UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO FÍSICA

ELOÁ DEI TÓS GERMANO

UMA DISCUSSÃO HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA NATUREZA DA GRAVIDADE DE GALILEU A NEWTON COM O AUXÍLIO DO PROGRAMA ALGODOO

MARINGÁ
2013

ELOÁ DEI TÓS GERMANO

UMA DISCUSSÃO HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA NATUREZA DA GRAVIDADE DE GALILEU A NEWTON COM O AUXÍLIO DO PROGRAMA ALGODOO

Monografia apresentada como parte dos requisitos necessários para aprovação no componente curricular Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciado em Física da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves.

MARINGÁ
2013

ELOÁ DEI TÓS GERMANO

UMA DISCUSSÃO HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA NATUREZA DA GRAVIDADE DE GALILEU A NEWTON COM O AUXÍLIO DO PROGRAMA ALGODOO

Monografia apresentada como parte dos requisitos necessários para aprovação no componente curricular Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciado em Física da Universidade Estadual de Maringá.

Aprovada em ____/_____/_______

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves (Orientador) - Universidade Estadual de Maringá

____

Prof. Me. Daniel Gardelli - Universidade Estadual de Maringá

____

Prof. Dr. Antônio Medina Neto - Universidade Estadual de Maringá

Dedico esta monografia aos meus pais e aos meus irmãos que me deram apoio nos momentos mais difíceis, ao meu namorado que esteve ao meu lado e não mediu esforços para me ajudar, aos meus professores que me ensinaram e incentivaram a seguir a carreira de docente. Obrigado por tudo!

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

A Deus primeiramente, pelas dádivas divinas, e por ter iluminado meus passos ao decorrer de todos os dias, dando-me forças quando eu já não as tinha mais.

Aos meus pais, Antônio e Maisa que me apoiaram, e aos meus irmãos Raquel e Jovenir por me incentivarem durante toda minha formação acadêmica.

Ao meu namorado Eduardo Vicente Wolf Trentini pelo apoio, compreensão, carinho, companheirismo e principalmente paciência, durante a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves, por ter aceitado me orientar e por sua valiosa contribuição para minha formação. Eu posso dizer que a minha formação, não teria sido a mesma sem a sua pessoa. A ele expresso meu respeito.

Aos meus amigos, e todos aqueles que fizeram parte dessa caminhada.

A todos os professores da Universidade Estadual de Maringá dos quais tive a honra de ser aluno, que muito me ensinaram durante esses anos e ajudaram a me tornar o que sou hoje.

A todos a minha eterna gratidão.

"Quando a educação não é libertadora, o sonho
do oprimido é ser opressor”.
(Paulo Freire)

RESUMO

As pesquisas na área de Educação em Ciências têm mostrado que os esquemas alternativos dos alunos permanecem praticamente intactos ao longo dos anos cursados no Ensino Médio e em grande parte das graduações. Diante dessa realidade é necessário repensarmos nosso sistema escolar e nossas metodologias em sala de aula. Acreditamos que a utilização da história da ciência em sala aula pode ajudar a preencher essas lacunas epistemológicas, permitindo aos educandos uma maior compreensão do processo social e progressivo que envolve a construção do conhecimento, tornando-os agentes ativos e conscientes da verdadeira natureza da ciência. No presente trabalho, realizamos uma breve reconstrução histórica da formação do conceito de gravidade e conservação de energia mecânica de Galileu a Newton, revelando os diferentes aspectos da história da ciência no ensino desses conteúdos, casado com a proposta de reconstrução através do software Algodoo, de alguns experimentos históricos supostamente realizados por Galileu.
.

Palavras- chaves: História da ciência; Galileu; Newton; Experimentos históricos; Algodoo.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{v}$	Velocidade do corpo
t	Tempo
s	Espaço percorrido
m	Quantidade de matéria
ρ	Densidade
V	Volume
$\bar{p}$	Quantidade de movimento
$\bar{F}$	Força
$\bar{a}$	Aceleração
$\bar{g}$	Aceleração da gravidade
$\bar{P}$	Peso
l	Comprimento do fio
h	Altura
G	Constante universal da gravitação
M	Massa do planeta Terra
r	Distância entre os centros de massa dos objetos
K	Constante Elástica da mola
T	Período de oscilação
Em	Energia mecânica

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Física padece há décadas de uma formulação mais ampla que possa reunir conteúdo, didática, história da ciência, experimentação e motivação. Os complexos processos de ensino-aprendizagem parecem estar à margem de uma abordagem mais integradora do ensino de Física.

Como reitera Danhoni Neves:

> O que temos visto nas últimas décadas é a ciência sendo apreendida como um dado e não como uma possibilidade de construção e integração com as demais ciências e com as necessidades diárias do cidadão comum. Assim, currículos progressistas, órfãos de mudanças político-econômicas também necessárias assim como o aval de uma comunidade científica desinteressada pelos problemas da educação, acabam sendo relidos, quando muito, sob a ótica de uma ciência como descoberta, onde reduzimos sua essência quase à crença religiosa, no sentido de uma verdade absoluta, imutável (NEVES, 1998, p.79).

Portanto, enquanto não repensarmos a forma como nosso sistema escolar é organizado e a forma como a ciência é ensinada em nossas salas de aula, tudo o que podemos esperar é o que frequentemente temos observado: “(...) teremos ao final do curso alunos com conceitos aristotélicos usando fórmulas newtonianas”. (CARVALHO, 1992, p. 12).

Diante dos problemas enfrentados pelos docentes na prática das ciências em geral, no presente trabalho, buscamos mostrar a importância de um ensino que revela os diferentes aspectos da história da ciência, que frisa a não linearidade e as diferentes leituras que podem ser feitas a respeito da construção dos conceitos científicos, por meio de uma discussão histórica sobre a construção da natureza da gravidade e da conservação da energia mecânica, de Galileu a Newton, e a elaboração de simulações de alguns experimentos históricos como proposta de auxílio no ensino desses conteúdos.

Com esse propósito, dividimos nosso trabalho em 10 seções. Nesta primeira, realizamos algumas considerações iniciais, com o objetivo desse trabalho. Na segunda seção, demos início ao estudo da Alegoria de Dante Alighieri, em sua consagrada *Divina Comédia* e em específico, do Canto do Inferno (Canto XXXIV). Na terceira seção fizemos uma abordagem histórica de alguns momentos de Galileu, que envolveram problemas relacionados à mecânica, como por exemplo, a queda livre, plano inclinado e o pêndulo simples. Na quarta seção, falamos brevemente de Descartes e a respeito da primeira formulação da lei que mais tarde foi chamada de *Lei da Inércia*. Na quinta seção, procuramos analisar brevemente os *Principia* de Newton, começando pelo Livro I em que falamos a respeito das oito Definições e dos Axiomas. Sobre o Livro II falamos a respeito da oscilação dos corpos pendulares e do Livro III encerramos a análise newtoniana com as Regras de Raciocínio em Filosofia. Deixamos para a sexta seção, a discussão sobre o Problema do Poço citado por Alighieri no Canto do Inferno (seção 2), em paralelo com uma análise galileana do mesmo problema, seguida por um estudo matemático da situação em questão e encerramos a seção fazendo uma analogia com o sistema massa-mola.

Após a análise histórica dos problemas citados, demos início na seção sete a um estudo sobre as concepções alternativas dos alunos baseado em um questionário aberto. Na seção oito, falamos a respeito da importância da história da ciência no ensino de física. Na seção nove, falamos a respeito do programa algodoo, e das simulações dos experimentos históricos supostamente realizados por Galileu. Por fim na seção dez, fizemos nossas considerações finais.

2. DO INFERNO DE DANTE E ALÉM

2.1. BIOGRAFIA DE DANTE ALIGHIERI

Dante Alighieri nasceu em Florença em 1265, vindo de família nobre dedicou-se desde cedo aos estudos, começando por letras, ciências, desenho, música e mais tarde, teologia.

Ainda em sua juventude, Dante participou da vida política de sua cidade. Em 1289, quando os exilados florentinos juntaram-se aos gibelinos de Toscana e tentaram invadir a República, Dante fez parte das operações militares combatendo na cavalaria, na batalha em Campaldino no dia 11 de junho de 1289, ganhando a batalha.

Na época, para conseguir cargos da República, era necessário pertencer a alguma corporação. Então, Dante inscreveu-se nas dos médicos e farmacêuticos, uma das mais prestigiadas da época. Sua atuação na vida pública foi brilhante, foi várias vezes embaixador da República, pertenceu ao Conselho do Estado e, em 1300 obteve o cargo de “priore” que era a suprema magistratura política de Florença.

“Conforme ele mesmo diz, numa de suas cartas, as suas desgraças se originaram da sua eleição ao priorado” (ALIGHIERI, 2003, p. 12). No século XIII a cidade de Florença era divida em dois partidos: os Brancos e os Pretos, os quais determinavam os frequentes conflitos. Em certo momento, os priores incluindo Dante, resolveram exilar alguns entre os cabeças pertencentes às mais ilustres famílias de Florença.

Diante disso, os Pretos encontraram uma ocasião propícia para obter o mando da cidade e oprimir os seus inimigos. Aproveitaram então da passagem por Florença de Carlos de Valois, irmão do rei da França, em viagem para Roma e conseguiram convencê-lo e ao Papa Bonifácio VIII, de que os Brancos eram inimigos da Casa de França e da Cúria Romana.

Os Brancos então enviaram alguns embaixadores até o Papa, e entre eles, Dante, para tentar induzi-lo a entregar a cidade à parte mais facciosa. Porém, Bonifácio hesitou e manteve os embaixadores florentinos na expectativa, enquanto Carlos de Valois empossava os Pretos no mando de Florença, dando início a um período de violências e saques.

Dante então deixou Roma e voltou para Toscana e ao chegar às proximidades de Florença soube que seus inimigos tinham-no o acusado de ser gibelino e de ter se aproveitado do dinheiro público, condenando-o ao exílio e a pagar uma altíssima multa.

Teve início para Dante então, uma dura vida de exilado, mudando frequentemente de cidade. Dante viveu os últimos anos de sua vida, servindo a vários senhores, morreu com aproximadamente 56 anos em 1321em Ravena.

Figura 1 - Dante no Exílio

Fonte: ROCHA (1999)

A maior parte da obra de Dante se prende ao seu amor "espiritual" por Beatriz de Folco Portinari. O autor conheceu Beatriz quando tinha nove anos e ela oito. Tornou a vê-la apenas após nove anos, e poucas vezes depois. Beatriz casou-se, e morreu em 1290. Apesar de Dante também ter-se casado com quem teve vários filhos, o amor por Beatriz constantemente inspirou a sua poesia.

Figura 2 - Dante e seu mundo. Um afresco de Domenico di Michelino, no Duomo de Florença

Fonte: ROCHA (1999)

2.2. A DIVINA COMÉDIA

A Divina Comédia, escrita por Dante Alighieri no início do século XIV, é um poema épico e teológico da literatura não só italiana, mas também mundial. A obra narra na forma de versos uma odisseia pelo Inferno, Purgatório e Paraíso, onde pressupõe que a Terra está no meio de uma sucessão de círculos concêntricos que formam a Esfera armilar[1], e o meridiano seria onde

---

[1] Esfera com anéis ou armilas utilizadas como representação do Universo. Nessas esferas a Terra ocupa a posição central, o que corresponde à visão ptolomaica do cosmos, e as armilas principais representam os

é Jerusalém nos dias de hoje, lugar atingido por Lúcifer ao cair das esferas mais superiores, onde acabou fazendo da terra santa o Portal do Inferno, como mostra a Figura 4.

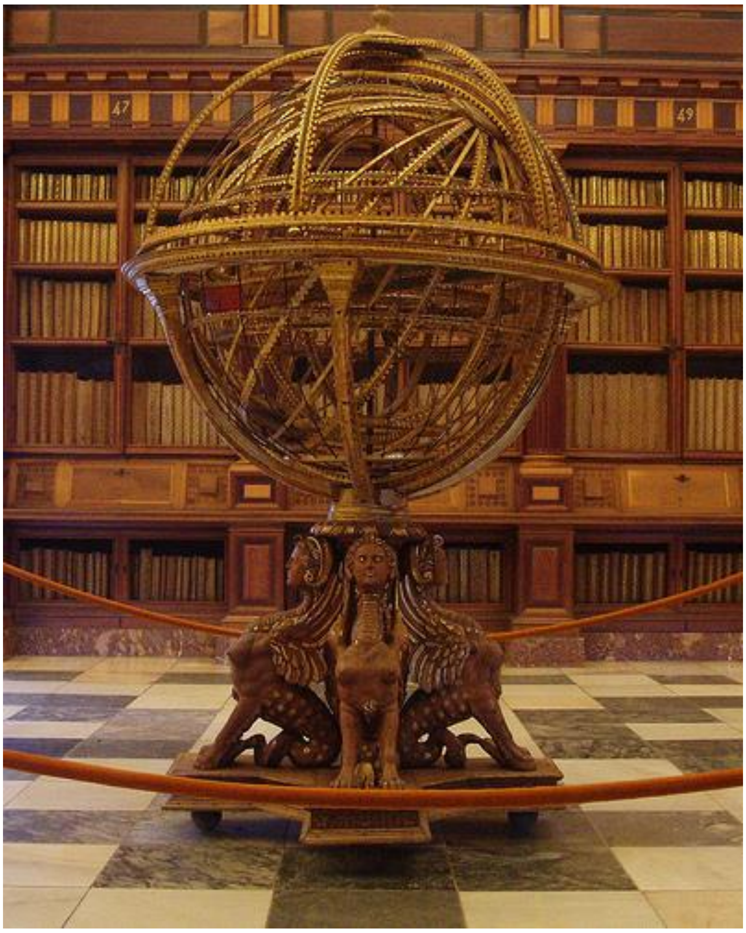


Figura 3 - Escorial Esfera Armilar

Fonte: FLICKRIVER (2007)

Segundo a obra, o Inferno corresponderia pela depressão do mar Morto onde todas as águas convergem. O Paraíso e o Purgatório seriam os segmentos dos círculos concêntricos, que correspondem à mecânica celeste citada por Dante em um dos poemas. A “Comédia” dantesca narra cada etapa da viagem, em que o personagem chamado Dante é guiado do

---

meridianos celestes na vertical; o equador, os trópicos e os círculos polares na horizontal, e a banda do zodíaco, em diagonal. Em rigor, a banda do zodíaco deveria ser tangente aos dois círculos tropicais, estando pois inclinada 23 graus e meio em relação ao equador. No entanto, por ignorância ou por razões estéticas, essa banda aparece habitualmente traçada com uma inclinação muito maior. É também vulgar serem omitidos os círculos polares. A esfera armilar tornou-se um símbolo manuelino de poder marítimo, político e econômico associado às navegações. Aparece ainda hoje em vários símbolos lusos, nomeadamente na bandeira nacional.

inferno ao Purgatório pelo poeta romano Virgílio, e no céu por Beatriz, musa presente em diversas obras do autor.

