

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FERNANDO DA SILVA CALSAVARA

ANÁLISE DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DA CINEMÁTICA EM LIVROS  
DIDÁTICOS DE FÍSICA PARA O ENSINO MÉDIO

Maringá

Novembro de 2011

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FERNANDO DA SILVA CALSAVARA

ANÁLISE DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DA CINEMÁTICA EM LIVROS  
DIDÁTICOS DE FÍSICA PARA O ENSINO MÉDIO

Trabalho de graduação apresentado ao  
departamento de Física da Universidade  
Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Msc. Ricardo Francisco  
Pereira

Banca examinadora:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Polônia Altoé Fusinato

Prof. Msc. Michel Corci Batista

Maringá

Novembro de 2011

Se um ser humano discordar de você,  
deixe-o viver. Em cem bilhões de  
galáxias, não encontrará nenhum outro.

Cosmos – Carl Sagan

## Sumário

<b>Agradecimentos</b> .....	3
<b>Resumo</b> .....	4
<b>1 – Introdução</b> .....	5
<b>2 – Registros de Representação</b> .....	8
2.1 – Operações de Tratamento.....	10
2.2 – Operações de Conversão.....	12
<b>3 – Representações Gráficas</b> .....	14
<b>4 – Materiais Analisados e Metodologia</b> .....	17
4.1 - Livros Didáticos Analisados.....	17
4.2 - Metodologia.....	19
<b>5 – Análises e Discussões</b> .....	20
5.1 - Livro A – As Faces da Física.....	20
5.2 - Livro B – Física Aula por Aula.....	21
5.3 - Livro C – Física em Contextos.....	23
5.4 - Livro D – Quanta Física.....	25
5.5 - Livro E – Compreendendo a Física.....	26
5.6 - Livro F – Curso de Física.....	28
<b>6 – Considerações Finais</b> .....	30
<b>Referências</b> .....	33

## Lista de Figuras

Capa do livro A – As Faces da Física.....	17
Capa do livro B – Física Aula por Aula.....	17
Capa do livro C – Física em Contextos.....	18
Capa do livro D – Quanta Física.....	18
Capa do livro E – Compreendendo a Física.....	18
Capa do livro F – Curso de Física.....	19

## Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Valter e Luzia, por literalmente, tudo. Desde conselhos até puxadas de orelha, mas agradeço, principalmente, pelo amor e dedicação que deram tanto a mim quanto aos meus irmãos, Junior e Eduardo, que faço também questão de agradecer por estarem junto a mim quando me foi necessário. *Vocês são minha vida!*

Aos amigos espetaculares de curso e de UEM: Leonora, Aline, Débora, Pablo, Santa, Stock, Vini, Julio, Rafa e Robson, pelos bons momentos que passamos durante esses cinco anos de convivência.

Aos **Brothers** Jackes, Mateus e Smurf, pelos momentos incríveis que tivemos juntos, não só pelas brincadeiras e risadas, mas também pelos conhecimentos passados uns aos outros. Jamais serão esquecidos!

À professora Alice Sizuko Iramina e ao Museu Dinâmico Interdisciplinar, por me ajudarem na formação acadêmica, profissional e pessoal.

Ao professor Ricardo pelo auxílio durante a elaboração deste projeto e à banca pela participação.

## **Resumo**

Este trabalho propõe-se a analisar os registros de representações gráficas e suas relações com o conteúdo de cinemática em seis livros de física utilizados no Ensino Médio nacional. Primeiramente apresentaremos uma introdução sobre a teoria de registros de representação de Raymond Duval (1993), a qual será seguida como metodologia para a análise proposta. Após, verificaremos se esses volumes abordam as representações gráficas com facilidade de compreensão para seu leitor e se relacionam o objeto de estudo indicado com outras formas de registro semiótico. Procurou-se verificar se apenas com as informações existentes nos livros, o leitor seria capaz de obter os dados básicos presentes nas representações gráficas da cinemática. Em seguida, uma discussão sobre as análises será realizada para a exposição de pontos favoráveis ou adversos ao modo de apresentação do objeto de estudo. Por fim, propõem-se algumas atitudes que poderiam auxiliar na melhoria do tratamento dessa forma de representação nos livros didáticos.

**Palavras-chave:** Registros de representação, livro didático, cinemática.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Os temas diretores deste trabalho não são, por si só, inéditos. As dificuldades dos alunos na interpretação de registros gráficos já foram reportadas em trabalhos anteriores (AGRELLO e GARG, 1999; DA ROSA e DA ROSA, 2005, apud Junior e Matos, 2008 e FILHO e LABURÚ, 2010), assim como a importância dos livros didáticos no processo educacional do aluno (LEMOS, 2006 e CARNEIRO, 1997, apud PERDIGÃO-NASS e IPOLITO, 2009).

Segundo Carneiro (1997), os livros-texto têm papel fundamental no processo ensino-aprendizagem, sendo que as representações visuais são um dos aspectos mais enfatizados nos mesmos. Por terem essa relevância tão grande é que se torna necessária uma abordagem específica sobre o tema.

Sobre os livros didáticos, Pimentel (2006) afirma ainda que eles:

[...] têm sido praticamente o único instrumento auxiliar da atividade de ensino. Para o aluno constitui-se numa valiosa fonte de estudo e pesquisa, ajudando-o a complementar as anotações de seu caderno. Para o professor é o principal roteiro empregado na programação e desenvolvimento das atividades em sala de aula ou extra-classe.

Sua utilização, entretanto, não deve ser feita de maneira inflexível, como sendo ele uma referência que encerra toda a verdade dos fatos. O professor deve estar preparado para fazer uma análise crítica e julgar os méritos do livro que utiliza ou pretende utilizar, assim como para introduzir as devidas correções e/ou adaptações que achar convenientes e necessárias. (PIMENTEL, 2006, p.1-2)

Ressaltando uma das ideias fundamentais deste trabalho, a necessidade da constante revisão dos livros utilizados nas escolas e utilização de métodos alternativos além dos livros-texto para elaboração das aulas.



No momento em que o docente passa a utilizar o livro didático como sua única ferramenta para preparação de suas aulas, perde informações que são importantíssimas, juntamente com outras metodologias. A formação continuada para aprimoramento, a leitura de artigos sobre educação, a busca por métodos didáticos para que os temas sejam elaborados com os estudantes, tudo isso pode fazer parte dos métodos alternativos em relação ao uso exclusivo dos livros didáticos para elaboração das aulas.

Por sua vez, as representações gráficas ganham atenção especial no momento em que conseguem transmitir dados e informações de forma sucinta e direta, aos que conseguem compreendê-las, e ainda informações que podem ser inferidas a partir da análise dos mesmos (AGRELLO e GARG, 1999).

