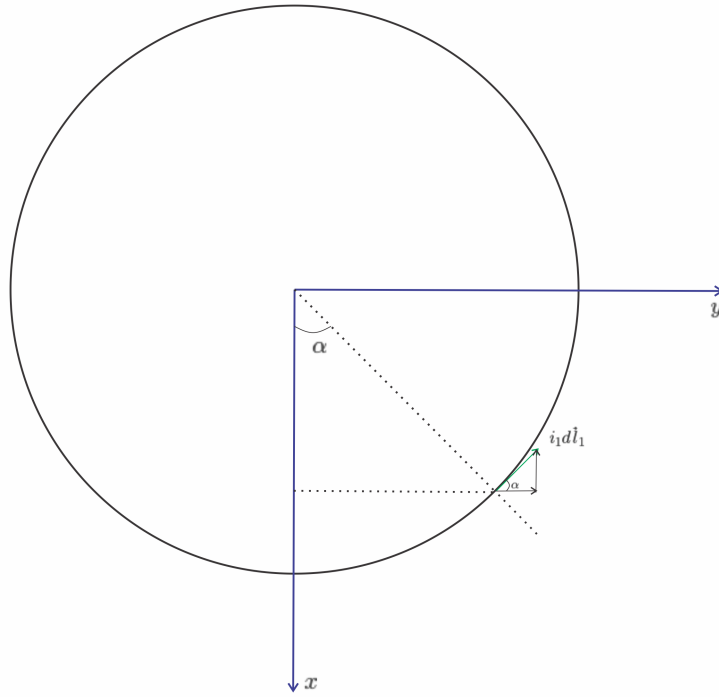


Figura 5: Visão do plano xy da espira

Aplicando a Equação (26) na lei de Biot-Savart (Equação (10)), a fim de encontrar o campo magnético devido ao elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$ ficaremos com:

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1 (-R \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{i} + R \cos\alpha d\alpha \hat{j})}{4\pi r_{21}^2} \times \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \quad (28)$$

Onde $\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$ é o vetor unitário \hat{r}_{21} . Então, substituindo esse resultado com a relação encontrada anteriormente para \hat{r}_{21} , ficamos:

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1 (-R \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{i} + R \cos\alpha d\alpha \hat{j}) \times (-R \cos\alpha \hat{i} - R \operatorname{sen}\alpha \hat{j} + z\hat{k})}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (29)$$

Assim,

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1 R [z \cos\alpha d\alpha \hat{i} + z \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{j} + R d\alpha \hat{k}]}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (30)$$

Integrando em ambos os lados para obter o campo magnético total devido a toda a espira com corrente, temos:

$$\int d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{i_1 R [z \cos\alpha \hat{i} + z \operatorname{sen}\alpha \hat{j} + R\hat{k}]}{(R^2 + z^2)^{3/2}} d\alpha \quad (31)$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} [z \cos\alpha \hat{i} + z \operatorname{sen}\alpha \hat{j} + R\hat{k}] d\alpha \quad (32)$$

Após integrar, aplicar os limites de integração e organizar a equação, ficamos com:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} \frac{i_1 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k} \quad (33)$$

Que é o campo gerado pela espira com corrente em um ponto (P) sobre o eixo da espira a uma distância z de seu centro.

Para calcular a força de interação entre a espira e um elemento de corrente $i_2 d\vec{l}_2$ cujo centro encontra-se ponto (P) selecionado anteriormente, vamos usar a força de Grassmann, que é dada pela Equação (11). Neste caso, o elemento de corrente $i_2 d\vec{l}_2$ está orientado na direção paralela ao eixo x . Assim,

$$i_2 d\vec{l}_2 = i_2 dl_2 \hat{i} \quad (34)$$

Substituindo (34) e (30) em (11), temos:

$$d^2 \vec{F}_{12}^G = i_2 d\vec{l}_2 \hat{i} \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 R z \cos \alpha \hat{i} + z \operatorname{sen} \alpha \hat{j} + R \hat{l}}{(R^2 + z^2)^{3/2}} d\alpha \right) \quad (35)$$

$$d^2 \vec{F}_{12}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2 R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} d\vec{l}_2 \hat{i} \times [(z \cos \alpha \hat{i} + z \operatorname{sen} \alpha \hat{j} + R \hat{k}) d\alpha] \quad (36)$$

Resolvendo o produto vetorial e integrando dos dois lados a fim de obter a força total da espira com corrente no elemento de corrente $i_2 d\vec{l}_2$:

$$\int d^2 \vec{F}_{12}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2 R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} [\hat{j}(-R d\alpha) + \hat{k}(z \operatorname{sen} \alpha d\alpha)] dl_2 \quad (37)$$

Após integrar, aplicar os limites de integração e organizar a equação, temos que a força da espira por unidade de comprimento do fio retilíneo é:

$$\frac{d\vec{F}_{12}^G}{dl_2} = -\frac{\mu_0}{2} \frac{i_1 i_2 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{j} \quad (38)$$

E esta é a força que a espira faz sobre o elemento de corrente $i_2 dl_2$.