O poema chama-se “Comédia” não por retratar uma história engraçada, mas sim por terminar no Paraíso em contraste com a Tragédia que se encontrava o personagem. Segundo Alighieri (2003, p. 9) Dante declara que a “Divina Comédia” é um poema alegórico não só em suas particularidades, mas sim em sua totalidade tendo várias significações alegóricas.

> Não são, porém, as intenções alegóricas que consagram à imortalidade da “Comédia” dantesca, à qual os pósteros atribuíram a qualificação de divina. A “Divina Comédia” é, principalmente, uma formidável obra de fantasia e de representação poética, talvez um dos pontos limites que a inteligência humana pode alcançar (Alighieri, 2003, p.9).

A odisseia dantesca foi de grande influência para poetas, músicos, pintores, cineastas, dentre outros artistas nos últimos 700 anos, além de ser hoje uma fonte original da cosmovisão medieval que dividia o Universo em círculos concêntricos (visão proposta por Ptolomeu, compatível com a física de Aristóteles).

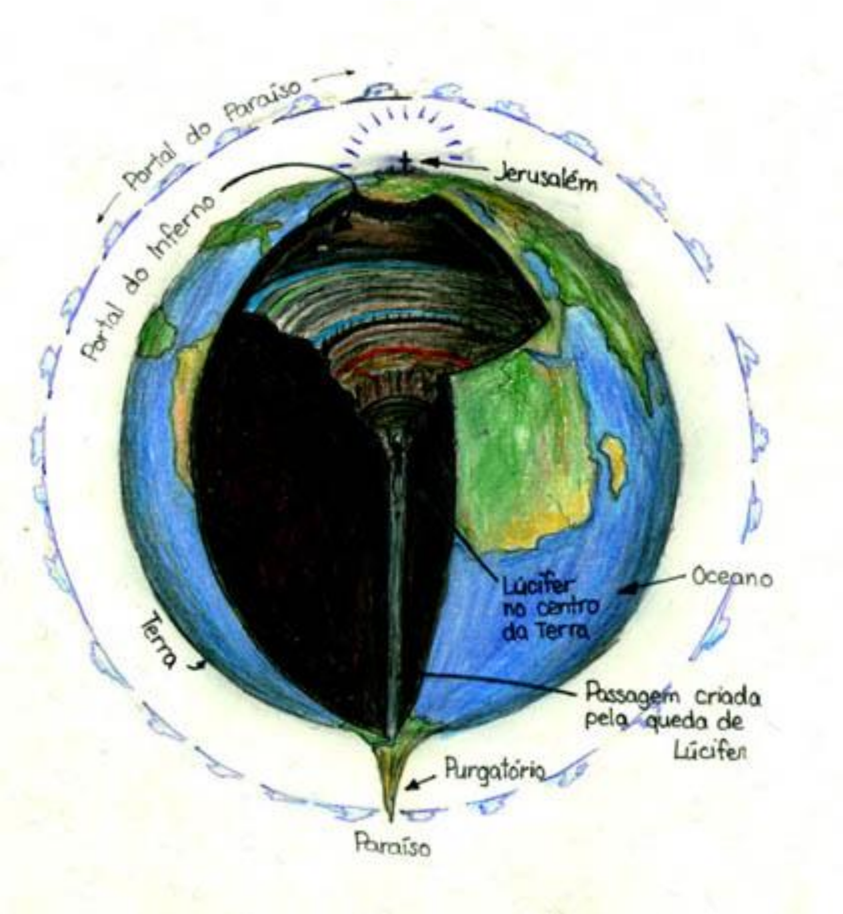


Figura 4 - Mapa da Terra -Inferno e Purgatório

Fonte: ROCHA (1999)

A versão original da obra foi escrita no dialeto local do autor, a língua toscana e originalmente foi chamada de *"Comedia";* mais tarde foi lhe acrescentado o adjetivo "Divina", porém, não se tem registros da data exata. O poema está dividido em três partes, *Inferno, Purgatório e Paraíso,* e cada uma dessas partes está dividida em cantos que possuem uma estrutura rigorosamente simétrica, baseada no simbolismo do número 3, que simboliza a Santíssima Trindade e também o equilíbrio e a estabilidade entre algumas culturas. Os poemas são compostos com estrofes de dez sílabas, com três linhas cada, em que a linha central de cada terceto controla as duas linhas marginais do terceto seguinte, proporcionando ao leitor uma impressão de movimento ao poema.

2.2.1. O Inferno de Dante

O personagem Dante, chega ao meio de sua vida e percebe que havia deixado de seguir o caminho certo, e se encontra perdido em uma floresta escura. Ao tentar escapar da selva encontra uma montanha que pode ser sua salvação. Porém, logo é impedido de subi-la por três feras: um leopardo, um leão e uma loba. Quando estava prestes a desistir e voltar para a selva, Dante se depara com o espírito de Virgílio, um poeta da Antiguidade que ele admirava e que está disposto a ajudá-lo e a guia por um caminho alternativo. O poema narra que Virgílio foi chamado por Beatriz, paixão da infância de Dante, que o viu em apuros e decidiu ajudá-lo, então ela desceu do céu e foi buscar Virgílio no Limbo[2].

O caminho que Virgílio propôs consistia em uma viagem pelo centro da terra, tendo início no portal do Inferno onde atravessariam o mundo subterrâneo até chegar aos pés do monte do Purgatório, onde a partir dali, Virgílio guiaria Dante até as portas do céu. Diante da proposta, Dante decide seguir Virgílio e os poetas chegam à porta do Inferno.

> [...] Entram e no vestíbulo encontram as almas dos ignavos, que não foram fiéis a Deus, nem rebeldes. Seguindo o caminho, chegam ao Aqueronte, onde está o barqueiro infernal, Caron, que passa as almas dos danados à outra margem, para o suplício. Treme a terra, lampeja uma luz e Dante cai sem sentidos (Alighieri, 2003, p.31).

“Dante foi despertado por um trovão e acha-se na orla do primeiro círculo” (ALIGHIERI, 2003, p. 38). Após despertar, os poetas entram no Limbo, local onde se encontram as pessoas que não receberam o batismo, e logo adiante um lugar luminoso, com aqueles que não foram cristãos, mas que viveram virtuosamente, como alguns sábios da antiguidade. Após passarem por esses locais descem para o segundo círculo.

> No ingresso do segundo círculo está Minos, que julgava as almas e designa-lhes a pena. No repleno desse círculo estão os luxuriosos, que são continuamente arrebatados e atormentados por um horrível turbilhão (Alighieri, 2003, p.46).

---

[2] O limbo é o local onde as almas que não puderam escolher a Cristo, mas escolheram a virtude, vivem a vida que imaginaram ter após a morte. Não têm a esperança de ir ao céu, pois não tiveram fé em Cristo. Aqui também ficam os não batizados e aqueles que nasceram antes de Cristo, como Virgílio. Na mitologia clássica, o Limbo não fica no inferno, mas suspenso entre o céu e o mundo dos mortos. Na poesia de Dante não se tem uma noção precisa de como se chega lá, pois o poeta desmaia no ante-inferno e quando acorda já está no Limbo, o primeiro círculo infernal.

No terceiro círculo ficam os gulosos que são flagelados por uma chuva de granizo, água e neve e depois dilacerados pelo mitológico cão de três cabeças, Cérbero. No quarto círculo desfilam os avarentos empurrando pesos enormes. Quando chegam ao quinto círculo, observam onde ficavam os iracundos, soberbos e insolentes imersos em lama ardente do pântano do Estige (ALIGHIERI, 2003).

> Flégias corre com a sua barca para os dois Poetas serem conduzidos, passando à lagoa, à cidade de Dite. [...] Chegando às portas de Dite, os demônios não o querem deixar entrar, Virgílio, porém, diz a Dante que não lhe falte a coragem, pois vencerão a prova e que não há de estar longe quem os socorra (Alighieri, 2003, p.67).

Figura 5 - Travessia do Rio Estige. Gustave Doré (século XIX)

Fonte: ROCHA (1999)

Como dito por Virgílio, um enviado celeste chega e abre as portas de Dite. Agora no sexto círculo, Dante e Virgílio continuam a viagem adentro de Dite, e lá se deparam com túmulos de fogo dos hereges, rios de fogo onde ficam os assassinos e os violentos.

> Os poetas chegam à beira do sétimo círculo. Sufocados pelo mau cheiro que se levanta daquele báratro, pararam atrás do sepulcro do papa Anastácio. Virgílio explica a Dante a configuração dos círculos infernais. O primeiro, que é sétimo, é o círculo dos violentos. Como a violência pode dar-se contra o próximo, contra si próprio e contra Deus, o círculo é dividido em três compartimentos, cada um dos quais contém uma espécie de violentos. O segundo círculo, que é o oitavo, é dos fraudulentos e se compõe de dez círculos concêntricos. O terceiro, que é o nono, se divide em quatro compartimentos concêntricos. Fala-se também acerca dos incontestes e dos usurários. Movem-se depois para o lugar de onde desce para o precipício (Alighieri, 2003, p.88).

Ao chegarem ao precipício não conseguem cruzá-lo, mas existia um monstro alado que voava vagarosamente e os levou até o fundo do precipício, onde encontraram o oitavo círculo. Este círculo é dividido por dez fossos que são ligados por pontes, e lá as torturas só pioram, assim como os pecados também.

Já de costas para o oitavo círculo:

> Os dois poetas se encontram no círculo, em cujo pavimento de duríssimo gelo estão presos os traidores. O círculo é dividido em quatro partes; na Caina, de Caim, que matou o irmão, estão os traidores do próprio sangue; na Antenora, de Antenor, troiano que ajudou os Gregos a conquistar Tróia, os traidores da pátria e do próprio partido; na Ptoloméia, de Ptolomeu, que traiu Pompeu, os traidores dos benfeitores e dos seus senhores (Alighieri, 2003, p.244).

Neste círculo ficam os traidores, os três maiores são Judas, Brutus e Cassius. Lúcifer está lá e devora os três. Passando por Lúcifer, conseguem escapar do inferno por um caminho subterrâneo que leva ao outro lado da Terra, e assim podem voltar a ver o céu e as estrelas.

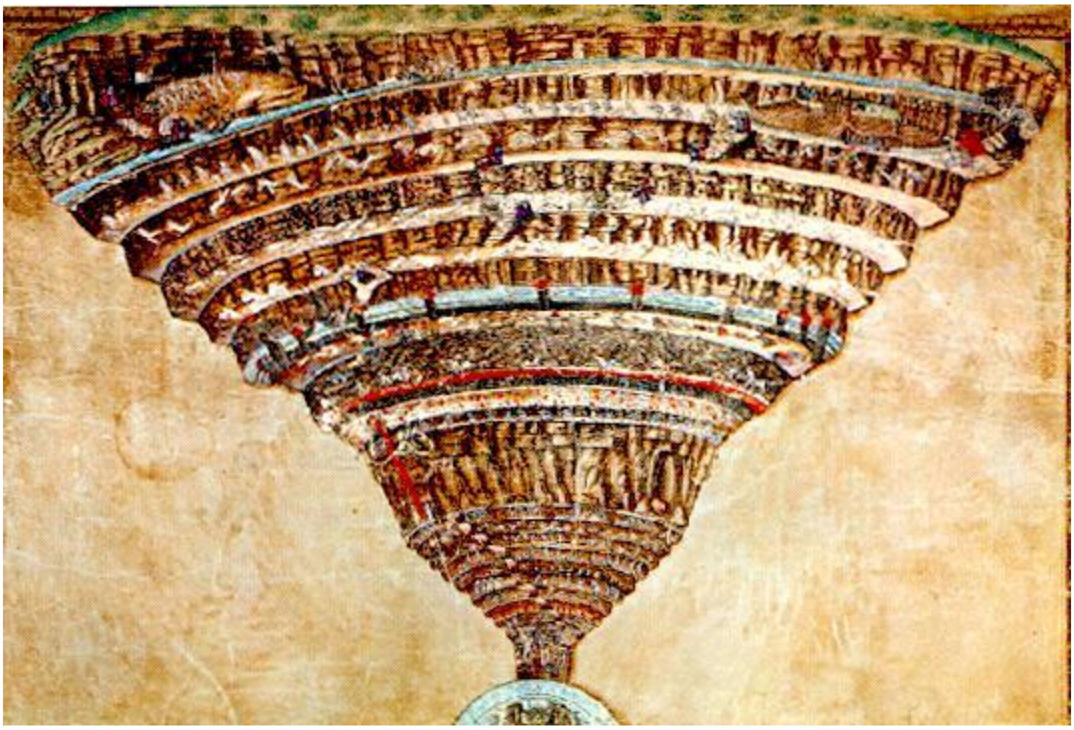


Figura 6 - Mapa do Inferno de Dante. Sandro Botticelli (século XV)

Fonte: MUNDO CRISTÃO (2013)

2.2.1.1. Canto XXXIV

Na Judeca estão os traidores dos seus senhores e benfeitores. No meio está Lúcifer, que com três bocas dilacera três entre os mais horrendos pecadores: de um lado Judas, do outro Bruto e Cássio, que mataram a Júlio César. Virgílio, ao qual Dante se agarra, desce pelas costas peludas de Lúcifer até o centro da terra. Daí seguindo o murmúrio de um regato sai e avista as estrelas no outro hemisfério.