A necessidade de estudos específicos sobre a união dos dois temas surge como algo inevitável, resultando em métodos que auxiliem o professor durante a discussão dos temas dentro das salas de aula, visando uma melhor compreensão dos mesmos por parte dos alunos.

As dificuldades relatadas nos artigos sobre as interpretações das representações gráficas não podem ser relacionadas a apenas um único fator, por exemplo, a abordagem utilizada nos livros didáticos, mas como um grupo de fatores, nos quais, além do citado anteriormente, se encontram a falta de preparo por parte dos docentes, tanto em relação ao conteúdo, quanto à metodologia existente para a explicação dos temas e a preparação falha existente nas séries iniciais sobre os conceitos matemáticos que são carregados pelos estudantes nos anos seguintes.

O presente trabalho se propõe a analisar alguns livros didáticos de Física utilizados no Ensino Médio que foram selecionados no PNLD – Programa Nacional do Livro Didático- de 2012, com exceção de um volume. Essa análise será efetuada tomando as representações gráficas da Cinemática como objeto de pesquisa.

Para tal, a Teoria de Registros de Representação proposta por Duval será empregada, para que avaliemos os métodos aplicados durante a abordagem do objeto em estudo.

Inicialmente a teoria será descrita, juntamente com uma revisão sobre as consequências de suas aplicações no ensino de Física, principalmente relacionadas aos gráficos como o que pode ser feito, alterado ou aprimorado durante a apresentação dos conceitos físicos partindo das representações gráficas ou que podem gerá-las.

Após, serão exibidos os livros utilizados no estudo e, então, as análises obtidas de cada volume, com a descrição de como os registros gráficos são abordados e como as relações com as outras formas de representações são descritas pelos autores.

Por fim, as análises serão abordadas de forma conjunta, para que seja possível encontrar fatores que auxiliem e facilitem a compreensão do objeto de estudo – em nosso caso, a cinemática - ao leitor, ou não, averiguando, também, algumas possíveis modificações para que o livro-didático seja uma ferramenta de fácil entendimento ao aluno, não descartando a importância do conceito discutido.

Este trabalho tem em vista apresentar aos docentes e pesquisadores em ensino de Física que uma prática diferenciada na abordagem de representações gráficas, visando a compreensão dos alunos, pode fazer com que os conceitos que as mesmas apresentam sejam melhores captados.

Ressaltamos que a base teórica utilizada, faz parte do grupo de estudos sobre a Educação Matemática, as análises feitas são referentes aos símbolos semióticos de tal área, fazendo com que iniciemos as discussões pelos conceitos físicos, tentando compreendê-los em suas representações matemáticas.

## CAPÍTULO 2 - REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

A Teoria de Registros de Representação de Duval se relaciona à necessidade da utilização de diferentes representações ao mesmo objeto, para que o aluno, ao construir uma representação interna, consiga conciliar as distintas formas do conteúdo estudado (SILVA, 2008). Ainda, segundo Damm (1999, p. 136), “o que se constatou em diversas pesquisas em Educação Matemática é a dificuldade que o aluno encontra de passar de uma representação a outra”, ou seja, há uma real necessidade de se relacionar uma função a um gráfico, a um fenômeno físico, a uma tabela de pontos e inclusive explicar uma determinada representação de forma oral, para que o aluno reflita e compreenda que essas variações são, na verdade, um único objeto de estudo.

Podemos encontrar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) indicações para a efetivação, não da teoria proposta por Duval, mas das implicações que ela acarreta:

Compreender que tabelas, gráficos, e expressões matemáticas podem ser diferentes formas de representação de uma mesma relação, com potencialidades e limitações próprias, para ser capaz de escolher e fazer uso da linguagem mais apropriada em cada situação, além de poder traduzir entre si os significados dessas várias linguagens. (BRASIL, 2002, p.63. Grifo meu)

A citação anterior se refere a uma das várias competências esperadas que o aluno possua no fim da trajetória escolar relacionada à Física. Na seção reservada à Matemática também existem indicações semelhantes. Destacamos abaixo a que melhor se associa ao propósito deste trabalho:

Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações. (BRASIL, 2002, p.114)

Duval (1993, apud DAMM, 1999), estabelece três aproximações da noção de representação:

I – As representações como representação subjetiva e mental – Trata-se de estudar as crenças, as explicações e as concepções das crianças referentes a fenômenos físicos e naturais. Nós podemos também considerar que as fantasias são extraídas das representações mentais.

II – As representações internas ou computacionais – São representações internas e não conscientes do sujeito. Ou seja, o sujeito acaba executando certas tarefas sem pensar em todos os passos necessários para a sua realização (por exemplo os algoritmos computacionais, ou mesmo os algoritmos das operações).

III – As representações semióticas – Elas são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural língua formas, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático... De onde a diversidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (o representante) e o conteúdo (o representado) (sic).

Na primeira aproximação, elas são, então, caracterizadas como representações simples, normalmente relacionando-se à descrição de um fenômeno pelo senso comum ou por alguma informação que já era conhecida pelo indivíduo, sendo ela científica ou não (normalmente, não!). Para a segunda aproximação, as representações são realizadas de forma direta, sem que todos os passos sejam analisados antes de concluídos. O indivíduo sabe qual deve ser o resultado final, ou o ponto onde necessita chegar, mas as informações intermediárias são renegadas, ou assimiladas sem atenção direta. Na terceira aproximação, elas têm como propósito estudar as relações entre as diferentes formas de se representar o objeto de estudo para melhor apropriação da ideia que ele transmite, considerando, ainda, que cada representação possa induzir ideias distintas, mas complementares sobre o mesmo objeto.

Sobre as representações semióticas, Duval (1993, apud DAMM, 1999, p. 143) as classifica como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento”, sugerindo que cada forma de representação possui um método de abordagem durante o processo de aprendizagem.

Mas para que exista a mobilidade entre as distintas formas de representação, é necessário que sejam efetuadas operações de *tratamento* e *conversão* (SILVA, 2008).

## 2.1 OPERAÇÕES DE TRATAMENTO

Duval (2003, apud SILVA, 2008, p.24) diz que “os tratamentos são representações dentro de um mesmo sistema semiótico”, ou seja, durante o processo cognitivo do tratamento das representações, elas não são alteradas para outra forma, mas apenas ajustadas para uma melhor compreensão. As operações de tratamento podem ser utilizadas durante a resolução de uma expressão numérica ou de uma equação, ou na extrapolação de pontos em um gráfico.