Segundo o princípio da ação e reação, devemos ter que $\vec{F}_{12}^G = -\vec{F}_{21}^G$, como visto no Capítulo 3. Para isso, vamos “inverter” a Equação (11) e usar o elemento de corrente $i_1 d\vec{l}_1$ e o campo $d\vec{B}_2$ gerado pelo elemento de corrente $i_2 d\vec{l}_2$.

De modo análogo ao anterior, vamos calcular, com a Lei de Biot-Savart, o campo magnético de um elemento de corrente do fio retilíneo:

$$d\vec{B}_2 = +\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2 d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{r^3} \quad (39)$$

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2 d\vec{l}_2 \times (R \cos \alpha \hat{i} + R \operatorname{sen} \alpha \hat{j} - z \hat{k})}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (40)$$

Então:

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} [dl_2 \hat{i} \times (-R \cos \alpha \hat{i} - R \sin \alpha \hat{j} + z \hat{k})] \quad (41)$$

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} (z dl_2 \hat{j} + R \sin \alpha dl_2 \hat{k}) \quad (42)$$

Lembrando que a Equação (12) é dada por:

$$d^2 \vec{F}_{21}^G = i_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_2 \quad (43)$$

Substituindo (27) e (42) em (12), temos

$$d^2 \vec{F}_{21}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} [(R \sin \alpha d\alpha \hat{i} + R \cos \alpha d\alpha \hat{j}) \times (z dl_2 \hat{j} + R \sin \alpha dl_2 \hat{k})] \quad (44)$$

Resolvendo o produto vetorial:

$$d^2 \vec{F}_{21}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} [(R^2 \sin \alpha \cos \alpha \hat{i}) + (R^2 \sin^2 \alpha \hat{j}) + (-R \sin \alpha z \hat{k})] d\alpha dl_2 \quad (45)$$

Para obter o resultado final, é preciso integrar dos dois lados, assim:

$$\int d^2 \vec{F}_{21}^G = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} [(R^2 \sin \alpha \cos \alpha \hat{i}) + (R^2 \sin^2 \alpha \hat{j}) + (-R \sin \alpha z \hat{k})] d\alpha dl_2 \quad (46)$$

Portanto,

$$\frac{d\vec{F}_{21}^G}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2} \frac{i_1 i_2 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{j} \quad (47)$$

É possível ver que a força que um elemento de corrente do fio retilíneo faz em um elemento de corrente da espira (Equação (45)) é diferente da força que um elemento de corrente da espira faz em um elemento de corrente do fio retilíneo (Equação (36)), ou seja, $d^2 \vec{F}_{12}^G \neq -d^2 \vec{F}_{21}^G$, o que não satisfaz ao princípio da ação e reação. Porém, quando integramos para encontrar a força exercida por toda a espira sobre o elemento de corrente do fio retilíneo, a equação volta a satisfazer à 3ª Lei de Newton.

5.1.2 Usando a Força Entre Elementos de Corrente de Ampère

Agora, usaremos a Equação (19), que é a expressão para a força que o elemento de corrente da espira ($i_1 d\vec{l}_1$) faz no elemento de corrente do fio retilíneo ($i_2 d\vec{l}_2$). Os termos da equação são os mesmos que usamos até agora, assim, substituindo estes componentes na

equação, temos:

$$d^2\vec{F}_{12}^A = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ (-R \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{i} + R \cos\alpha d\alpha \hat{j}) \cdot dl_2 \hat{i} - \frac{3}{2} [(-R \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{i} + R \cos\alpha d\alpha \hat{j}) \cdot (\hat{r}_{12}) (dl_2 \hat{i} \cdot \hat{r}_{12})] \right\} \hat{r}_{12} \quad (49)$$