1 VEXILIA regis prodeunt inferni
Contra nós; pra diante os olhos tende
Disse o Mestre, se a vista já discerne".

4 Como quando no ar névoa se estende,
Ou ao nosso hemisfério a noite desce,
Um moinho distante a atenção prende.

7 Um edifício igual verme parece.
Tanto era o vento, que eu busquei guarida
Atrás do Mestre, que outra não se oferece.

10 À parte era chegado, onde imergida
Cada alma em gelo está (tremo escrevendo),
Bem como aresta no cristal contida.

13 Erguidas umas estão, outras jazendo
Qual sobre a fronte ou sobre os pés firmada
Qual com seus pés o rosto arco fazendo.

16 Quando distância tal foi superada,
Que aprouve ao Mestre me tornar patente
A criatura bela ao ser formada,

19 Se afastando de mim, disse: “Detém-te!
Eis Satanás! Eis o lugar horrendo
Em que deves te armar de esforço ingente!

22 Quanto assombrei-me aquele aspecto vendo
Não inquiras leitor: não te expressara
Com verbo humano o que encarei tremendo.

25 Não morto, porém vivo não ficara.
Qual me achava te pinte a fantasia,
Se morte ou vida em mim se não depara!

28 Do aflito reino o imperador eu via:
Do gelo acima o seio levantava.
A um gigante igualar eu poderia,

31 Se um gigante a um seu braço eu comparava!
Do todo vede a proporção qual fora,
Quando tão vasta a parte se ostentava!

34 Quem foi tão belo, quanto é feio agora,
Contra o seu criador a fronte alçando
Vera causa é do mal, que o mundo chora.

37 Qual meu espanto há sido em contemplando
Três faces na estranhíssima figura!
Rubra cor na da frente está mostrando;

40 Das outras cada qual, da pádua escura
Surdindo, às mais ajunta-se e se ajeita
Sobre o crânio da infanda criatura.

43 Entre amarela e branca era a direita;
A cor a esquerda tem que enluta a gente
Do Nilo às margens a viver afeita.

46 Via asas duas sob cada frente,
Tão vastas, quanto em ave tal convinham:
Velas iguais não abre nau potente.

49 Plumas, como em morcego, elas não tinham;
De contínuo agitadas produziam
Os três gélidos ventos, que mantinham

52 Os frios, que o Cocito enrijeciam.
Chorava por seis olhos, por três mentos
Pranto e sanguínea espuma se espargiam.

55 Qual moinho, com dentes truculentos
Cada boca um prexito lacerava:
Padecem três a um tempo assim tormentos.

58 Mas ao da frente a pena se agravava,
Porque das garras o furor constante
Do dorso a pele ao pecador rasgava.

61 "O que esperneia em dor mais cruciante"
O Mestre disse: "É Juda Iscariote:
Prende a cabeça a boca devorante.

64 "Dos dois, que estão pendendo, coube em dote
A negra face Bruto: sem gemido
Se estorce da dentuça a cada bote.

67 "O outro é Cássio, de membros bem fornido.
Mas a partir a noite insta, assomando:
Aqui já tudo havemos conhecido".

70 Do Mestre o colo enlaço por seu mando.
Ele em lugar e tempo apropriado,
De Lúcifer as asas se alargando,

73 Ao peito hirsuto havia-se agarrado;
Depois de velo em velo descendia
Entre os ilhais e o lago congelado.

76 Chegado àquela parte, em que se unia
Da coxa o extremo dos quadris à altura,
Com grande ofego e mor abalo o Guia

79 Pôr a fronte onde os pés firmou procura,
Como quem sobe às crinas agarrado:
Assim tornar cuidei do inferno à agrura.

82 "Segura-te! Por tais degraus alado"
Lasso Virgílio já disse anelante,
"Deste império do mal serás tirado".

85 De uma rocha então sai por fresta hiante;
Sobre a borda me assenta cauteloso;
Depois a mim se acerca vigilante.

88 Olhos alcei julgando curioso
Ver Lúcifer, qual de antes o deixara;
De pernas para o ar vi-o em seu pouso!

91 De que enleio a minha alma se tomara,
Deixo ao vulgo pensar pouco instruído,
Que o ponto não compreende, em que eu passara.

94 “Eia! Vamos!” o Mestre diz querido,
“Longa jornada e mau caminho temos;
E a meia terça o sol já tem corrido”.

97 De paço em salas nós de andar não temos;
Mas de antro natural em solo duro
Os passos nossos dirigir devemos.

100 “Antes que eu deixe em todo o abismo escuro
Erro, em que estou, meu Mestre, desvanece”
Disse erguendo-me um pouco mais seguro.

103 “Onde o gelo? Por que nos aparece
Assim Lúcifer posto? E já tão presto,
Cessando a noite, o sol nos esclarece?”

106 “Tu cuidas ser, do que ouço é manifesto
Lá no centro, onde ao pelo me prendera
Do que atravessa o mundo, verme infesto.

109 “Ali estiveste, enquanto descendera
Ao voltar-me do ponto além tens sido,
Que o peso atrai na terreal esfera.

112 “Foste àquele hemisfério transferido,
Que se opõe ao que a terra está lançado,
Em cujo excelso cume há padecido;

115 “Quem nasceu, quem viveu sem ter pecado
Sobre uma esfera estreita os pés agora,
Da Judeca ao reverso, tens firmado.

118 “É noite lá; nós temos luz nesta hora;
E o que nos velos seus nos deu a escada
Na postura se firma, em que antes fora.

121 “Caiu aqui da altura sublimada,
E a terra, que se alçava entumecente,
Do mar fez véu e veio de enfiada

124 “Para o nosso hemisfério de repente.
Também fugiu de medo, a que se avista;
Vácuo deixando aqui, fez monte ingente”.

127 Lá no profundo há um lugar, que dista
Tanto de Belzebú, quanto se estende
Seu sepulcro: ali não penetra a vista.

130 Revela-o som de arroio, que descende
Por brecha do rochedo, que escavara,
Em torno serpeando, e pouco pende.

132 Para voltar do mundo à face clara
Nessa vereda escusa penetramos:
De nós nenhum de repousar cuidara.

136 Virgílio e eu, logo após, nos elevamos,
Té que do ledo céu as cousas belas
Por circular aberta divisamos:
Saindo a ver tornamos as estrelas."
(Alighieri, 2003, p.260-266).

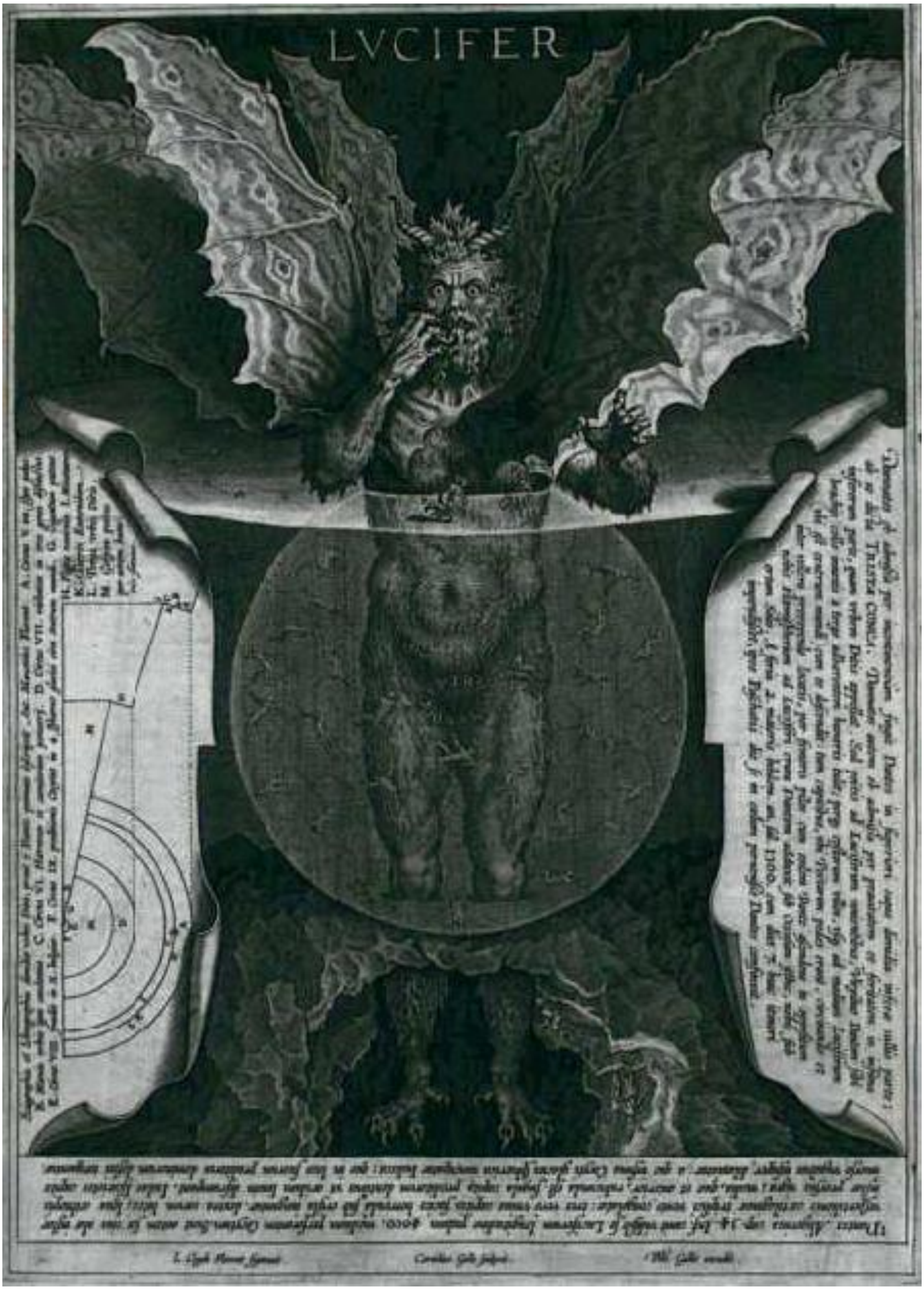


Figura 7 - Lúcifer, no centro da Terra -mastigando pecadores (Canto XXXIV).

Alessandro Vellutello (século XVI)

Fonte: ROCHA (1999)

2.2.2. Purgatório

Ao saírem do inferno, Dante e Virgílio se deparam com um espaço intermediário entre o Paraíso e o inferno onde avistam uma montanha muita alta: o Purgatório. Segundo o texto a montanha era tão alta que ultrapassava a esfera do ar e penetrava na esfera do fogo chegando a alcançar o céu. A montanha era composta por círculos ascendentes, reservado àqueles que se arrependeram em vida de seus pecados e estão em processo de expiação dos mesmos. Na base da montanha encontrava-se o ante Purgatório, onde os que se arrependeram tardiamente de seus pecados aguardavam permissão para passarem pela Porta de São Pedro, antes de iniciarem sua ansiada subida ao Purgatório (ALIGHIERI, 2003).

Após passarem pelos dois níveis do ante Purgatório, os poetas atravessaram um portal iniciando uma nova aventura, subindo cada vez mais. Os personagens passam por sete terraços, um mais alto do que o outro, onde os sete pecados capitais são expurgados. Chegando ao último círculo do Purgatório, Dante se despede de Virgílio e segue acompanhado por um anjo que o leva através de um fogo que separa o Purgatório do Paraíso terrestre.