Podemos reproduzir essas operações de tratamento através dos casos seguintes:

- a) Caso 1 - Cada passo realizado durante a resolução de um problema algébrico:

$$\begin{aligned}
 3x - 21 &= 3 && \text{(Eq. 1)} \\
 3x - 21 (+21) &= 3 (+21) \\
 3x &= 24 \\
 3x \cdot (1/3) &= 24 \cdot (1/3) \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

- b) Caso 2- No momento em que ligamos os pontos representados em um plano cartesiano:

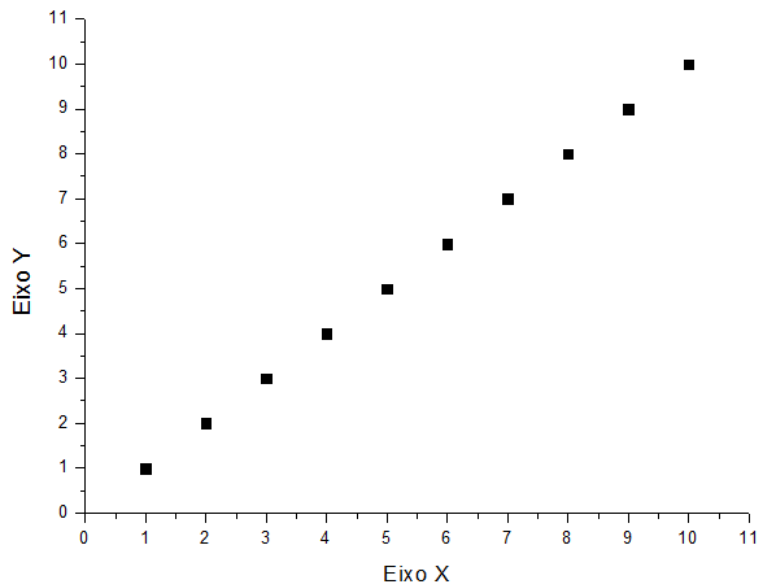


Gráfico 1 – Pontos em um plano cartesiano

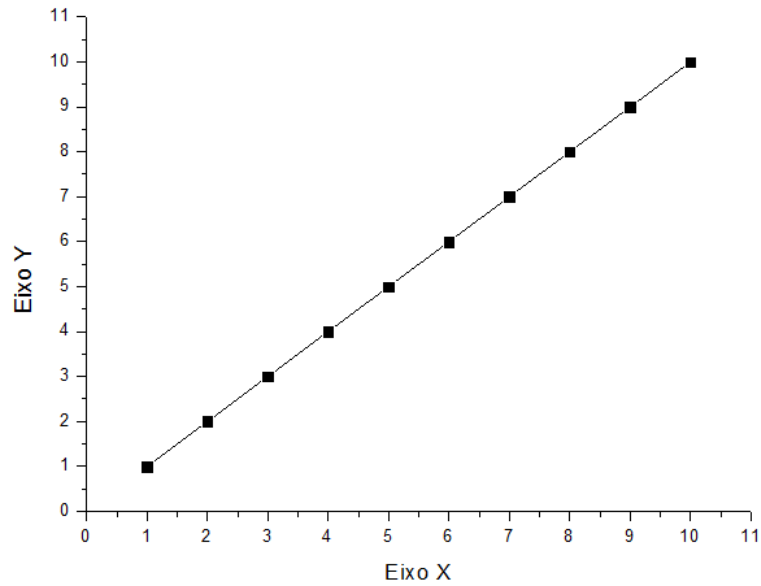


Gráfico 2 – Pontos ligados em um plano cartesiano

Nos exemplos, percebe-se que, mesmo existindo uma alteração entre a apresentação inicial e final do objeto, seu sistema de representação é o mesmo. No primeiro, “descobrimos” o valor da incógnita resolvendo a situação expressa em forma algébrica, e ainda, representando o resultado obtido também neste mesmo tipo de representação, resultando não em uma alteração de registro, mas na adequação e numa provável simplificação para o leitor.

O mesmo acontece no segundo exemplo, onde os pontos são ligados por uma linha contínua, resultando em um tratamento efetuado no mesmo método de representação, a representação gráfica.

Temos, então, que as operações de tratamento não buscam somar informações novas ao objeto representado, apenas são alterados para que, permanecendo no mesmo sistema de representação, possa facilitar a adequação dos conceitos que traz.

## 2.2 OPERAÇÕES DE CONVERSÃO

As operações cognitivas de conversão ocorrem no momento em que um objeto descrito em um sistema de representação passa a ser abordado em um sistema diferente, por exemplo, a passagem da linguagem oral em linguagem escrita, muito utilizada por professoras em séries iniciais através dos “ditados”, assim como a transformação de algarismos romanos em arábicos ou, para o tema proposto, a representação de uma função algébrica em linguagem gráfica ou em uma tabela de pontos.

Duval (2003, apud Dell’Orti, 2010), sobre essas operações diz que “são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados”.

Assim, como exemplos dessas operações, podemos ter:

- a) A representação de algarismos romanos em arábicos:

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 e M = 1000

- b) A reprodução de uma tabela de pontos em um plano cartesiano:

x	f(x)
0	10
1	8
2	6
3	4
4	2
5	0

Tabela 1

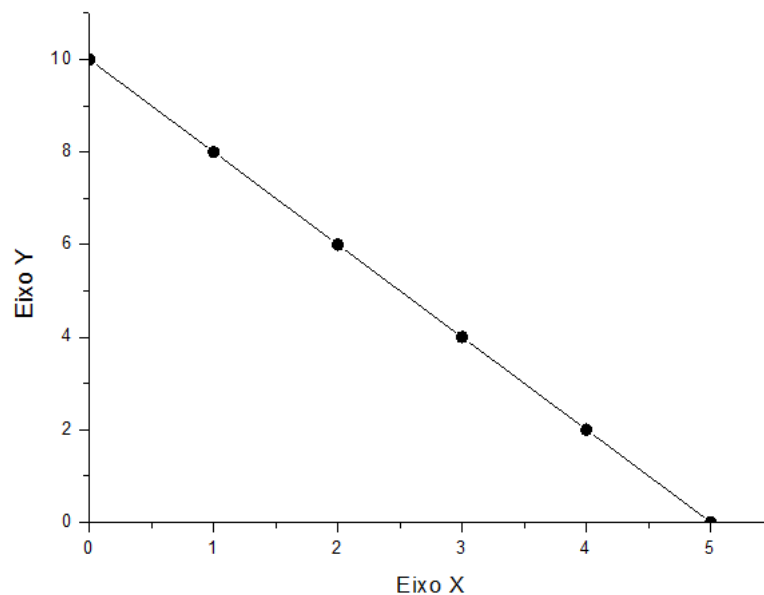


Gráfico 3 – Representação gráfica dos pontos da Tabela 1

Porém, mesmo que ambas as operações sejam trabalhadas pelo professor com seus alunos, não se pode afirmar que o objeto de estudo será completamente compreendido pelos mesmos, como afirma Damm (1999, p.147):

[...] no ensino de matemática o problema se estabelece justamente porque só se levam em consideração as atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários em cada representação. No entanto o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de re-presentações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a *coordenação entre estes vários registros de representação*.