Onde,

$$\hat{r}_{12} = \frac{-R \cos\alpha \hat{i} - R \operatorname{sen}\alpha \hat{j} + z \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{1/2}}$$

Resolvendo os produtos internos e organizando a equação, ficamos com:

$$d^2\vec{F}_{12}^A = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r_{12}^2} \left[(-R \operatorname{sen}\alpha d\alpha dl_2) \left(\frac{-R \cos\alpha \hat{i} - R \operatorname{sen}\alpha \hat{j} + z \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right) \right] \quad (50)$$

Ou

$$d^2\vec{F}_{12}^A = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[(R \operatorname{sen}\alpha d\alpha dl_2) \left(\frac{R \cos\alpha \hat{i} + R \operatorname{sen}\alpha \hat{j} - z \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right) \right] \quad (51)$$

Então,

$$d^2\vec{F}_{12}^A = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} (R^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha d\alpha dl_2 \hat{i} + R^2 \operatorname{sen}^2\alpha d\alpha dl_2 \hat{j} - Rz \operatorname{sen}\alpha d\alpha dl_2 \hat{k}) \quad (52)$$

Integrando em ambos os lados com a finalidade de obter a força total que o a espira faz em um elemento de corrente do fio retilíneo, temos:

$$\int d^2\vec{F}_{12}^A = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} (R^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha d\alpha \hat{i} + R^2 \operatorname{sen}^2\alpha d\alpha \hat{j} - Rz \operatorname{sen}\alpha d\alpha \hat{k}) dl_2 \quad (53)$$

$$\frac{d\vec{F}_{12}^A}{dl_2} = -\frac{\mu_0}{2} \frac{i_1 i_2 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{j} \quad (54)$$

Este resultado é igual ao fornecido pela Equação (38). Ou seja $d\vec{F}_{12}^G = d\vec{F}_{12}^A$.

Segundo o princípio da ação e reação, devemos ter que $d\vec{F}_{12}^A = -d\vec{F}_{21}^A$. Para demonstrar essa igualdade, devemos “trocar os subíndices 1 e 2 de lugar”. Como a expressão de Ampère depende somente de produtos internos, que são comutativos, isso é, $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. É possível já prever o resultado, tanto em relação à força já integrada ($d\vec{F}_{12}^A = -d\vec{F}_{21}^A$) quanto em relação à força expressa como uma diferencial de 2ª ordem ($d^2\vec{F}_{12}^A = -d^2\vec{F}_{21}^A$). Mas vamos provar esse resultado partindo da Equação (19):

$$d^2\vec{F}_{21}^A = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r_{21}^2} \left[(d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1) - \frac{3}{2} (d\vec{l}_2 \cdot \hat{r}_{21}) (d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{21}) \right] \hat{r}_{21} \quad (55)$$

sendo, $r_{21} = r_{12}$ e que $\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$. Logo:

$$d^2\vec{F}_{21}^A = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r_{12}^2} \left[(d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1) - \frac{3}{2} (d\vec{l}_2 \cdot \hat{r}_{21})(d\vec{l}_1 \cdot \hat{r}_{21}) \right] \hat{r}_{12} \quad (56)$$

Então,

$$d^2\vec{F}_{21}^A = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ dl_2 \hat{i} \cdot (-R \operatorname{sen} \alpha d\alpha \hat{i} + R \cos \alpha d\alpha \hat{j}) \right. \\ \left. - \frac{3}{2} [(dl_2 \hat{i} \cdot \hat{r}_{21})(-R \operatorname{sen} \alpha d\alpha \hat{i} + R \cos \alpha d\alpha \hat{j}) \cdot (\hat{r}_{21})] \right\} \hat{r}_{12} \quad (58)$$

Resolvendo os produtos internos e organizando a equação, temos:

$$d^2\vec{F}_{21}^A = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r_{12}^2} \left[(-R \operatorname{sen} \alpha d\alpha dl_2) \left(\frac{-R \cos \alpha \hat{i} - R \operatorname{sen} \alpha \hat{j} + z \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right) \right] \quad (59)$$

Ou

$$d^2\vec{F}_{21}^A = +\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[(R \operatorname{sen} \alpha d\alpha dl_2) \left(\frac{R \cos \alpha \hat{i} + R \operatorname{sen} \alpha \hat{j} - z \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right) \right] \quad (60)$$