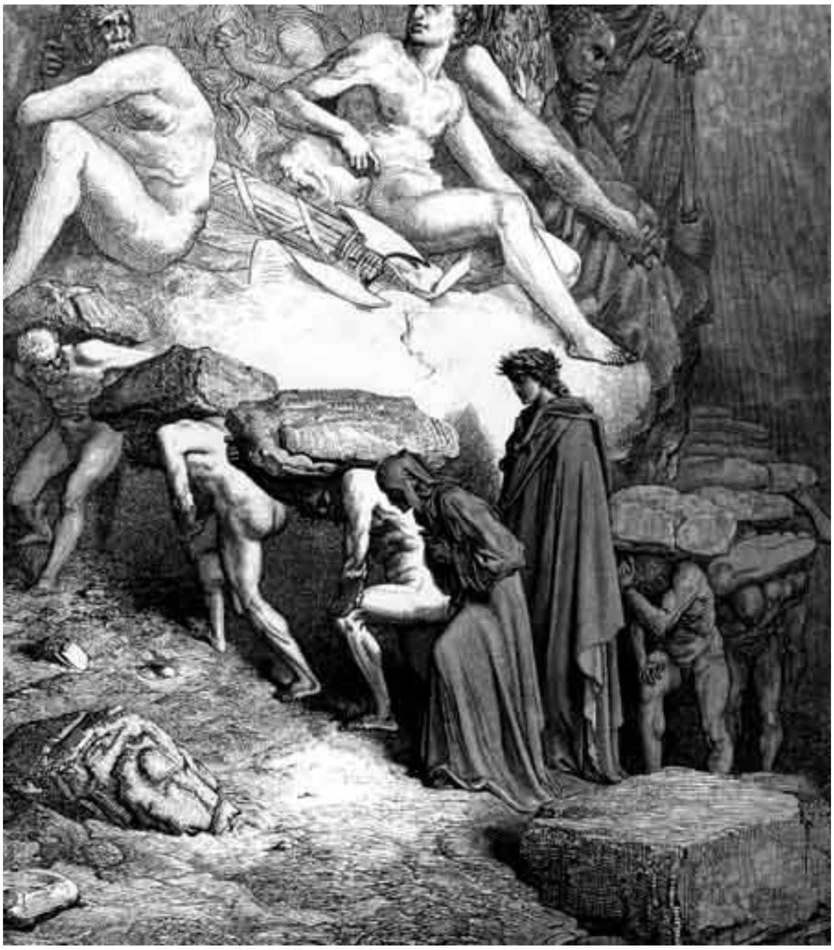


Figura 8 - Os orgulhosos (Canto XII). Gustave Doré (século XIX)

Fonte: ROCHA (1999)

Depois de um longo percurso, finalmente às margens do rio Lete, Dante encontra Beatriz e se purifica nas águas do rio para prosseguir viagem e subir às estrelas.

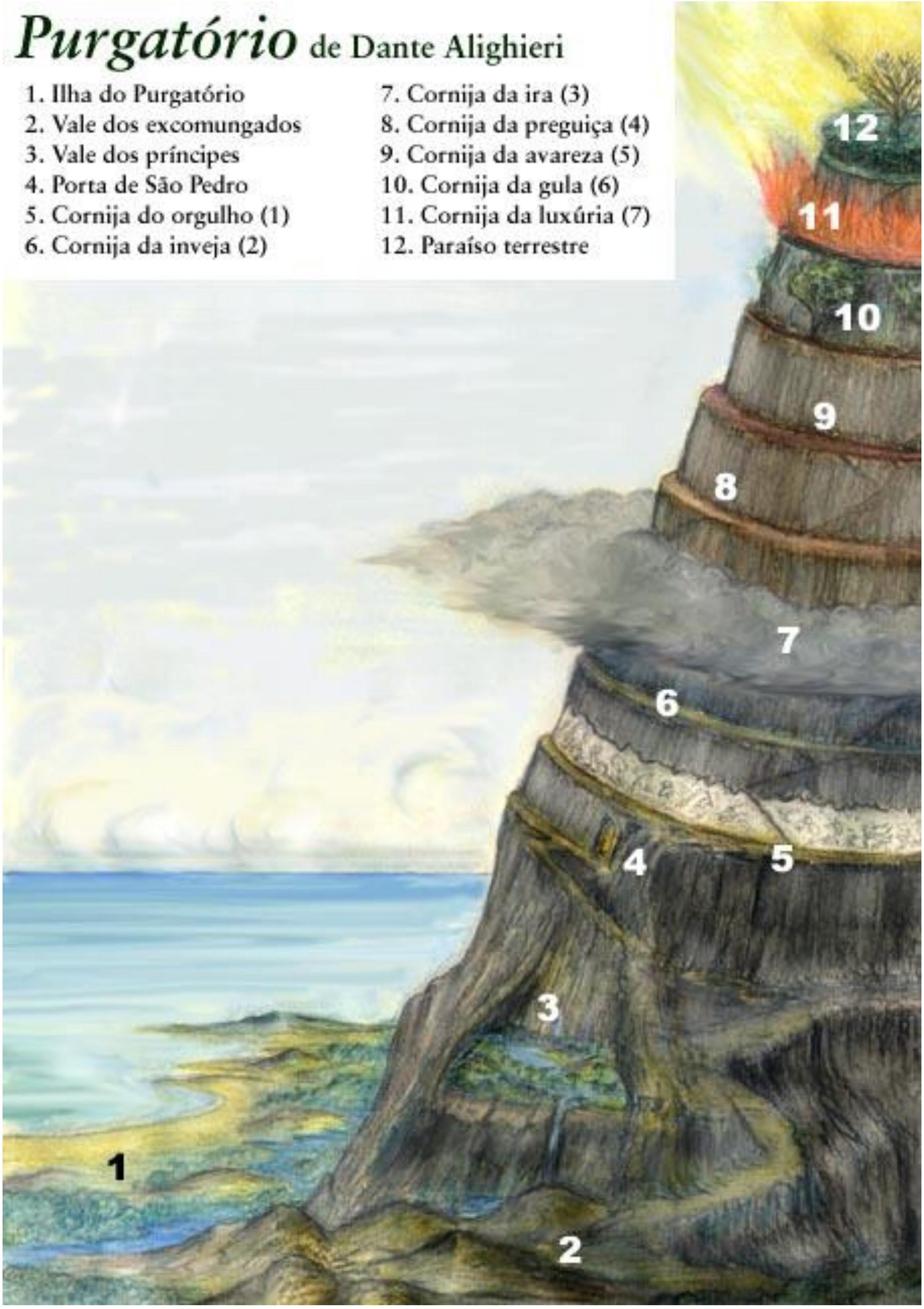


Figura 9 - O Purgatório de Dante

Fonte: Rocha (1999)

2.2.3. Paraíso

Ainda no Paraíso terrestre, Beatriz olha fixamente para o sol e Dante a acompanha até que os dois começam a elevar-se. Dante é guiado por Beatriz e passam pelos vários céus do Paraíso, onde encontram diversos personagens como São Tomás de Aquino e o imperador Justiniano. Ao chegarem ao céu de estrelas fixas de Ptolomeu, Dante é questionado pelos santos sobre suas posições religiosas e filosóficas e após o interrogatório recebe permissão para prosseguir.

> Invocando Apolo, o Poeta conta como do Paraíso Terrestre ele e Beatriz se alçaram ao céu, atravessando a esfera do fogo. Beatriz explica-lhe como possa vencer o próprio peso e subir. É atraído pelo invencível amor.
>
> Seguindo as teorias de Ptolomeu, Dante põe a terra imóvel no centro do Universo e, em redor dela, em órbitas concêntricas, os céus da Lua, de Mercúrio, de Vênus, do Sol, de Marte, de Júpiter, de Saturno, a oitava esfera que é a das estrelas fixas, a nona, ou primeiro móvel, e finamente o Empíreo, que é imóvel. Transportado pela força que faz rodar os céus e pela luz sempre crescente de Beatriz, Dante eleva-se de um céu para outro, e em cada um deles aparecem-lhe os espíritos bem-aventurados que, quando vivos, possuíram a virtude própria do respectivo planeta (ALIGHIERI, 2003, p.525).

Ao chegarem ao céu cristalino, Dante adquire uma nova capacidade visual, e passa a ter visão para compreender o mundo espiritual, onde encontra nove círculos angélicos, concêntricos que giravam em volta de Deus. Ao receber a visão da Rosa Mística, separa-se de Beatriz e tem a oportunidade de sentir o amor divino que emanava diretamente de Deus.

> [...] À fantasia aqui fenece; Mas a vontade minha a ideias belas; Qual roda, que o motor pronto obedece; Volvia o Amor, que move sol e estrelas. [...] *Mas a vontade minha etc..*. mas o Amor, isto é, Deus que move o Sol e as estrelas, movia a minha vontade, concordemente à sua, como uma roda que obedece ao motor (ALIGHIERI, 2003, p. 782).

3. O PROBLEMA DE GALILEU

Mecânica é o termo designado para definir o estudo do comportamento da matéria sob influência de forças. Os primeiros escritos de Galileu sobre o assunto seguiam as teorias padrões físicas medievais, embora apresentasse ciência de algumas das deficiências dessas teorias (PROJECTO PHYSICS, 1975).

O primeiro estudo físico de Galileu, considerando o sentido moderno do termo, foi sobre isocronismo das oscilações pendulares, na sua juventude em 1583, logo após ter abandonado o curso de medicina em Pisa, e ter iniciado seus próprios estudos de matemática. (GEYMONAT, 1997).

Durante os dezoito anos vividos em Pádua dentre as inúmeras atividades que desenvolveu, as pesquisas sobre fenômenos mecânicos foram as mais frutíferas. Em uma carta ao frei Paolo Sarpi de 16 de outubro de 1604, Galileu formula a lei sobre a queda dos corpos graves (ROSSI, 2001).

> "Repensando acerca das coisas do movimento nas quais, para demonstrar os acidentes por mim observados, faltava um princípio tão completamente indubitável que pudesse ser colocado como axioma, me vi reduzido a uma proposição que tem muito de natural e evidente; e esta suposição, demonstro depois o resto, é que os espaços percorrido pelo movimento natural se dão em proporção dupla dos tempos e, por consequência, os espaços percorridos em tempos iguais são como números ímpares *ab unitate*, e as outras coisas. **E o princípio é esse que o móvel natural vá crescendo de velocidade naquela proporção em que se afasta do início de seu movimento**" (GEYMONAT, 1997, p.36, grifo nosso).

Analisando o trecho acima, podemos identificar o ponto principal de divergência entre a teoria apresentada e a de Aristóteles.

Aristóteles admitia a existência de dois movimentos naturais (um para baixo, como o da Terra e da água, o outro para cima, do ar e do fogo). Já para Galileu, existia apenas um movimento natural: de cima para baixo, onde todo corpo é pesado, tendendo então naturalmente (por efeito da gravidade) a cair em direção à Terra. E se alguns corpos sobem, ao em vez de descer, segundo Galilei, é apenas porque se encontram imersos em um meio que possui um peso específico maior empurrando-os para baixo. (DAMPLER, 1986).

O caráter arquimediano da concepção mencionada confirma a influência do antigo pensador siracusano, o iniciador da mecânica moderna.

Galileu ultrapassou claramente a ciência arquimediana, que aplicava a matemática apenas aos fenômenos estáticos; a ciência galileana conseguiu, ao contrário, aplicá-la também à dinâmica. E o fato mais singular – aos olhos de Galileu assim como de seus contemporâneos – era que a nova ciência havia descoberto a existência de uma regularidade *aritmética* na queda dos corpos graves (ROSSI, 2001).

Geymonat (1997, p.38) aponta que para Galileu atingir a sistematização da lei da queda dos corpos graves, passou por várias etapas. A primeira foi aquela em que acreditava que o movimento de queda se acelerasse apenas nos primeiros instantes, isto é, até o momento em que o corpo atingisse sua velocidade própria (proporcional ao peso de cada corpo) e a partir da sua velocidade seria constante. Para que abandonasse essa concepção, foi necessário renunciar ao princípio que todo corpo que cai livremente na Terra, possui sua velocidade própria.

Na carta acima citada ao frei Paolo, Galileu apresenta provas de ter chegado à forma exata da lei que determina a proporção existente entre o espaço percorrido e o tempo empregado para percorrê-lo. Porém, ele ainda considerava uma proporção direta entre a velocidade do corpo e a distância do ponto inicial de queda.

Apenas na terceira etapa, Galileu formulou o princípio exato da queda livre, em que a velocidade do corpo grave cresce em proporção direta ao tempo e não mais ao espaço, independente da diferença de peso.

Galileu utilizou o fracasso dos corpos não chegarem exatamente ao mesmo tempo ao solo, para obter uma melhor compreensão do movimento em queda livre. Ele próprio atribuía aos resultados observados à diferença de efeito da resistência do ar em corpos de tamanho e pesos diferentes. Alguns anos após a sua morte, foi inventada a bomba de vácuo, permitindo que outros cientistas mostrassem que Galileu estava certo. Com o efeito da resistência do ar eliminada, ao soltar uma pena e uma pedra de uma mesma altura ao mesmo tempo, os dois corpos caem ao mesmo ritmo e tocam o solo no mesmo instante (PROJECTO PHYSICS, 1975).

Esta é uma indicação clara de um princípio importante mesmo realizando uma observação cuidadosa de um evento comum à natureza, um efeito muito menor pode distrair a atenção do observador, falhando no resultado em não ver uma regularidade muito mais importante. Diferentes corpos caindo no ar da mesma altura, podem não chegar ao chão ao mesmo tempo com a presença do ar. No entanto, o importante não é que os tempos de queda são um pouco diferentes, mas sim que são praticamente iguais (PROJECTO PHYSICS, 1975).

Durante seus anos mais maduros, Galileu escreveu as coisas mais importantes de toda sua obra sobre astronomia. No entanto, seu importante livro astronômico *Dialogo di Galileo Galilei Linceo, dove ne i congressi di quattro gionarte si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo, ptolemaico e copernicano* (1632), logo após ser publicado foi condenado pela Inquisição (MARICONDA, 2000).