E é neste momento em que a atuação do professor é necessária, para que essa coordenação entre as conversões e tratamentos seja feita com clareza para o aluno. Nos conteúdos de Física, pode-se, além de todas as representações matemáticas discutidas anteriormente, utilizar experimentos para que o fenômeno seja observado e discutido pelos próprios alunos, considerando que os conteúdos propostos nessa disciplina são imensamente menos abstratos quando comparados aos matemáticos, fornecendo mais um sistema de representação para que a coordenação e acomodação dos conceitos ocorram.



### CAPÍTULO 3 – REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

Em uma análise sobre a definição do que é um gráfico, Firel, Curcio e Bright (2001) relatam várias classificações e nomeações dadas por pesquisadores durante as pesquisas na área, uma delas é a de Fry (1984, apud FIREL, CURCIO E BRIGHT, 2001), definindo os gráficos como sendo uma “informação transmitida por posição de um ponto, uma linha ou área em uma superfície bi-dimensional”; porém essa definição exclui alguns componentes como os gráficos de barra e os circulares. Leinhardt (1990, apud RIBEIRO, 2007) classifica-os como uma representação simbólica de dados, relacionando duas ou mais variáveis por meio de um sistema de coordenadas cartesianas. Neste trabalho, os gráficos analisados são classificados como gráficos de linha, estando esses incluídos na classificação feita por Leinhardt.

As representações gráficas podem ser resultado de uma operação de conversão, ou originar uma, dependendo de qual tipo de informação está sendo requisitada ao leitor. No conteúdo de Física, mais do que um simples sentido matemático, espera-se que os alunos compreendam, também, os conceitos físicos envolvidos no mesmo, ocasionando em mais uma operação de conversão e também de tratamento da nova informação.

As pesquisas mostram, ainda, que as dificuldades de interpretação gráfica não são exclusividade de alunos, mas também de seus professores (FILHO e LABURÚ, 2010; FRIEL, CURCIO e BRIGHT, 2001; RIBEIRO, 2007), gerando uma necessidade ainda maior de uma abordagem diferenciada sobre o tema.

Duval (1998, apud SILVA, 2008 e DELL’ORTI, 2010), classifica três procedimentos distintos para o estudo dessas representações:

- I – O procedimento por pontos, com o qual se obtém as coordenadas dos pontos por substituição em uma expressão algébrica ou reprodução dos mesmos partindo de uma tabela com valores da função, localizando-os em um plano cartesiano e ligando-os, obtendo a curva por meio da junção dos pontos. Este é o procedimento mais utilizado pelos livros didáticos;
- II – O procedimento de extensão do traçado, efetuando-se uma extrapolação dos pontos obtidos, para o restante da curva;

III – O procedimento de interpretação global das propriedades figurais, cabendo ao leitor uma análise da expressão algébrica, resultando na previsão da representação gráfica, retirando algumas informações antes mesmo de marcar os pontos no plano cartesiano.

Por exemplo, na equação:

$$2x^2 + 4x + 5 = 0 \quad (\text{Eq. 2})$$

É esperado, neste procedimento, que o leitor perceba que o gráfico da equação será uma parábola com concavidade para cima, pelo simples fato do fator quadrático ser positivo.

O quadro abaixo foi construído por Duval (1988, apud SILVA, 2008), e mostra como ele identificou as variáveis visíveis da representação gráfica de uma reta por meio do procedimento de interpretação global:

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	Ascendente Descendente	Coefficiente $> 0$ ; ausência do símbolo “-” Coefficiente $< 0$ ; presença do símbolo “-”
Ângulo com os eixos	Partição simétrica $\theta > \pi/4$ $\theta < \pi/4$	Coefficiente = 1 Coefficiente $> 1$ Coefficiente $< 1$
Posição sobre o eixo	Corta acima Corta abaixo Corta na origem	Acrescenta-se uma constante “C” Subtrai-se uma constante “C” Não possui constante

Tabela 2 – Procedimento de interpretação global de uma reta por Duval

Assim, cabe ao leitor do gráfico encontrar as informações no momento da análise da função descrita, construindo mentalmente o gráfico com as características definidas pela expressão algébrica.

Sobre a compreensão dos gráficos, Curcio (1987, apud DELL’ORTI, 2010) sugere três níveis:

I – Nível elementar (leitura dos dados): relacionado às informações explícitas nos gráficos;

II – Nível intermediário (leitura entre os dados): consiste na interpretação do gráfico por meio de habilidades matemáticas e comparações com representações gráficas anteriores;

III – Nível avançado (leitura além dos dados): requer a investigação dos dados implícitos aos gráficos, cabendo ao leitor realizar previsões e projeções sobre o comportamento da função descrita.

Ambas as classificações se completam, sendo que são graduadas por fatores distintos, uma vez que o aluno consiga realizar os três procedimentos descritos por Duval e alcance o nível avançado de Curcio, a compreensão gráfica será otimizada, levando-o a apreciar por completo o fenômeno abordado, retirando informações e prevendo as consequências das mesmas na representação estudada.

## CAPÍTULO 4 – MATERIAIS ANALISADOS E METODOLOGIA

Os livros utilizados na produção deste trabalho serão apresentados em forma cronológica de publicação, do mais antigo para o mais recente. A cada livro foi dada uma letra do alfabeto, para melhor organização e classificação posterior.

Com exceção do livro A, todos os outros são apresentados no Plano Nacional do Livro Didático – PNLD – de 2012.

### 4.1 LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

Livro A

Título: As Faces da Física

Autores: Wilson Carron e Osvaldo Guimarães

Volume: Único

Editora: Moderna

Ano: 2006

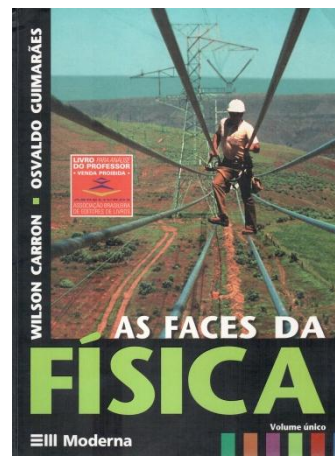


Figura 1 – Capa do livro A.

Livro B

Título: Física - Aula por Aula

Autores: Claudio Xavier e Benigno Barreto

Volume: Um

Editora: FTD

Ano: 2010



Figura 2 – Capa do livro B.

## Livro C

Título: Física em Contextos

Autores: Maurício Pietrocola, Alexander Pogibin,  
Renata de Andrade, Talita Raquel Romero

Volume: Um

Editora: FTD

Ano: 2010



Figura 3 – Capa do livro C.