Já é possível observar que o valor desta equação é igual à Equação (51) com o sinal contrário ($d\vec{F}_{12}^A = -d\vec{F}_{21}^A$). Para mostrar que essa relação também é válida quando calculamos a força total, vamos integrar dos dois lados da igualdade:

$$\int d^2\vec{F}_{21}^A = +\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} (R^2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha d\alpha \hat{i} + R^2 \operatorname{sen}^2 \alpha d\alpha \hat{j} - Rz \operatorname{sen} \alpha d\alpha \hat{k}) dl_2 \quad (61)$$

$$\frac{d\vec{F}_{21}^A}{dl_2} = +\frac{\mu_0}{2} \frac{i_1 i_2 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{j} = -\frac{d\vec{F}_{12}^A}{dl_2} \quad (62)$$

5.2 EM DEFESA DA FORÇA ENTRE ELEMENTOS DE CORRENTE DE AMPÈRE

Partindo das duas interpretações apresentadas acima, analisamos um caso a fim de comparar ambas e, como vimos, a força de Ampère, de fato, sempre satisfaz ao princípio da ação e reação na forma forte. Ao contrário da Lei de Biot-Savart. Porém, como mostrado Chaib e Assis (2007), a Força de Ampère não aparece em quase nenhum dos livros-texto e, quando aparece, está distorcida. O que se faz é traçar “uma linha da evolução da eletrodinâmica obedecendo à sequência Oersted, Biot-Savart, Ampère, Faraday e Maxwell. Cada um acrescentando formalmente uma determinada parcela de conhecimento para o acúmulo e desenvolvimento da ciência do eletromagnetismo” (CHAIB; ASSIS, 2007, p.66).

Além da força entre elementos de corrente de Ampère sempre obedecer à 3ª lei de Newton, é interessante observar o fato de que ela usa apenas a ideia de ação a distância, evitando

desta maneira, a introdução do conceito de campo para ajudar a explicar de que maneira ocorre a interação entre dois corpos. Assis (1999) conclui que:

[...] existem muitos aspectos positivos relacionados com a ação a distância: sua simplicidade, os poderosos resultados que são obtidos com ela no eletromagnetismo e a gravitação, a implementação do princípio de Mach, o fato de que a primeira equação de onda descrevendo perturbações eletromagnéticas ter sido obtida a partir da ação a distância antes de Maxwell etc ². (ASSIS, 1999, p. 55, *tradução nossa*).

Além disso, Maxwell, Whittaker e outros fazem muitos elogios a Ampère, que foi considerado o “Newton da Eletricidade” por Maxwell e segundo ele Ampère é “sem dúvida, o melhor, uma vez que a única que faz com que a força em dois elementos [de corrente], sejam não só iguais e opostas, mas também na linha reta que os une³” (MAXWELL, 1954, v. 2, artigo 527, p. 174, *tradução nossa*).

A ideia de Ampère é tão valiosa que, além dos elogios já citados, Wilhelm Eduard Weber (1804-1891) partiu da força de Ampère para obter sua equação de força entre cargas elétricas. A força de Weber prevê todos os fenômenos eletrostáticos e eletrodinâmicos conhecidos (ASSIS, 1992; ASSIS, 1995).

Mesmo com todos esses elogios, a ideia de Ampère sofreu e sofre várias críticas. A seguir vamos discutir algumas delas.

O próprio Ørsted nunca aceitou todas as ideias de Ampère. Criticava principalmente a suposição de existir correntes elétricas microscópicas dentro de um ímã e que Ampère acreditava que a ação entre dois condutores com corrente era direta e não rotatória como na interpretação dada por Ørsted.

Ampère era contrário às ideias de Ørsted, e também não acreditava na concepção de polos magnéticos. Por isso, a interpretação entre correntes moleculares faz sentido dentro de sua interpretação. Ampère preferia descrever a interação de maneira análoga à de Newton, com a força ao longo da linha reta que une os dois corpos. Ao contrário de Ørsted e outros que preferiam a explicação de um fluxo de matéria ao redor do fio, assim como Descartes usava um turbilhão no sentido do movimento dos planetas para explicar o movimento ao redor do Sol (ASSIS; CHAIB, 2011).

Já Biot e Savart consideravam a ideia de correntes moleculares desnecessária, porque não havia análogo eletrostático, magnetostático ou gravitacional para os elementos de corrente

²“[...] that are many positive aspects related to action at a distance: its simplicity, the powerful results which are obtained with it in electromagnetism and gravitation, the implementation of Mach’s principle, the fact that the first wave equation describing the propagation of electromagnetic disturbances was obtained with action at a distance laws prior to Maxwell etc” (ASSIS, 1999, p. 55).