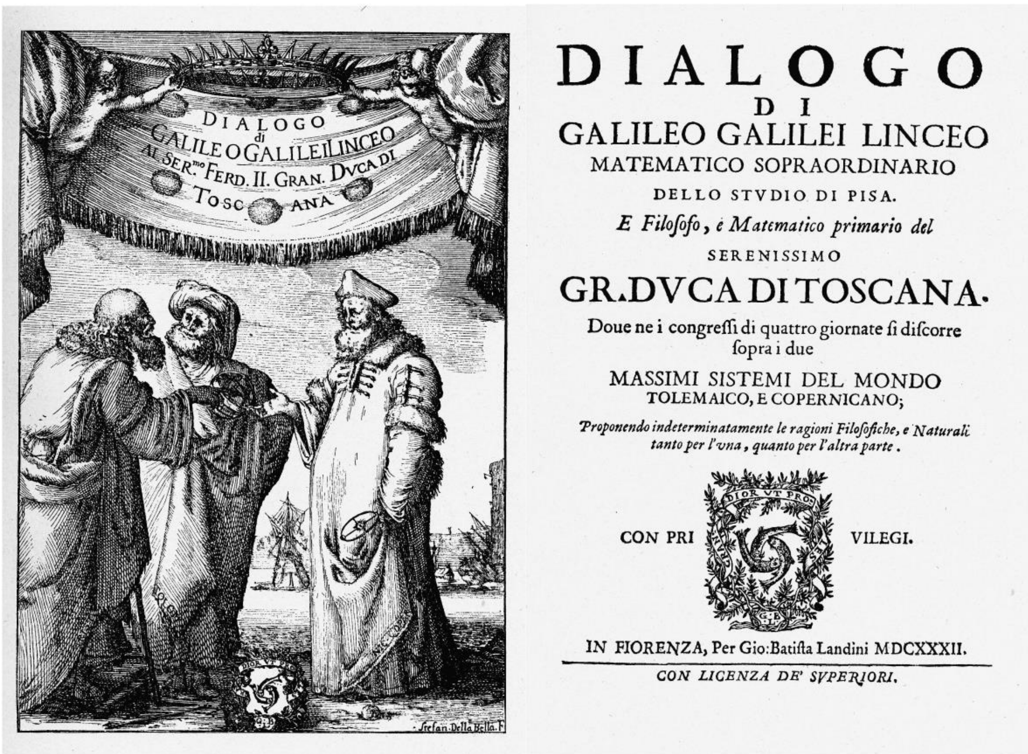


Figura 10 - Capa original do Dialogo

Fonte: TERTÚLIA BIBLIÓFILA (2009)

O autor narra o *Diálogo* em quatro jornadas pelo palácio do Sagredo em Veneza, para discutir amigavelmente sobre o sistema heliocêntrico e trazer à luz os argumentos contra e a favor do mesmo. Os interlocutores do Diálogo são três, o nobre florentino Filippo Salviati (1583-1614), que representa o papel de um brilhante copernicano; o aristotélico Simplício um personagem imaginário que recorda, no nome, um celebre comentarista de Aristóteles que viveu no século VI, um irredutível defensor do geocentrismo, e Sagredo (1571-1620) que personifica o papel de um espírito livre e irreverente, sempre disposto ao entusiasmo e à ironia, que inicialmente neutro, solicita aos outros que esclareçam e aprofundem seus argumentos.

Das quatro jornadas que compõe o *Dialogo*, a primeira é dedicada à insustentabilidade da "fábrica do mundo" aristotélica descrevendo toda a teoria cosmológica; a segunda e a terceira respectivamente tratam do movimento diurno e anual da Terra; e a quarta é destinada à *prova física* do movimento terrestre que Galilei acha ter alcançado com a teoria das marés.

A obra não é de caráter científico simples nem um tratado de Física, como escreve Koyré:

> Na realidade o *Dialogo* não é um livro de astronomia se quer de física. É antes de tudo, um livro de crítica, uma obra polêmica e de batalha; é ao mesmo tempo uma obra pedagógica e uma obra filosófica e é, enfim, uma obra de história; "a história do espirito de Galileu".
>
> Uma obra de polêmica e de batalha: é isso que determina (em parte) a estrutura literária do *Dialogo*: é contra a ciência e a filosofia tradicionais que Galileu aponta sua máquina de guerra. Mas se o *Dialogo* é direcionado *contra* a tradição aristotélica, ele não se dirige, ou pelo menos quase nunca o faz, a seus defensores, aos filósofos de Pádua e Pisa [...] dirige-se ao leitor homem de bem (*honnête homme);* de fato, é escrito não em latim, língua douta das Universidades e das Escolas, mas em língua vulgar, em italiano, a língua da corte e da burguesia [...] É o homem de bem que Galilei quer conquistar para sua causa, ora, este homem de bem, é preciso persuadi-lo e convencê-lo: de maneira nenhuma cansá-lo ou oprimi-lo. A isso se deve (em parte) a forma dialogada da obra; o tom ligeiro da conversação, as constantes digressões e retomadas, a aparente desordem do debate: exatamente assim se conversava e se discutia entre pessoas de bem nos salões dos patrícios venezianos ou na Corte dos Medici. A isto se deve a variedade das "armas" de que Galileu se serve: a discussão serena que vai em busca da prova e tenta demonstrá-la; o discurso eloquente que quer persuadir; e, enfim a última – e mais potente- arma do polemista: a crítica incisiva, corrosiva e cortante, a ironia que zomba do adversário tornando-o ridículo, desguarnecendo e fazendo desabafar a autoridade que ainda lhe resta."

> Uma obra "pedagógica". De fato, não se trata apenas de convencer, persuadir e de demonstrar: trata-se, além disso, e talvez sobretudo, de conduzir pouco a pouco o leitor homem de bem a se deixar persuadir e convencer, a compreender a demonstração e acolher a prova. E para esse objetivo é necessário um trabalho duplo de destruição e educação: destruição dos preconceitos, dos hábitos mentais e do senso comum; criação, no lugar destes, de novos hábitos, de uma nova atitude de raciocínio. A isto deve-se a lentidão insuportável para o leitor hodierno – leitor que se beneficiou da revolução galileana - e a isto se devem também as repetições, o retornar as coisas já ditas antes, a crítica renovada aos mesmos argumentos, a multiplicação dos exemplos [...] É preciso, efetivamente, educar o leitor, ensinar-lhe a não ter confiança na autoridade, na tradição ou no senso comum. É preciso ensinar-lhe a pensar.
>
> Uma obra de filosofia: na realidade, não somente a física e a cosmologia tradicionais que Galileu ataca e combate; é toda a filosofia e a *Weltanschauung* de seus adversários. Naquele tempo, por outro lado, a física e a cosmologia eram solidárias com a filosofia ou, se preferirmos, faziam parte dela. Ora, se Galileu combate a filosofia de Aristóteles o faz apoiando uma outra filosofia em cujas fileiras se engaja: a filosofia de Platão. Uma certa filosofia de Platão (KOYRÉ, *apud* GEYMONAT, 1997, p. 178-180).

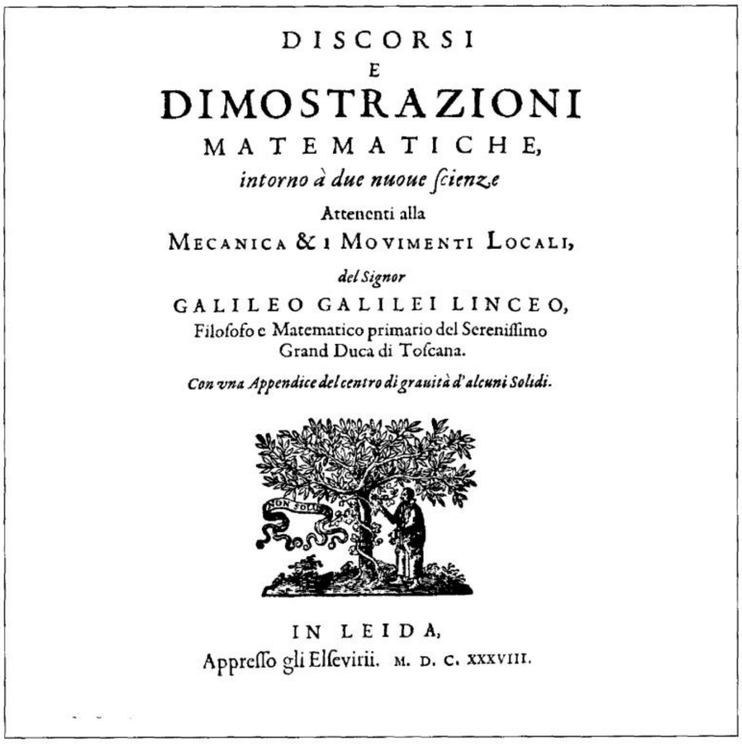
Além, desses objetivos, Galilei tinha como interesse atrair a atenção em geral das pessoas cultas, mesmo aquelas não especializadas em astronomia, para o problema do copernicanismo "persuadindo-as da "estupidez" da velha ciência peripatética" (GEYMONAT, 1997, p.185).

Acredita-se que esse objetivo foi atingido brevemente, pois Galilei recebeu inúmeras cartas de seus admiradores e amigos tecendo elogios sobre sua obra.

> O senhor conseguiu, entre os homens, chegar àquele ponto a que ninguém chegou [...] O sistema copernicano, para dizer a verdade, que consideração tinha na Itália? Mas V.S. deu ânimo e, o que é mais importante, descobriu o seio da natureza (Fulgêncio Micanzio, em 17 de julho de 1632, XIV, 364; *apud* GEYMONAT, 1997, p.186).

O segundo objetivo era prestar esclarecimentos às altas autoridades do Vaticano, sobre os riscos que a Igreja Católica estaria correndo se persistisse teimosamente no comportamento assumido em 1616. Porém, logo após a publicação, notícias sobre a má acolhida nas esferas da igreja começaram a aparecer, e logo veio a proibição.

Proibido de ensinar a "nova" astronomia, Galilei decidiu concentrar-se novamente na mecânica, dando origem ao *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove* *scienze,* de 1638, mais conhecido como *Duas Novas Ciências*. Essa obra finalizou a teoria medieval, a mecânica e a cosmologia aristotélica.



DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

Figura 11 - Duas Novas Ciências

Fonte: TRETÚLIA BIBLIÓFILA (2009)

Nessa obra Galileu acrescenta alguns esclarecimentos importantes à sua lei da queda dos corpos, demostrando que, desconsiderando a resistência do meio, todos os corpos se moveriam com a mesma celeridade independente da diferença de peso (GEYMONAT, 1997).

O livro *Duas Novas Ciências* tem forma de diálogo, com os mesmos três personagens, Simplício, que representa a visão aristotélica, Salviati que defende as ideias de Galileu, e Sagredo que faz o papel de um homem de mente aberta e ansioso para aprender coisas novas e, assim como no *Diálogo* desenvolve se em quatro jornadas (GALILEI, 1988).

Na primeira jornada Galileu enfrenta os mais ousados debates a respeito das causas da coerência entre as várias partes dos sólidos. Já na segunda, nota que nos corpos sólidos existe uma resistência ao despedaçamento, implicando no estudo de questões referentes ao vácuo, átomo, continuidade, dentre outros.

Na terceira jornada são demonstradas as leis clássicas sobre o movimento uniforme, movimento acelerado e movimento uniformemente acelerado ou retardado, de forma dedutiva. A quarta e última jornada foi destinada ao estudo dos projéteis baseado no princípio da composição dos movimentos. Tendo como resultado mais importante á demonstração de que a trajetória possui forma parabólica, o que permitiu, por exemplo, que Galileu calculasse a inclinação mais adequada para produzir o lançamento mais longo (45º), o que lhe causou grande entusiasmo, como podemos comprovar com um trecho no qual Sagredo comenta o resultado:

> Plena de maravilha e de satisfação juntas é a força das demonstrações necessárias, que são apenas as matemáticas. Eu já sabia, por crer nos relatos de vários artilheiros, que de todos os tiros de artilharia, ou do morteiro, o máximo, isto é, aquele que à maior distância lança a bola, era aquele colocado na elevação de meio ângulo reto, que estes chamam de sexto ponto do esquadro. Mas entender a razão por que isto acontece supera por um intervalo infinito a simples notícia recebida por atestação de outros e mesmo por experiências muitas vezes repetidas (GALILEI, 1988 *apud* GEYMONAT 1997, p.233-243).

No estudo de Galilei sobre queda livre, o plano inclinado assumiu um papel notável. Na obra *Duas Novas Ciências* Galileu apresenta o problema do plano inclinado sendo discutido por Sagredo, Simplício e Salviati, defensor de suas ideias.

Para compreender como Galileu demonstrou que o espaço percorrido por um corpo é proporcional ao quadrado do tempo, vamos analisar alguns trechos do diálogo da terceira jornada em que é abordado o estudo do movimento acelerado.

> Sagredo: [...] Por ora, retomando ao fio de nossa conversação, parece-me que até o presente conseguimos estabelecer a definição de movimento uniformemente acelerado do qual se trata na continuação. Tal definição é: Chamamos movimento igualmente, ou seja, uniformemente acelerado, àquele que**, partindo do repouso, adquire em tempos iguais momentos iguais de velocidade** (GALILEU, 1988, p. 136, grifo nosso).

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1}$$

Equação 1

Teorema I – Proposição I

> *O tempo no qual um determinado espaço é percorrido por um móvel que parte do repouso com um movimento uniformemente acelerado é igual ao tempo no qual aquele mesmo espaço seria percorrido pelo mesmo móvel uniforme, cujo grau de velocidade seja a metade do maior e último grau de velocidade alcançado no movimento uniformemente acelerado* (FILHO, 1998, p. 65, grifo do autor, *apud* NEVES et al, 2008, p.231) .