## Livro D

Título: Quanta Física

Autores: Carlos A. Kantor, Lilio A. Paoliello Jr.,  
Luis Carlos de Menezes, Marcelo de C. Bonetti,  
Oswaldo Canato Jr., Viviane M. Alves

Volume: Um

Editora: PD

Ano: 2010

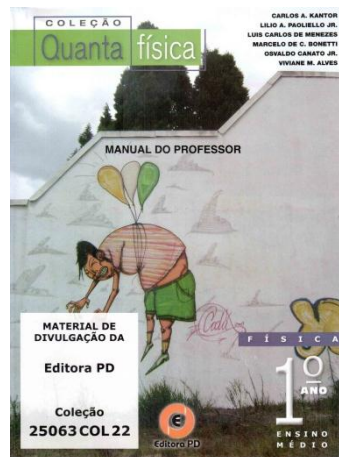


Figura 4 – Capa do livro D.

## Livro E

Título: Compreendendo a Física

Autores: Alberto Gaspar

Volume: Um

Editora: Ática

Ano: 2011

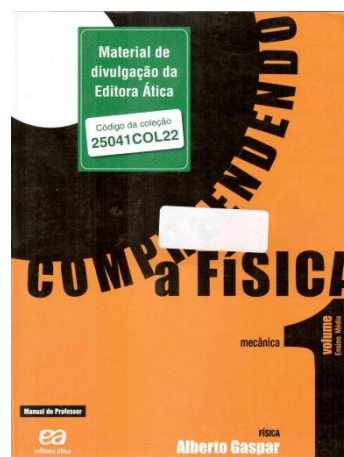


Figura 5 – Capa do livro E.

Livro F

Título: Curso de Física

Autores: Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga

Volume: Um

Editora: Scipione

Ano: 2011

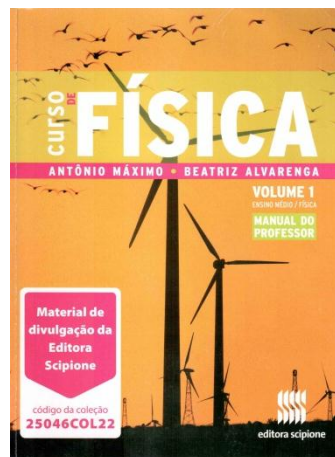


Figura 6 – Capa do livro F.

## 4.2 METODOLOGIA

A análise dos livros foi feita baseada nas leituras e reflexões sobre a teoria dos registros de representação de Duval, portanto, não foram priorizados, por exemplo, a estética dos gráficos, a relevância deles para o conteúdo, se estão em escala ou outros fatores estéticos.

A metodologia utilizada não é comparativa, não existindo um “livro padrão” a ser seguido como modelo.

Demos prioridade nas possíveis operações de tratamento e conversão realizadas pelo leitor do livro, oferecendo diferentes métodos representativos para um mesmo objeto de estudo, criando uma gama maior de relações a serem feitas sobre o mesmo.

Ressaltamos que os conceitos físicos merecem uma atenção especial durante o tratamento do conteúdo, porém, as análises que aqui são realizadas visam observar se as representações matemáticas do conceito físico são de fácil compreensão ou não para o leitor dos volumes. Para que exista a ligação entre os conceitos físicos e matemáticos, necessitaríamos de outras bases teóricas, fugindo, assim, da proposta original do trabalho, que é estudar se os estudantes conseguem, partindo do que é mostrado nos livros, compreender que existem várias formas de se representar um mesmo objeto de estudo.

## CAPÍTULO 5 – ANÁLISES E DISCUSSÕES

### 5.1 LIVRO A – AS FACES DA FÍSICA

O primeiro livro analisado apresenta o conteúdo relacionado a este trabalho em dois capítulos, o terceiro e o quarto deste volume – Movimento uniforme e Movimento variado uniformemente, respectivamente.

Os gráficos do movimento uniforme são apresentados pelos autores sem nenhuma relação com uma problemática inicial, são apresentados de forma arbitrária, não possuindo valores nem situações reais para exemplificar e auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo.

Há gráficos de **velocidade X tempo** e **distância X tempo** que são relacionados diretamente à equação:

$$s = s_0 + vt \quad (\text{Eq. 3})$$

Resultando em uma operação de conversão *gráfica-algébrica* e outra *algébrica-gráfica*, mas sem nenhuma operação de tratamento entre as representações. Não relaciona, em momento algum, a equação anterior com a equação geral da reta:

$$y = b + ax \quad (\text{Eq. 4})$$

Deixando de efetuar uma operação de tratamento que pode ser primordial para a objetivação do conteúdo pelo leitor.

Após, os autores utilizam duas outras representações gráficas, a primeira uma representação de **velocidade X tempo**, onde associa a área abaixo da curva plotada, com a distância percorrida pelo móvel. A segunda representação demonstra a relação entre a velocidade do móvel com a inclinação obtida no gráfico **espaço X tempo**, sem utilizar, novamente, valores ou situações-problema.

No capítulo seguinte, o autor utiliza um gráfico de **aceleração X tempo** para demonstrar a relação entre a área abaixo da curva e a velocidade do móvel e chegar à equação:

$$v = v_0 + at \quad (\text{Eq. 5})$$

Também, sem relação alguma com a equação geral da reta, efetuando operações de conversão, apenas.

Para a equação:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (\text{Eq. 6})$$

Os autores utilizam operações tanto de tratamento quanto de conversão. Relacionando a área de um gráfico de **velocidade X tempo**, com a distância percorrida pelo móvel – a operação de tratamento consiste em assimilar as equações de distância percorrida com velocidade variável e as equações relacionadas às áreas de figuras geométricas, neste caso, um retângulo e um triângulo, em apenas uma equação, não alterando os registros de representação empregados; a operação de conversão consiste em transpor as informações contidas na representação gráfica em representações algébricas.

A partir da equação de 2º grau obtida, apresentam-se alguns gráficos de **espaço X tempo**, oferecendo uma representação alternativa à algébrica.

Como dito, nas seções de teoria, os autores não relacionam conceitos físicos durante as explicações das equações e das representações gráficas, porém eles utilizam muitos exemplos em exercícios resolvidos, oferecendo ao leitor possíveis operações de conversão e tratamento relacionadas aos conceitos físicos envolvidos nos processos.

## 5.2 LIVRO B – FÍSICA AULA POR AULA

Para a segunda análise foram selecionados os capítulos três, cinco e seis da segunda unidade – *Movimento uniforme, movimento uniformemente variado e queda livre e lançamento vertical*.



Para iniciar a discussão sobre o movimento retilíneo os autores utilizam o exemplo de uma corrida de carros, apresentando um gráfico de **velocidade X tempo**, verificando que em certo trecho a velocidade era constante. Partindo do gráfico, determinam que a área abaixo da reta equivale à distância percorrida pelo carro, chegando à equação:

$$s = s_i + vt \quad (\text{Eq. 7})$$

Sendo  $s$  a posição final do móvel e  $s_i$  a inicial,  $v$  a velocidade e  $t$  o tempo de duração do evento.