³“[...] is undoubtedly the best, since it is the only one which makes the forces on the two elements not only equal and opposite but in the straight line which joins them. (MAXWELL, 1954, vol. 2. artigo 527. p. 174)”.

orientados. Apesar de que, tempos depois, Biot e Savart passaram a usar a ideia de um elemento de corrente proposta por Ampère.

Ampère aponta várias falhas cometidas por Biot e Savart ao buscarem uma explicação para a força de um elemento de corrente sobre um polo magnético. Ampère mostrou que “a suposição fundamental de Biot e Savart para explicar a experiência de Ørsted, baseada apenas na interação entre polos magnéticos, não deveria levar à unificação dos fenômenos magnéticos, eletromagnéticos e eletrodinâmicos” (ASSIS; CHAIB, 2011, p. 240).

E Grassmann, além de também criticar a complicação matemática da força de Ampère, diz que não há motivo para que a força entre dois elementos de corrente seja sempre ao longo da reta que os une.

Ampère não conheceu as críticas que Grassmann fez sobre suas ideias, por isso Assis e Chaib (2011) mostram como poderiam ter sido as respostas de Ampère a tais apontamentos.

Apesar de todas essas objeções apresentadas acima, pode-se afirmar que a força entre elementos de corrente de Ampère é uma maneira mais simples de se conceber a interação eletrodinâmica e que está de acordo com todos os resultados experimentais conhecidos, bem como é possível descrever todos os resultados experimentais partindo do princípio de que a força está ao longo da reta que une dois elementos de corrente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca de Ørsted pela unificação de dois efeitos de naturezas distintas, elétricos e magnéticos, foi motivada pela escola filosófica *Naturphilosophie*. Isso resultou no célebre experimento da deflexão da agulha de uma bússola quando se aproximava um fio com corrente. Ainda assim, a descoberta de Ørsted é reduzida a uma descoberta acidental, porque seu trabalho é descrito como algo acidental e as principais interpretações do conflito elétrico foram dadas por Ampère, pela dupla Biot e Savart e outros. Apesar de, inicialmente, Ampère fazer parte do Programa de Pesquisa Laplaciano, sua interpretação do experimento de Ørsted contribuíram para que o programa regredisse.

Ao contrário do que se mostra em muitos livros-texto atuais, Ørsted não realizou seu experimento por acaso, mas já havia proposto seu efeito em 1812 e realizou o célebre experimento da deflexão da agulha no ano de 1820. Ørsted aproximou um fio com corrente de uma agulha magnetizada e observou que a agulha, que estava alinhada com o polo norte terrestre mudava de direção em sentido a oeste conforme se aproximava o fio por cima do plano da agulha. Também observou que caso o fio fosse aproximado por baixo do plano da agulha, esta seria defletida para a direção oposta, isto é, para leste.

Esse experimento teve grande impacto entre os cientistas da época e para explicar a interação entre o fio com corrente e a agulha imantada, a dupla francesa Biot e Savart realizaram experiências eletromagnéticas e chegaram à conclusão de que a força exercida por uma molécula magnética em um fio caía com o inverso do quadrado da distância que os unia. Com base nas pesquisas de Biot e Savart, Grassmann escreveu sua equação de força entre um elemento de corrente e um elemento infinitesimal de campo magnético. Vale lembrar que Grassmann não teve educação formal em matemática ou física e, aparentemente, nunca realizou nenhuma experiência eletrodinâmica. Sua expressão tem uma aparente quebra de simetria antes de obter o valor total da força de interação, de modo que a força obedece à terceira lei de Newton somente em casos particulares. Em alguns casos, ela não o faz nem na forma fraca.

Outro cientista que assistiu às apresentações que Arago fez do experimento de Ørsted foi Ampère e o experimento teve grande impacto sobre ele, que passou a se dedicar arduamente para explicar o fenômeno. Ampère supôs que todas as interações eram puramente eletrodinâmicas, isto é, as interações ocorreriam somente entre condutores com corrente. Para isso, teve que supor correntes infinitesimais dentro de ímãs e na Terra. Essa ideia foi muito rica e, a partir dela, realizou uma série de experimentos, previu e observou fenômenos inéditos até aquela época. A força entre elementos de corrente de Ampère admite apenas a ação a distância, ou seja, não há campos magnéticos na concepção de Ampère. Sua equação obedece ao princípio da ação e reação na forma forte em todos os casos.