Teorema II – Proposição II

> Se um móvel, partindo do repouso, cai com movimento uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como os quadrados dos mesmos tempos acelerado (GALILEU, 1988, p. 136).

Em termos algébricos temos que:

$$\frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \qquad \text{Equação 2}$$

Para uma melhor análise utilizaremos a Figura 12 que foi retirada do mesmo livro.

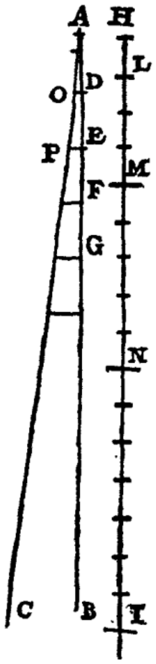


Figura 12 - Desenho original de Galileu

Fonte: (Galilei, 1988).

Considerando que os espaços percorridos sejam iguais, para um móvel que parte do repouso e passa a mover-se com um movimento uniformemente acelerado, durante um mesmo intervalo de tempo que outro que se move com movimento uniforme em que onde sua velocidade é a metade da velocidade máxima adquirida durante o movimento acelerado, temos que a proporção entre os espaços percorridos é a mesma que o quadrado da proporção entre os tempos, assim como mostra a Equação 2.

Ou seja, o teorema diz que a distância percorrida em um movimento uniformemente acelerado é igual à distância que seria percorrida no movimento uniforme feito com a velocidade média.

Segundo Galilei *Apud* NEVES et al (2008, p.233) *os espaços percorridos por dois corpos em movimento uniforme estão entre si numa proporção que é igual ao produto da proporção das velocidades com a proporção dos tempos*, então temos que:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{t_2}{t_1} \qquad \text{Equação 3}$$

Ao analisar alguns trechos do livro, encontramos alguns diálogos entre os personagens fazendo referência aos experimentos supostamente realizados por Galileu para comprovar tais relações:

> Simplício: Estou plenamente convencido de que as coisas se passam assim, uma vez enunciada e aceita a definição do movimento uniformemente acelerado. Mas, se essa é a aceleração da qual se serve a natureza no movimento de queda dos graves, tenho no momento minhas dúvidas. Parece-me, pelo que diz respeito a mim e a outros que pensam como eu, que teria sido oportuno neste lugar apresentar uma das muitas experiências que, em diversos casos, concordam com as conclusões demonstradas.
>
> Salviati: Como verdadeiro homem de ciência, sua exigência é muito razoável; pois é assim que convém proceder nas ciências, que aplicam as demonstrações matemáticas aos fenômenos naturais, como se observa no caso da Perspectiva, da Astronomia, da Mecânica, da Música e de outras, as quais confirmam com experiências sensatas seus princípios, que são os fundamentos de toda estrutura ulterior. Por isso, não quero que pareça supérfluo discorrer longamente a respeito desse primeiro e máximo princípio, sobre o qual se apoia a imensa estrutura de infinitas conclusões, das quais apenas uma pequena parte foi tratada pelo autor desse livro, que muito contribuiu para abrir a porta, até agora fechada, aos espíritos especulativos. Pelo que se refere às experiências, o autor não deixou de fazê-las; e para assegurar-se de que a aceleração dos graves, que caem de modo natural, acontece na proporção acima afirmada, encontrei-me muitas vezes

> em sua companhia, procurando tal prova da seguinte maneira. (GALILEU, 1988, p. 166).

Para Galilei, (1988, p.167): “Os graus de velocidade alcançados por um mesmo móvel em planos diferentemente inclinados são iguais quando a altura desses planos também são iguais”. Para uma melhor compreensão vamos analisar a Figura 13 extraída da obra de Galilei, que mostra três possíveis trajetórias para um corpo partindo do ponto C que ao chegar ao ponto B, D ou A teria a mesma velocidade independente do caminho percorrido.

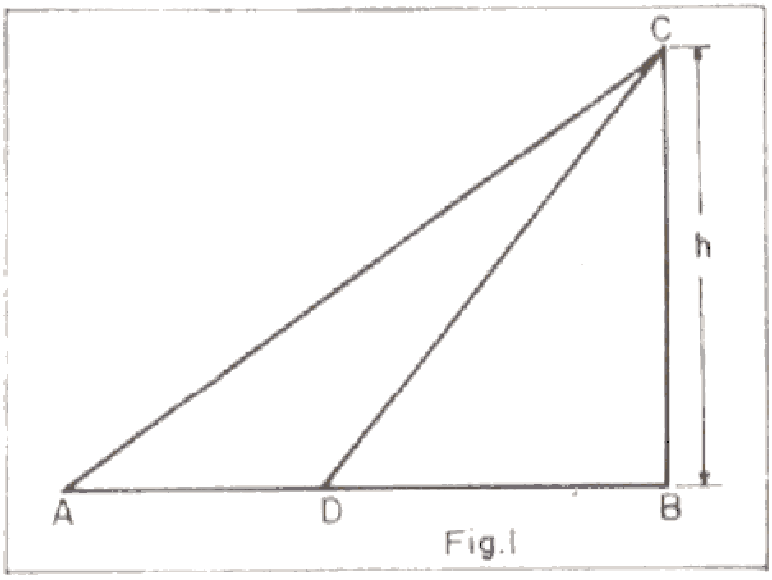


Figura 13 – Plano Inclinado de Galileu

Fonte: Galileu, 1988, p.167

Galileu faz uma descrição detalhada sobre o suposto experimento realizado por ele:

> Numa ripa ou, melhor dito, numa viga de madeira com um comprimento aproximado de 12 braças, uma largura de meia braça num lado a três dedos do outro, foi escavada uma canaleta neste lado menos largo com um pouco mais de um dedo de largura. No interior desta canaleta perfeitamente retilínea, para ficar bem polida e limpa, foi colada uma folha de pergaminho que era polida para ficar bem lisa; fazíamos descer por ele uma bola de bronze duríssima perfeitamente redonda e lisa. Uma vez construído o mencionado aparelho, ele era colocado numa posição inclinada, elevando-se sobre o horizonte uma de suas extremidades até a altura de uma ou duas braças, e se deixava descer a bola pela canaleta, anotando como exporei mais adiante o tempo que empregava para uma descida completa; repetindo esta experiência muitas vezes para determinar a quantidade de tempo, na qual nunca se encontrava uma diferença nem mesmo da décima parte de uma batida de pulso. Feita e estabelecida com precisão tal operação, fizemos descer a mesma bola apenas a quarta parte do comprimento total da canaleta;

> e, medido o tempo de queda, resultava ser rigorosamente igual à metade do outro. Variando a seguir a experiência e comparando o tempo requerido para percorrer todo o comprimento com o tempo requerido para percorrer a metade, ou dois terços ou três quartos, ou qualquer outra fração, por meio de experiências repetidas mais de cem vezes, sempre se encontrava que os espaços percorridos estavam entre si com os quadrados dos tempos e isso em todas as inclinações do plano, ou seja, da canaleta, pela qual se fazia descer a bola. Observamos também que os tempos de queda para as diferentes inclinações mantinham exatamente entre si aquela proporção que, como veremos mais adiante, foi encontrada e demonstrada pelo autor. No que diz respeito à medida do tempo, empregávamos um grande recipiente cheio de água, suspenso no alto, o qual por um pequeno orifício feito no fundo deixava cair um fino fio de água, que era recolhido num pequeno copo durante todo o tempo que a bola descia pela canaleta ou por suas partes. As quantidades de água assim recolhidas eram a cada vez pesadas com uma balança muito precisa, sendo as diferenças e proporções entre os pesos correspondentes às diferenças proporções entre os tempos; e isto com tal precisão que, como afirmei, estas operações, muitas vezes repetidas, nunca diferiam de maneira significativa.
>
> Simplício: Teria sido grande a satisfação em presenciar tais experiências; contudo, estando certo do seu zelo em efetuá-las e de sua fidelidade em relatá-las, não tenho escrúpulo em aceitá-las como verdadeiras e certas (GALILEU, 1988, p.174-175).

O resultado obtido por Galileu com estas experiências condiz com a Equação 2, pois uma esfera que cai por um plano inclinado é um exemplo de um movimento uniformemente acelerado.

Galileu fez a análise para planos com a mesma altura, porém, com inclinações diferentes, como mostra a Figura 13 e concluiu que os tempos empregados para descer por planos diversamente inclinados, desde que tenham a mesma altura, estão entre si como seus respectivos comprimentos, expresso por:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

Equação 4

Galileu considerou também planos com o mesmo comprimento e com alturas diferentes, e concluiu que os tempos de descida por planos de mesmo comprimento, mas de diferentes inclinações, relacionam-se em uma proporção inversa das raízes quadradas e suas respectivas alturas, como mostra a Equação 5:

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$ Equação 5

No livro *Duas Novas Ciências*, Galileu discute também a experiência do pêndulo simples, e relata que após estudar os períodos de oscilação de pêndulos com diferentes comprimentos, ele chegou à conclusão de que a proporção entre os tempos de oscilação de corpos suspensos por fios de diferentes comprimentos, estão entre si na mesma proporção que as raízes quadradas dos comprimentos dos fios (GALILEU, 1988).

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$$ Equação 6

Sendo que:

l_1 e l_2 Comprimentos dos fios;
T_1 e T_2 Períodos de oscilação.

Galileu também concluiu com esse experimento, que o período de oscilação de um pêndulo não depende do peso do corpo, pois será o mesmo para dois corpos embora um deles seja mil vezes mais pesado do que o outro (GALILEU, 1988).

Além do pêndulo simples, Galileu discutiu um pêndulo interrompido por um prego ou pino no ponto E, como mostra a Figura 14.

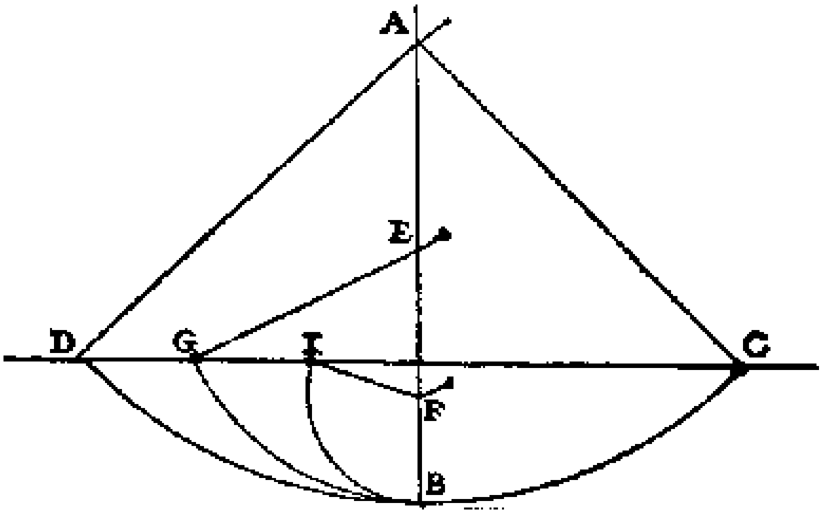


Figura 14 - Pêndulo de Galileu

Desconsiderando a resistência do ar, e levando uma massa até a posição C e deixando-a livre, ela se movimentará ao longo de um arco CBD, passando pelo ponto B e depois pelo arco BD até atingir o ponto D e alcançar a linha horizontal CD. Em outras palavras, no movimento de descida da massa, ela adquire velocidade suficiente ao alcançar o ponto B para levá-la até a mesma altura onde foi solta (desprezando a resistência do ar). Ao interromper esse pêndulo por um prego no ponto E, e soltar a massa do ponto C novamente, veremos que a massa tem a mesma trajetória no arco CB, mas ao atingir a posição B não consegue ultrapassar o prego e alcançar a linha CD, pois a linha encontra o prego no ponto E, e é obrigada a percorrer o arco BG que tem como centro o ponto E (GALILEU, 1988).

Concluindo a ideia exposta por Galileu, temos que, desde que os arcos CB e DB sejam iguais, a velocidade adquirida pela massa ao descer ao longo do arco CB é a mesma ao percorrer o arco DB e é capaz de levar a mesma massa até a linha CD se não houver a resistência do ar.

Galileu assumiu um papel muito importante na revolução científica, não apenas por suas realizações astronômicas, mas sim, porque foi o primeiro a combinar a experimentação científica com o uso da linguagem matemática a fim de formular suas leis da natureza, sendo considerado o pai da ciência moderna. “A filosofia”, acreditava ele:

> Está escrita nesse grande livro que permanece sempre aberto diante de nossos olhos; mas não podemos entendê-la se não aprendermos primeiro a linguagem e os caracteres em que ela foi escrita. Essa linguagem é a

> matemática, e os caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas (in: CAPRA, 1982, p.2).

Os dois aspectos pioneiros do trabalho de Galileu — a abordagem empírica e o uso de uma descrição matemática da natureza — tornaram-se as características dominantes da ciência no século XVII e subsistiram como importantes critérios das teorias científicas até hoje.

4. RENÉ DESCARTES E O PRINCÍPIO DA INÉRCIA

René Descartes começou a formular uma nova concepção filosófica do universo, “destruindo” totalmente a antiga visão de mundo escolástica, e hoje é considerado o fundador da filosofia moderna (RONAN, 1987). Descartes era extremamente racionalista e acreditava que a origem da natureza estava relacionada com a perfeição divina, regida por leis matemática perfeitas (ROSSI, 2001).