Observamos que as operações de conversão foram utilizadas na forma *escrita-gráfica-algébrica* neste momento.

Em seguida, em um quadro diferenciado, há uma operação de tratamento, onde as variáveis anteriores são relacionadas com as variáveis da equação geral da reta:

$$f(x) = ax + b \quad (\text{Eq. 8})$$

Posteriormente, em uma seção específica para a análise dos registros gráficos desse movimento, novamente as variáveis são associadas e o termo  $v$  é abordado como a inclinação da reta plotada. Há também exemplos de dois móveis em uma mesma representação gráfica de **espaço X tempo**, partindo sempre de eventos reais e cotidianos.

No capítulo de análise seguinte, há um estudo sobre os gráficos de **velocidade X tempo** relacionados ao movimento com aceleração constante. Os autores associam novamente a equação geral da reta, de modo a realizar mais uma operação de tratamento, mas, neste momento, com:

$$v = v_i + at \quad (\text{Eq. 9})$$

Em outra seção, partindo de um gráfico de **velocidade X tempo**, os autores determinam a equação horária do deslocamento do movimento retilíneo uniformemente variado como:

$$s = s_i + v_i t + \frac{a}{2} t^2 \quad (\text{Eq. 10})$$

Associando-a com a equação geral de 2º grau:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (\text{Eq. 11})$$

E, utilizando operações de tratamento relacionam as variáveis coincidentes.

Em uma nova seção são discutidos os registros gráficos de **posição X tempo** do movimento acelerado, utilizando operações de conversão *algébrica-escrita-tabela-gráfica*, oferecendo várias opções para que o aluno consiga obter informações distintas sobre o mesmo objeto de estudo.

No capítulo final, os autores trabalham com operações de tratamento no momento de relacionar as equações da queda livre com as anteriormente discutidas no movimento retilíneo uniformemente variado. Utilizam, ainda, representações gráficas para que o aluno observe que ambas possuem as mesmas características.

### 5.3 LIVRO C – FÍSICA EM CONTEXTOS

Neste livro, os capítulos três, quatro e cinco foram utilizados para os estudos deste trabalho. Intitulados de *A busca da ordem nos movimentos*, *Investigando a queda dos corpos* e *Outros movimentos retilíneos* respectivamente.

No primeiro capítulo, temos o primeiro contato do aluno com os conceitos de distância percorrida, tempo de duração de um evento, velocidade média e velocidade instantânea. Nos capítulos seguintes, a aceleração vira o tema de estudo principal.

Em relação às representações gráficas, no capítulo três, o primeiro gráfico apresentado aborda a velocidade de um atleta durante a duração de uma corrida de 100m rasos. A partir de dados descritos em uma tabela (distância percorrida, tempo de duração do evento e velocidade), o autor constrói dois gráficos de **velocidade X tempo**, o primeiro apenas com os pontos no plano, e o segundo com uma linha ligando os mesmos. O autor utiliza duas formas de representar o mesmo objeto de estudo – a descrição do movimento do atleta – recorrendo a uma operação de conversão *tabela-gráfica* e, ao unir os pontos do gráfico, uma operação de tratamento, pois permaneceu na mesma forma de representação (gráfica-gráfica).

O autor utiliza uma seção apenas para o estudo dos gráficos do movimento uniforme, utilizando representações algébricas e de linguagem escrita como base para a criação de representações gráficas, realizando novamente operações de conversão *algébrica-escrita-gráfica*. Ainda, as operações de tratamento aparecem no momento em que o livro associa a equação:

$$p = p_0 + vt \quad (\text{Eq. 12})$$

Com a equação:

$$y = b + ax \quad (\text{Eq. 13})$$

Sendo que  $p_0$  é o equivalente ao  $b$  e o fator  $vt$  se assemelha ao  $ax$ , sendo os primeiros os coeficientes lineares e os seguintes relacionando os coeficientes angulares e as variáveis, respectivamente. Nesta operação de tratamento, mantêm-se a representação algébrica em ambos os casos, mas com a variação de escrita dos elementos.

No capítulo seguinte, temos a introdução dos conceitos de aceleração e aceleração média. Os gráficos iniciais sobre o tema são inicialmente abordados com a reprodução dos mesmos partindo de valores descritos em tabelas, assim como no caso do movimento uniforme. Há também, uma seção específica para os gráficos relacionados ao movimento retilíneo uniforme, a qual possui uma análise *algébrica-escrita-gráfica*. Nesta, o autor apresenta a função de 2º grau como:

$$ax^2 + bx + c = f(x) \quad (\text{Eq. 14})$$

E a relaciona com a equação do movimento:

$$p = p_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{Eq. 15})$$

Aqui, ao contrário do que foi feito no capítulo anterior, as variáveis das equações não são comparadas, cabendo ou ao aluno a realização dessa operação de tratamento, ou ao professor durante sua explicação, através da representação de linguagem oral, efetuando uma operação de conversão *algébrica-oral*.

O último capítulo analisado deste livro apresenta vários exemplos de movimentos uniformemente variados, bem como as representações gráficas da maioria deles. Aqui, o aluno tem a oportunidade de um contato maior com as operações de conversão sendo que as representações de linguagem escrita, algébricas e gráficas são relacionadas constantemente.

Um fator memorável ao volume é o fato de existirem, ao longo do texto, análises de fenômenos físicos que são descritos nos gráficos. Não são apenas funções gerais, mas descrições de eventos explicados no decorrer dos capítulos, oferecendo ao aluno mais informações para a apropriação do objeto de estudo.

#### 5.4 LIVRO D – QUANTA FÍSICA

As representações gráficas relacionadas à cinemática neste volume se encontram em uma seção separada pelos autores denominada “veja mais”, no meio do segundo capítulo da segunda unidade, classificados como “as regras do jogo” e “Transportes, esportes e outros movimentos”, respectivamente.

Os autores optaram pelo uso das representações algébricas e visuais para iniciar a discussão e em seguida apresentarem as gráficas. Eles apresentam uma figura com valores de posição, tempo e velocidade de um objeto em queda livre e chegam de forma abrupta e sem explicações claras para o leitor na relação quadrática entre espaço e tempo:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad (\text{Eq. 16})$$

Após, são apresentados os gráficos de **posição X tempo**, **velocidade X tempo** e **aceleração X tempo**, com valores algébricos relacionados à imagem que deu início a discussão, caracterizando operações de conversão *escrita-algébrica-gráfica*.