Tendo como ponto de partida as duas interpretações, analisamos um caso da força exercida por uma espira com corrente em um elemento de corrente a uma certa altura de seu centro. E então, observamos que, de fato, a força de Grassmann, antes de ser integrada, não satisfaz ao princípio da ação e reação. Só o faz depois da integração. Já a força entre elementos de corrente de Ampère satisfaz esse princípio na forma forte antes e depois de ser integrada. Também argumentamos a favor da concepção de Ampère e a favor da ação a distância.

Com esse trabalho, portanto, foi possível observar que a eletrodinâmica de Ampère é muito consistente em todos os seus aspectos. Uma ideia tão importante e genial como essa deve ser levada em consideração quando se fala da interação eletromagnética. Ampère foi um dos maiores cientistas de sua época e todo seu período de pesquisas sobre eletrodinâmica foi, com certeza, um dos maiores acontecimentos da história da ciência e não deve ser ignorado.

REFERÊNCIAS

- ASSIS, André Koch Torres. *Curso de Eletrodinâmica de Weber*. Campinas, SP: Setor de Publicações do Instituto de Física da Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, 1992. Notas de Física IFGW - Número 5.
- ASSIS, André Koch Torres. *Eletrodinâmica de Weber - Teoria Aplicações e Exercícios*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1995.
- ASSIS, André Koch Torres. Arguments in Favour of Action at a Distance. IN: *Instantaneous Action at a Distance – “Pro” and “Contra”*. CHUBYKALO. A. E. et al. (Orgs.). Nova Science Publishers. Commack, p. 45-56, 1999.
- ASSIS, André Koch Torres; CHAIB, João Paulo Martins de Castro. Nota sobre o Magnetismo da Pilha de Volta – Tradução Comentada do Primeiro Artigo de Biot e Savart sobre Eletromagnetismo. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, série 3, v. 16, n. 2, p. 303-309, jul.-dez, 2006.
- ASSIS, André Koch Torres; CHAIB, João Paulo Martins de Castro. *Eletrodinâmica de Ampère – Análise do significado e da evolução da força de Ampère, juntamente com a tradução comentada de sua principal obra sobre eletrodinâmica*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- BUENO, Marcelo; ASSIS, André Koch Torres. *Cálculo de Indutância e de Força em Circuitos Elétricos*. Montreal, Canadá: Apeiron, 2ª edição, 2015.
- CHAIB, João Paulo Martins de Castro. *Análise do Significado e da Evolução da Força de Ampère, juntamente com a Tradução Comentada de sua Principal Obra Sobre Eletrodinâmica*. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física ‘Gleb Wataghin’, 2009.
- CHAIB, João Paulo Martins de Castro; ASSIS, André Koch Torres. Distorção da obra eletromagnética de Ampère nos livros didáticos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 29, n. 1, p. 65-70, 2007
- GARDELLI, Daniel. *Experimento de Ørsted: subsídios para uma abordagem histórica do assunto no ensino médio*. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2014.
- GRIFFITHS, David Jeffrey. *Eletrodinâmica*. São Paulo, Brasil: Pearson, 3ª edição, 2010.
- MARTINS, Roberto de Andrade. Ørsted e descoberta do eletromagnetismo. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 10, p. 89-114, 1986.
- MARTINS, Roberto de Andrade. Ørsted, Ritter and Magnetochemistry. In: BRAIN, R. M.; COHEN, R. S.; KNUDSEN, O. (eds.). *Hans Christian Ørsted and the Romantic Legacy in Science: Ideas, Disciplines, Practices*. New York: Springer, 2007, p. 339-385.
- MAXWELL, James Clerk. *A Treatise on Electricity & Magnetism* (1873). Volume Two. New York: Dover, 1954.

ØRSTED, Hans Christian. Experiências sobre o efeito do conflito elétrico sobre a agulha magnética. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 10, p. 115-122, 1986.

SILVEIRA, Fernando Lang da. A Metodologia dos Programas de Pesquisa: A Epistemologia de Imre Lakatos. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 13, n. 3, p. 219-230, dez. 1996.

WHITTAKER, Edmund T. *A History of the Theories of Aether and Electricity*. Vol. 1: The Classical Theories. Vol. 2: The Modern Theories. New York: Tomash Publishers, American Institute of Physics, 1951.