O filósofo francês estabeleceu seus princípios em dois trabalhos, o *Discurso do método*, de 1637, e os *Princípios de Filosofia,* de 1644, nos quais, argumentava que não havia como pensar em um limite para a extensão do espaço, ou seja, o universo devia ser infinito. Rejeitou a existência do átomo, pois pensava que a matéria podia sempre ser dividia; rejeitou também a existência do vácuo, e considerava o espaço cheio de matéria da mesma espécie em movimento (RONAN, 1987). Acreditava que Deus sempre conserva a mesma quantidade de matéria e de movimento - primeira declaração da importante lei da conservação do momento.,

> Como o termo natureza não visto de modo algum a qualquer divindade ou qualquer tipo de poder imaginário, mas me sirvo desta palavra para indicar a própria matéria, enquanto dotada de todas as qualidades que lhe atribui, tomadas todas em seu conjunto, e sob condição de que Deus continua a conservá-la do mesmo modo que a criou. (Descartes *apud* ROSSI, 2001, p.203).

Para Descartes, pelo fato de Deus continuar a conservá-la, as inúmeras mudanças que ocorrem na natureza não podem ser atribuídas à ação de Deus, mas sim da própria natureza, intituladas então de *leis da natureza*.

Segundo o filósofo, a matéria se reduz á sua extensão e se identifica com ela. Entre a matéria e o espaço ocupado pela matéria, há como única diferença a mobilidade: isso no sentido de que um corpo material é uma forma do espaço que pode ser transportada de um lugar para outro sem perder a própria identidade (ROSSI, 2001):

> A própria extensão de comprimento, largura e profundidade, que constitui o espaço e constitui o corpo; e a diferença que há entre eles consiste a não ser o fato que nós atribuímos ao corpo uma extensão particular, que concebemos mudar de lugar junto com ele todas as vezes que ele é transportado (DESCARTES *apud* ROSSI, 2001, p.204).

Movimento não é um processo, mas um estado dos corpos, e fica no mesmo nível do ontológico do repouso e o fato de estar em repouso ou em movimento não provoca nos corpos qualquer mudança (ROSSI, 2001, p.202):

> Mas se em vez de ficarmos naquilo que não tem outro fundamento senão a utilização comum, nós desejamos saber o que é o movimento segundo a verdade, nós diremos, a fim de lhe atribuir uma natureza que seja determinada, que **é o transporte de uma parte da matéria, ou de um corpo, da vizinhança daqueles que o tocam imediatamente, e que nós consideramos como em repouso na vizinhança de outros**. Por um corpo, ou melhor, por uma parte da matéria eu quero dizer tudo o que é transportado junto ao que quer que seja talvez composto de várias partes que, no entanto, empregam sua agitação para fazer outros movimentos. E eu digo que ele [o movimento] é o transporte e não a força ou a ação que transporta a fim de mostrar que o movimento está sempre na coisa que se move, e não naquele que causa o movimento; pois me parece que não se tem o hábito de distinguir essas duas coisas com bastante cuidado. Além do mais, **eu compreendo que ele [o movimento] é uma propriedade do corpo que se move e não uma substância: assim como a figura é uma propriedade da coisa que é figurada e o repouso [é uma propriedade] da coisa que está em repouso** (DESCARTES *apud* GOMES, 2008, p.53, grifo do autor).

Para Descartes o movimento tinha duas causas distintas: a primeira era Deus, que criou a matéria com movimento e o repouso e que conserva todo o Universo. Já as causas secundárias eram expressas:

> [...] em virtude de que Deus não está absolutamente sujeito a mudanças e que ele age sempre da mesma forma, podemos chegar ao conhecimento de certas regras, que eu chamo de leis da natureza, e que são as causas segundas dos diversos movimentos que observamos em todos os corpos; o que as torna muito dignas de consideração aqui (DESCARTES *apud* GOMES, 2008, p. 55).

Desde o momento da Criação, a quantidade de movimento que existe no Universo se conserva, seguindo algumas leis criadas por Deus:

> [Primeira Lei:] que cada coisa em particular continua no mesmo estado tanto quanto lhe seja possível, e que jamais ela o modifica a não ser pela colisão com outras coisas. Assim, observamos cotidianamente que, quando alguma parte dessa matéria é quadrada, ela permanece sempre quadrada, se não sobrevém algo de outra parte que mude sua figura; e que, se está em repouso, ela não começa a se mover por si mesma. (...) De modo que, se um corpo tenha começado a mover-se, devemos concluir que continuará a

> mover-se em seguida, e que ele jamais interrompe seu movimento por si mesmo.
>
> [Segunda Lei:] que cada parte da matéria, em sua particularidade, não tende jamais a continuar a se mover segundo linhas curvas, mas segundo linhas retas, ainda que várias de suas partes sejam constantemente obrigadas a se desviar, porque elas encontram outras em seus caminhos e porque, tão logo um corpo se move, forma-se um círculo ou um anel de toda a matéria que é movida conjuntamente.
>
> [Terceira Lei:] que, se um corpo que se move encontra-se com um outro e possui menos força para continuar a se mover em linha reta do que esse último para resistir-lhe, então ele perde sua determinação sem nada perder de seu movimento; e que, se ele possui mais força do que o outro, ele move consigo esse outro corpo e perde tanto de seu movimento quanto ele atribui ao outro (DESCARTES *apud* BARRA, 2003, p. 306-307).

As duas primeiras leis juntas constituem a primeira declaração formal do que viria a ser a "lei da inércia", que Galileu chegara perto, mas ainda distante de Newton, pois não relacionava a força com a mudança de movimento (RONAN, 1987).

.

5. O PROBLEMA DE NEWTON

5.1. O *PRINCÍPIA* DE NEWTON

Ainda hoje se admite que Isaac Newton (1642-1727) *qui genus humanum ingenio superávit*, seja o portador do mais ilustre nome do elenco da ciência. Nascido em Woolsthorpe, Lincolnshire, no dia de Natal de 1642, o mesmo ano em que morreu Galileu, entrou para o Trinity College, Cambridge, em 1661, onde acompanhou as conferências matemática de Isaac Barrow. Em 1665 e no ano seguinte, foi obrigado a retornar para sua cidade natal devido à peste que grassava em Cambridge, e foi nesse período que passou a meditar sobre problemas planetários (CAPRA, 1982). “Pois naqueles dias (diz ele) eu estava na flor da idade para a invenção e me interessava pela Matemática e pela Filosofia mais do que em qualquer época a partir de então” (NEWTON, *apud* DAMPLER, 1986, p. 88).

Os três livros que constituem os *Principias Matemáticos de Filosofia Natural* são obras-primas; foram e são considerados alguns dos maiores livros científicos de todos os tempos. Seu impacto foi imenso, pois em um único volume com incrível precisão matemática, reescrevera toda a ciência dos corpos em movimento, completando o que os físicos do fim da Idade Média haviam começado e Galileu tentara trazer à realidade; suas três *leis do movimento* (CAPRA, 1982).

O *Principia,* é constituído por um sistema abrangente de definições, proposições e provas que foram consideradas por mais de duzentos anos como a descrição correta da natureza. Ao mesmo tempo em que contém uma exposição explícita do seu método experimental, apresenta também um procedimento sistemático no qual toda descrição matemática se baseava (DAMPLER, 1986).

> Tudo o que não é deduzido dos fenômenos será chamado de hipótese; e as hipóteses, sejam elas metafísicas ou físicas, sejam elas dotadas de qualidades ocultas ou mecânicas, não têm lugar na filosofia experimental. Nesta filosofia, proposições particulares são inferidas dos fenômenos e depois tornadas gerais por indução (NEWTON, *apud* CAPRA, 1982, p.9).

Analisando o cenário que predominava pouco antes de Newton, constatamos que duas tendências opostas orientavam a ciência; a primeira representada por Bacon, que tinha como base o método empírico; e a segunda por Descartes que seguia o método racional, dedutivo. Newton introduziu a combinação dos dois métodos, considerando que tanto o método experimental sem as interpretações matemáticas, quanto os princípios matemáticos sem as evidências experimentais, não seriam confiáveis para a elaboração de uma teoria (RONAN, 1987).

Da terceira lei de Kepler, Newton deduziu que as forças que mantêm os planetas em suas órbitas devem ser, aproximadamente inversamente proporcionais aos quadrados de suas distâncias em relação ao centro em torno do qual giram, comparando com a força necessária para manter a Lua em sua órbita com a da gravidade na superfície da Terra (CAPRA, 1982; ROSSI, 2001; DAMPLER, 1986).

Newton também resolveu um problema astronômico de dois mil anos, o do movimento dos planetas no espaço. Com uma grandiosa análise matemática, mostrou como a lei do inverso do quadrado resultava em um movimento em elipse e forçava os planetas a obedecer às leis que Kepler tinha deduzido das observações de Tycho (RONAN, 1987).

Os *Principia* de Newton estão divididos em três livros. No Livro I, o filósofo enuncia as três Leis da Mecânica; no Livro II, realiza um estudo dos movimentos nos meios materiais resistentes e os movimentos dos mesmos; já no Livro III, o filósofo apurou alguns dos resultados dos livros anteriores, para a formulação da Lei da Gravitação Universal:

> [...] examino sobretudo as coisas que se relacionam com a gravidade, a leveza, a força elástica, a resistência dos líquidos e forças similares, sejam elas de atração ou impulsivas; e assim, ofereço este trabalho como constituindo os princípios matemáticos da filosofia, pois toda a tarefa parece consistir nisto: investigar, a partir dos fenômenos dos movimentos, as forças da natureza, e a partir dessas forças, demonstrar os outros fenômenos; e é a esse objetivo que se dirigem as proposições gerais dos Livros I e II. No Livro III, forneço um exemplo disso na explicação do sistema do mundo, pois, pelas proposições matematicamente demonstradas nos dois livros anteriores, deduzo no terceiro, a partir dos fenômenos celestes, as forças de gravidade com que os corpos tendem para o Sol e para os diversos planetas. Em seguida, a partir dessas forças, mediante outras proposições que também são matemáticas, deduzo os movimentos dos planetas, dos cometas, da Lua e do mar (NEWTON, 1990, p. I).

5.1.1. Livro I

O Livro I inicia-se com oito definições em que Newton desenvolve um conjunto de considerações com o propósito de mais para frente caracterizar alguns conceitos. São elas:

5.1.1.1. Definições

DEFINIÇÃO I

"*A quantidade de matéria é a medida da mesma obtida conjuntamente a partir de sua densidade"* (NEWTON, 1687, p. 1, grifo do autor). Escrevendo na forma matemática as palavras acima, temos que:

$$m = \rho . V \qquad \text{Equação 7}$$

Sendo que:

m = Massa
ρ = Densidade
V = Volume

Aqui Newton define a quantidade de matéria como sendo o produto da densidade pelo volume. "A qual é conhecida através do peso de cada corpo, pois é proporcional ao peso, como encontrei em experimentos com pêndulos, realizados muito rigorosamente" (NEWTON, 1990, p. 1).

DEFINIÇÃO II

"*A quantidade de movimento é a medida do mesmo, obtida conjuntamente a partir da velocidade e da quantidade de matéria"* (NEWTON, 1990, p. 2, grifo do autor).

$$\vec{p} = m . \vec{v} \qquad \text{Equação 8}$$

Sendo que:

$\bar{p}$ = quantidade de movimento;
m = Quantidade de matéria;
$\bar{v}$ = Velocidade do corpo.

Ou seja, a quantidade de movimento é dada pela soma dos movimentos de todas as partes.

DEFINIÇÃO III

"A vis insista, *ou força inata da matéria, é um poder de resistir, através do qual todo o corpo, estando em um determinado estado, mantém esse estado, seja ele de repouso ou de movimento uniforme em linha treta*" (NEWTON, 1990, p. 2, grifo do autor). Segundo Newton um corpo só exerce uma força quando outra força é impressa sobre ele a fim de alterar sua condição, seja ela de impulso ou resistência (a resistência costuma ser atribuída aos corpos em repouso e o impulso, aos que estão em movimento); essa força é sempre proporcional ao corpo que ela pertence, e em nada difere da inatividade da massa, a não ser pela nossa maneira de concebê-la.

DEFINIÇÃO IV

"Uma força imprimida é uma ação exercida sobre um corpo a fim de alterar seu estado, seja de repouso, ou de movimento uniforme em linha reta" (NEWTON, 1990, p. 3 grifo do autor). Essa força consiste apenas na ação, tendo um caráter transitivo, e não permanece no corpo quando termina a ação. Tais forças podem ter diversas origens como a força centrípeta e a pressão. Segundo o autor as forças aplicadas sobre um corpo resultam de uma ação exterior sobre o mesmo, já as forças inatas caracterizam o próprio corpo. Pois o corpo conserva qualquer novo estado que adquira, por sua simples inércia. Mas as forças imprimidas têm origens diferentes, provindo da percussão, da pressão ou da força centrípeta.

DEFINIÇÃO V

"Uma força centrípeta é aquela pela qual os corpos são dirigidos ou impelidos, ou tendem de qualquer maneira, para um ponto como centro" (NEWTON, 1990, p. 3, grifo do autor).

Segundo o autor são forças desse tipo: Gravidade, pela qual os corpos tendem para o centro da Terra; e o Magnetismo, pelo qual o ferro tende para a magnetita. O mesmo pode ser dito com relação aos corpos que giram em suas órbitas sejam elas quaisquer. Todos tendem a se afastar dos centros de suas órbitas, se não fosse pela força contrária que os detém em suas órbitas, chamada de centrípeta, voariam para longe em linha reta com movimento uniforme.