Mais duas situações envolvendo movimentos uniformemente variados são analisadas pelos autores, chegando, então, na equação horária de deslocamento, relacionando posição inicial, velocidade inicial, tempo de duração do evento e aceleração do móvel:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Eq. 17})$$

E também na equação horária da velocidade:

$$v = v_0 + at \quad (\text{Eq. 5})$$

O movimento uniforme, neste volume, tem suas representações gráficas de forma simples e sem destaque, sendo apresentados dois gráficos apenas, um de **posição X tempo** e outro de **velocidade X tempo**, sem relações com movimentos ou situações reais.

O livro D possui, seguindo a metodologia desta análise, uma deficiência em relacionar as várias formas de representar os objetos de estudos, em nosso caso a cinemática. Os gráficos não são bem trabalhados e discutidos, e as operações de conversão não são focadas, de modo a auxiliar a compreensão dos leitores. As operações de tratamento não são efetuadas em nenhum registro de representação, elas aparecem em sua forma final, sem deduções ou explicações, podendo gerar dificuldades no processo de construção e adequação dos conceitos por parte do leitor.

## 5.5 LIVRO E – COMPREENDENDO A FÍSICA

Este volume apresenta nossos objetos de estudo em quatro capítulos distintos, os de número quatro, cinco, seis e sete, sendo classificados como *movimentos retilíneos*, *movimentos retilíneos uniformes*, *movimentos retilíneos uniformemente variados* e *queda livre*, respectivamente.

O primeiro capítulo de estudo traz as definições de distância, velocidade média, aceleração média e tempo de duração de eventos. As representações gráficas têm espaços especiais neste volume, tornando seu estudo e explicação mais direcionados. Após as discussões teóricas dos conceitos descritos, os gráficos dos mesmos são abordados, primeiramente, por exemplos resolvidos, e depois com componentes matemáticos. Nos exemplos, o autor utiliza representações de linguagem escrita, algébrica e em tabelas, para depois transpô-las em representações gráficas, observando-se as operações de conversão *escrita-algébrica-tabela-gráfica*. Ainda no primeiro capítulo, uma pequena seção é destinada à explicação matemática do que são eixos cartesianos e conceitos de função linear, apresentando a equação geral da reta:

$$y = mx + n \quad (\text{Eq. 18})$$

Sendo  $m$  o coeficiente angular (inclinação) da reta e  $n$  o linear, indicando onde a reta passa por cima do eixo Y.

No capítulo seguinte, novamente o autor separa uma seção especial para os estudos gráficos, dessa vez para os movimentos retilíneos uniformes.

Aqui, o leitor pode observar as operações de tratamento feitas pelo autor, relacionando a equação geral da reta do capítulo anterior com a equação horária da posição:

$$x = x_0 + vt \quad (\text{Eq. 19})$$

E os respectivos gráficos que essas equações irão gerar.

Ainda, aborda a relação entre o gráfico de **velocidade X tempo** e a distância percorrido pelo móvel, também realizando operações de conversão *escrita-algébrica-gráfica*.

Destaca-se, aqui, que há uma seção que aborda as representações gráficas de movimento de dois móveis em apenas um gráfico, e também as implicações físicas dos mesmos.

O mesmo cuidado que existiu com os tópicos anteriores, existiu com o movimento retilíneo uniformemente variado, apresentado no capítulo seis. Novamente os conceitos são explicados separadamente da seção com estudos gráficos e depois se relacionam ambas. Ocorrendo tanto operações de tratamento quanto conversão.

Na última unidade analisada, relacionada à queda livre, o autor, utilizando operações de tratamento, relaciona as equações do capítulo anterior por meio da tabela:

Funções	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado	Queda Livre
Velocidade em relação ao tempo	$v = v_0 + at$	$v = v_0 - gt$
Posição em relação ao tempo	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$
Velocidade em relação à posição – Equação de Torricelli	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$

Tabela 3 – Operação de tratamento entre as equações do MRUV e da Queda Livre.

Fica evidente a atenção especial dada pelo autor para as representações gráficas, o que não aconteceu tão acentuadamente nos outros volumes analisados.

As explicações sobre as conversões entre os registros são claras, facilitando a compreensão do leitor, bem como as relações feitas com situações reais, apresentando problemas com conceitos observados cotidianamente.

## 5.6 LIVRO F – CURSO DE FÍSICA

O livro de Máximo e Alvarenga traz nosso objeto de estudo em um único capítulo, com o nome de *Cinemática*, sendo o segundo capítulo do volume.

O primeiro registro gráfico representa um automóvel se locomovendo com velocidade constante por certo tempo, sendo representado por uma linha paralela ao eixo das abscissas, ligando pontos relacionados à velocidade do corpo em relação ao tempo decorrido. Esse gráfico foi construído a partir da descrição do evento pela linguagem escrita, resultando em uma operação de conversão *escrita-gráfica*. Após, é apresentado uma tabela com valores de tempos e distâncias distintas, juntamente com o gráfico dos pontos representados na representação anterior. Neste momento, os autores introduzem o conceito de inclinação da reta, mas não realizam nenhuma associação com a equação geral da reta, a fim de gerar uma relação entre as representações algébricas.

Os autores se limitam a postular que a inclinação do gráfico de **distância X tempo** fornecerá o valor da velocidade instantânea, sem nenhuma outra associação.

Ainda sobre o movimento uniforme, uma representação gráfica é apresentada para a abordagem da relação entre a área abaixo da curva e o espaço percorrido em um gráfico de **velocidade X tempo**. A associação entre a representação algébrica:

$$d = vt \quad (\text{Eq. 20})$$

E a área do gráfico, é feita sem uma devida explicação, podendo gerar uma confusão ao aluno que não possui uma habilidade matemática desenvolvida. As operações de tratamento e conversão não estão muito presentes no decorrer do texto.

Na seção relacionada ao conceito de aceleração, o primeiro gráfico apresentado tem o intuito de “provar” a equação de 2º grau:

$$d = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Eq. 21})$$

A relação é concluída a partir de um gráfico de **velocidade X tempo**, no qual os autores determinam a área abaixo da curva plotada, lançando mão de uma operação de conversão *gráfica-algébrica*. Em um breve trecho eles abordam o gráfico gerado pela equação envolvendo a aceleração de um corpo, mas não se aprofunda, assim como fez no movimento uniforme.

Pode-se afirmar que, partindo da teoria de Duval, os autores não conseguiram realizar as ligações entre os objetos de estudo e seus vários registros de representações. Este fato pode acarretar possíveis complicações no momento de estudo do leitor, gerando concepções erradas sobre os conceitos trabalhados.

Outro fato relevante está nas relações feitas entre as representações escritas e matemáticas com os fenômenos físicos. São poucos os gráficos que partem de situações possíveis de acontecer ou que analisam um determinado evento. A maioria é vaga, sem implicações físicas para as simbologias matemáticas.



## CAPÍTULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Terminadas as análises, podemos encontrar alguns pontos distintos e de grande relevância para o ensino de Física – ou qualquer outra ciência – relacionando-se os registros de representações gráficos e até mesmo para as outras formas.

Um tópico que merece ser apresentado e discutido é a possível dificuldade que o aluno possa ter ao utilizar informações de dois ou mais livros para seu estudo. Ao longo do capítulo anterior, procurei relatar de forma exata, como as equações eram apresentadas em sua forma algébrica em cada volume, e apenas uma equação foi representada com os *mesmos termos e sequência*:

$$v = v_0 + at \quad (\text{Eq. 5})$$

Obviamente, a alteração da ordem dos fatores, sendo escritos nos mesmo termos, não gerará uma dificuldade ao aluno um pouco mais atento, mas ao observarmos as equações 10, 15 e 17:

$$s = s_i + v_i t + \frac{a}{2} t^2 \quad (\text{Eq. 10})$$

$$p = p_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{Eq. 15})$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (\text{Eq. 17})$$

Temos três representações do mesmo objeto, sendo necessário ao aluno lançar mão de operações de tratamento para que possa compreendê-las em sua totalidade. Aos alunos com dificuldade para tal ato, cabe ao professor auxiliá-lo na tarefa, para que consiga observar os registros algébricos e relacioná-los entre si, sabendo que as diferentes formas, significam a mesma ideia.

Como dito, este ponto pode trazer alguma dificuldade no primeiro contato que o aluno fizer com os livros, mas é importante saber e compreender que essas diferenças existem na Física e na ciência, oferecendo uma gama maior de métodos de representações dos objetos de estudo.

Outro fator importante de ser abordado é a distinção da abordagem do tema principal – Cinemática – nos volumes, juntamente com as representações gráficas do mesmo.

Temos volumes (*A*, *D* e *F*) que não apresentam situações reais sobre o que está sendo discutido, trabalham apenas o tratamento matemático, sem relacionar a física ao universo do aluno, deixando uma sensação de que o que está sendo “aprendido” é inútil e será utilizado dentro dos muros do colégio. Já os livros *B*, *C* e *E* pautam suas explicações e inícios de discussões em eventos reais, proporcionando ao aluno um sentido de estudar as características dos movimentos.

Ainda, deve-se ressaltar que as consequências dos estudos de Duval podem ser encontradas de forma mais incisiva nos volumes *B*, *C* e *E*, ao passo que utilizam diversas formas de registros de representação para os mesmos objetos, auxiliando o leitor na adaptação e adequação das novas informações por meio de operações de tratamento e conversão. Não que os outros volumes as descartem, mas visivelmente não houve uma preocupação clara como nos livros didáticos anteriormente citados.

Para os livros *A*, *D* e *F*, os autores poderiam incluir exemplos reais, juntamente de situações-problemas para que as discussões sejam iniciadas a partir das mesmas. Ainda, um número maior de representações gráficas para que o leitor se familiarize com elas e, conseqüentemente, com outras formas de representações como tabelas, equações algébricas e textos escritos.

As análises foram feitas dando prioridade apenas às representações e as possíveis conversões que existiram durante a explicação dos tópicos de Cinemática, não enfatizando, então, as informações contidas nos gráficos, assim como as formas, destaque e facilidade de compreensão visual ou existência de eixos, unidades e escalas.

É válido, também, ressaltar que os pontos discutidos aqui, se alterados ou corrigidos, não ocasionarão uma mudança na compreensão do conteúdo pelo aluno, mas, certamente, se forem adaptados à teoria de Duval, podem auxiliar no processo. Em efeito, esses mesmos pontos não ficam restritos à Cinemática, mas são relevantes para aplicação em qualquer tópico, para que tanto escritores dos livros utilizados nas escolas, quanto os próprios professores, utilizem as operações de tratamento e conversão, esta última principalmente, ofertando ao leitor-aluno, caminhos distintos abrangendo os objetos de estudo em sua plenitude.

O estudo das representações gráficas se torna uma peça-chave durante o processo de ensino-aprendizagem no momento em que o professor consegue relacioná-las ao conteúdo que está sendo discutido. No momento em que o aluno consegue obter as informações de um gráfico e tem a capacidade de realizar as operações de tratamento e conversão, pode-se considerar que ele está próximo à apropriação do objeto de estudo.

## Referências

AGRELLO, D. A. & GARG, R. Compreensão de gráficos de cinemática em Física introdutória. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. V. 21, n. 1, p. 103-115, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ ensino médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

\_\_\_\_\_, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **PNLD 2012: Física**. Brasília: Ministério da Educação, 2011.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. (orgs). **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999, p. 135-154.

DELL'ORTI, M. D. **Representações gráficas: Conhecimentos mobilizados por alunos do ensino médio na compreensão e análise de informações contidas em gráficos**. 2010. 108 f. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

FILHO, P. S. C & LABURÚ, C. E. Dificuldades semióticas na construção de gráficos cartesianos de cinemática. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 2010. Águas de Lindóia.

FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R.; BRIGHT, G. W. Critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for research in Mathematics education**. V. 32, n. 2, p.124-158, 2001.

JUNIOR, R. B. N. & MATTOS, C. R. de. A disciplina e o conteúdo de cinemática nos livros didáticos de Física do Brasil (1801 a 1930). **Investigações em ensino de Ciências**. V. 13, n. 3, p. 275-298, 2008.

LEMOS, M. P. F. O estudo do tratamento da informação nos livros didáticos das séries iniciais do ensino fundamental. **Ciência & Educação**. V. 12, n.2, p. 171-184, 2006.

PERDIGÃO-NASS, D. & IPOLITO, M. Z. Representações visuais em livros didáticos de Física para o ensino médio: analisando gráficos cartesianos de cinemática. In: XVIII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 2009. Vitória.

PIMENTEL, J. R. Livros didáticos de Ciências: a Física e alguns problemas. **Caderno catarinense de ensino de Física**. V. 15, n. 3, p. 308-318, 2006.

RIBEIRO, J. O. **Leitura e interpretação de gráficos e tabelas**: Um estudo exploratório com professores. 2007. 174 f. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, M. O. **Esboço de curvas**: Uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. 2008. 143 f. Dissertação (Mestrado em educação científica e tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

**Bibliografia dos livros analisados**

CARRON, W. & GUIMARÃES, O. **As faces da Física**. São Paulo: Moderna, 2006.

GASPAR, A. **Compreendendo a Física**. São Paulo: Ática, 2010.

KANTOR, C. A. *et al.* **Quanta Física**. São Paulo: PD, 2010.

MÁXIMO, A. & ALVARENGA, B. **Curso de Física**. São Paulo: Scipione, 2011.

PIETROCOLA, M. *et al.* **Física em contextos**. São Paulo: FTD, 2010.

XAVIER, C. & BARRETO, B. **Física – Aula por aula**. São Paulo: FTD, 2010.