Se não fosse pela força da gravidade, um projétil não se desviaria em direção á Terra, mas afastar-se-ia dela em linha reta, com movimento uniforme, se a resistência do ar fosse removida.

DEFINIÇÃO VI

"A quantidade absoluta de uma força centrípeta é a medida da mesma, proporcional à eficácia da causa que a propaga a partir do centro, através dos espaços ao seu redor" (NEWTON, 1990, p. 4, grifo do autor).

Como exemplo temos a força magnética que é maior em uma magnetita do que em outra, dependendo de seus tamanhos e intensidades.

DEFINIÇÃO VII

"*A quantidade acelerativa de uma força centrípeta é a medida da mesma, proporcional à velocidade que ela gera em um dado tempo"* (NEWTON, 1990, p. 5 grifo do autor). Como exemplo, temos a força da gravidade que é maior nos vales, e menor nos picos das montanhas, e ainda menor quando mais afastado estiver da Terra; porém, à mesma distância, é igual em todos os lugares.

DEFINIÇÃO VIII

"*A quantidade de uma força centrípeta é a medida da mesma, proporcional ao movimento que ela gera em um dado tempo"* (NEWTON, 1990, p. 5, grifo do autor). Em outras palavras, o peso é maior em um corpo maior e menor em um corpo menor, e em um mesmo corpo, é maior próximo à Terra e menor a distâncias maiores. Segundo Newton:

> [...] a quantidade de movimento provém da celeridade multiplicada pela quantidade de matéria, e a força motriz provém da força aceleradora multiplicada pela mesma quantidade de matéria. [...] Daí o fato de que, perto da superfície da Terra, onde a gravidade aceleradora ou força produtora da gravidade é a mesma em todos os corpos, a gravidade motriz, ou o peso, é proporcional ao corpo, mas, se subirmos para regiões mais altas, onde a gravidade aceleradora é menor, o peso seria igualmente diminuído, e será sempre igual ao produto do corpo pela gravidade aceleradora [...] (NEWTON, 1990, p.6).

Reescrevendo na forma matemática, temos que:

$$\vec{F} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m.\frac{d\vec{v}}{dt}$$ Equação 9

$$\vec{P} = m.\vec{v}$$ Equação 10

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$ Equação 11

$$\overline{P} = m.\overline{g}$$ Equação 12

5.1.1.2. Escólio

No escólio do Livro I, Newton frisa as diferenças quem existem entre o caráter absoluto e relativo, real e aparente, matemático e comum das grandezas *espaço, tempo, lugar e movimento*. Pois para o filósofo, um leigo não concebe essas quantidades sob outras noções exceto a partir de relações que elas guardam com os objetos perceptíveis.

O universo newtoniano se desenvolveu, em um palco onde todos os fenômenos aconteciam no espaço tridimensional da geometria euclidiana clássica. O espaço absoluto era uma espécie de recipiente vazio que não apresentava dependência com os fenômenos físicos que nele ocorriam (CAPRA, 1982).

> O **espaço absoluto**, em sua própria natureza, sem relação com qualquer coisa externa, permanece sempre similar e imóvel. **Espaço relativo** é alguma dimensão ou medida móvel dos espaços absolutos, a qual nossos sentidos determinam por sua posição com relação aos corpos, e é comumente tomado por espaço imóvel; assim é a dimensão de um espaço subterrâneo, aéreo ou celeste, determinando pela sua posição com relação à Terra. **Espaços absoluto e relativo são os mesmos em configuração e magnitude, mas não permanecem sempre numericamente iguais**. Pois, por exemplo, se a Terra se move, um espaço de nossa ar, o qual relativamente à Terra permanece sempre o mesmo, em um dado tempo será uma parte do espaço absoluto pela qual passa o ar, em um outro tempo será outra parte do mesmo, e assim, entendido de maneira absoluta, será continuamente mudado (NEWTON, 1990, p.7, grifo nosso).

Todas as mudanças que ocorriam no mundo físico eram descritas em função do tempo absoluto, que não apresenta ligação alguma com o mundo material, e que fluía de maneira uniforme do passado para o futuro, através do presente (CAPRA, 1982).

> O **tempo absoluto**, verdadeiro e matemático, por si mesmo e da sua própria natureza, flui uniformemente sem relação com qualquer coisa externa e é também chamado de duração; o **tempo relativo,** aparentemente e comum é alguma medida de duração perceptível e externa (seja ela uniforme ou não) que é obtida através do movimento e que é normalmente usada no ligar do tempo verdadeiro, tal como uma hora, um doa, um, mês, um ano. (NEWTON, 1990, p.7, grifo nosso).

A definição e o entendimento de espaço absoluto é extremamente importante, para uma compreensão das leis do movimento. Segundo Newton:

> **Lugar é uma parte do espaço que um corpo ocupa, e de acordo com o espaço, é ou absoluto ou reativo**. Refiro-me a uma parte do espaço, não à situação, nem a superfície externa do corpo. Pois os lugares de sólidos iguais são sempre iguais, mas suas superfícies, em função de suas formas diferentes, são frequentemente desiguais. **As posições propriamente não tem quantidade, e nem são os próprios lugares, mas antes propriedades dos lugares.** O movimento do todo é o mesmo que a soma dos movimentos das partes; isto é, a translação do todo, de seu lugar, é a mesma que a somadas translações das partes fora de seus lugares; e, portanto, o lugar do todo é o mesmo que a soma dos lugares das partes, e por essa razão, é interna e está em todo o corpo (NEWTON, 1990, p.7, grifo nosso).

A respeito do movimento, Newton discute e distingue as causas e efeitos dos movimentos verdadeiros:

> **Movimento absoluto é a translação de um corpo de um lugar absoluto para outro; e movimento relativo, a translação de um lugar relativo para outro.**
>
> **[...] É uma propriedade do repouso que os corpos realmente em repouso repousem uns com relação aos outros**. E, portanto, é possível que nas regiões remotas das estrelas fixas, ou talvez muito além delas, possa haver algum corpo em repouso absoluto; mas como é impossível saber, a partir das posições dos corpos uns com relação aos outros nas nossas regiões, se qualquer deles mantém a mesma posição com relação àquele corpo remoto, conclui-se que repouso absoluto não pode ser determinado a partir da posição dos corpos nas nossas regiões. É uma propriedade do movimento que as partes, as quais guardam posições dadas com relação a seus todos, realmente compartilham dos movimentos desses todos.
>
> [...] Uma propriedade similar à precedente é que se um lugar é movido, seja o que for colocado ali dentro move-se junto com ele; e, portanto, um corpo que é movido a partir de um lugar em movimento, compartilha também do movimento do seu lugar [...] (NEWTON, 1990, p.8-10, grifo nosso).

Sobre as causas dos movimentos verdadeiros, Newton afirma que:

> As causas pelas quais movimentos verdadeiros e relativos são diferenciados um do outro são as forças imprimidas sobre os corpos para gerar movimento**. O movimento verdadeiro não é nem gerado nem alterado, a não ser por alguma força imprimida sobre o corpo movido; mas o movimento relativo pode ser gerado ou alterado sem qualquer força imprimida sobre o corpo**. Pois é suficiente apenas exercer alguma força sobre os outros corpos com os quais os primeiro é comparado, sendo que pelo fato de eles saírem de seu lugar, essa relação, a qual consistia em repouso ou movimento relativo desse outro corpo, pode ser modificada. Novamente, movimento verdadeiro sofre sempre alguma modificação a partir de qualquer força exercida sobre o corpo em movimento; mas movimento relativo não necessariamente sofre qualquer modificação por tais forças. Pois se as mesmas forças são da mesma forma exercidas sobre aqueles outros corpos, com os quais a comparação é feita, tal que sua posição relativa possa ser preservada, então essa condição que consistia em movimento relativo será preservada [...] (NEWTON, 1990, p.11, grifo nosso).

Sobre os efeitos das causas citadas, Newton escreve que:

> Os efeitos que distinguem movimento absoluto de relativo são as forças que agem no sentido de provocar um afastamento a partir do eixo do movimento

> circular. Pois não há tais forças em um movimento circular puramente relativo; mas em um movimento circular verdadeiro e absoluto elas são maiores ou menores, dependendo da quantidade do movimento (NEWTON, 1990, p.11).

5.1.1.3. Axiomas ou Leis do Movimento

Segundo a mecânica de Newton, todos os fenômenos físicos estão reduzidos ao movimento de partículas materiais, que são causados pela atração mútua, ou seja, pela gravidade. O efeito dessa força sobre as partículas é descrita matematicamente pelas equações do movimento, que são á base da mecânica clássica. Acreditava-se que essas leis explicavam todas as mudanças observadas no mundo físico.

As Leis do Movimento ou mais conhecidas como Leis de Newton, estão descritas no livro I do Principia I.

LEI I

"Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele" (NEWTON, 1990, p. 15, grifo do autor). Mais conhecida como a Lei da Inércia nada mais é que a Definição III mas diferente de Descartes sempre considerou que a perseverança dos estados inerciais depende da natureza intrínseca da matéria que, além de não poder mudar por si só seu próprio estado, conserva-o através da força inerte nela.

LEI II

"A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida" (NEWTON, 1990, p. 16, grifo do autor). A segunda lei está implícita no enunciado da Definição VIII, em que diz que se qualquer força gera um movimento, uma força dupla vai gerar um movimento duplo, uma força tripla, um movimento triplo, e assim por diante, seja aquela força imprimida completa e imediatamente, ou gradual e sucessivamente. A esse movimento orientado no sentido da força geradora-, caso o corpo se mova antes, é adicionado ou subtraído do primeiro movimento,

dependendo se eles cooperam na mesma direção ou se são diretamente contraídos um ao outro ou obliquamente combinados, quando oblíquos, de modo a produzir um novo movimento composto a partir da determinação de ambos.

LEI III

"*A toda ação há sempre oposta um reação igual, ou, as ações, mútuas de dois corpos em sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas"* (NEWTON, 1990, p. 16, grifo do autor). Em outras palavras também conhecida como Lei da Ação e Reação.

> [...] Se um corpo choca-se com outro, e pela sua força muda o movimento desse, aquele corpo também (por causa da igualdade da pressão mútua) sofrerá uma mudança igual no seu próprio movimento, em direção à parte contrária. As mudanças feitas por essas ações são iguais não nas velocidades mas nos movimento dos corpos, quer dizer, se os corpos não são obstruídos por quaisquer outros impedimentos. Pois, porque os movimentos são igualmente, alterados, as mudanças de velocidades feitas em direções a partes contrárias são inversamente proporcionais aos corpos (NEWTON, 1990, p.16).

5.1.2. Livro II

No Livro II, Newton realiza um estudo sobre os movimentos nos meios de materiais resistentes e os movimentos dos mesmos. Para o nosso trabalho vamos nos deter ao movimento e a resistência dos corpos pendulares que diz que:

> PROPOSIÇÃO XXIV. TEOREMA XIX
>
> *"As quantidades de matéria nos corpos pendulares, cujos centros de oscilação estão igualmente distantes do centro de suspensão, estão numa razão composta da razão dos pesos e da razão quadrada dos tempos de oscilação no vácuo"* (NEWTON, 2008, p. 85, grifo do autor).

Segundo Newton, a velocidade que uma força pode gerar em uma matéria em um dado tempo é diretamente com a força e o tempo, e inversamente como a matéria.

Ou seja, quanto maior é a força ou tempo, ou menor a matéria, maior será a velocidade gerada; o que nada mais é que uma manifestação da Segunda Lei do Movimento. E explorando um pouco mais esse teorema, podemos identificar alguns comportamentos contidos seguintes nos Corolários.

Corolário I – Se os tempos são iguais, as quantidades de matéria em cada um dos corpos são como os pesos.

Corolário II – Se os pesos são iguais, as quantidades de matéria são como os quadrados dos tempos.

Corolário III – Se as quantidades de matéria são iguais, os pesos serão inversamente como os quadrados dos tempos.

Corolário IV – Sendo os quadrados dos tempos, o restante permanecendo igual, como os comprimentos dos pêndulos, se os tempos e as quantidades de matéria forem iguais, os pesos serão como os comprimentos dos pêndulos.
Corolário V – E, em geral, a quantidade de matéria em um corpo pendular é diretamente como o peso e o quadrado do tempo, e inversamente como o comprimento do pêndulo.

Corolário VI – Mas, num meio sem resistência, a quantidade de matéria de um corpo pendular é diretamente proporcional ao seu peso comparativo e o quadrado do tempo, e inversamente como o comprimento do pêndulo. Pois o peso comparativo é uma força motriz do corpo em qualquer meio pesado, [...] faz em tal meio sem resistência o mesmo que faz o peso absoluto no vácuo.

Corolário VII – E daqui surge um método de comparar corpos um com o outro em relação à quantidade de matéria em cada um; e de comparar os pesos do mesmo corpo em diferente lugares e assim conhecer a variação da gravidade. E através de experiências realizadas com a maior precisão, sempre descobri que a quantidade de matéria nos corpos é proporcional aos seus pesos (Newton, 2008, p.86).

Assim se os pêndulos tem o mesmo comprimento, as forças motrizes nos lugares igualmente distantes da perpendicular são como os pesos, em outras palavras, as quantidades de matéria são diretamente como as forças e os tempos de oscilações, e inversamente como as velocidades. Mas as velocidades são inversamente como os tempos, e, portanto, os tempos são diretamente e as velocidades inversamente como os quadrados dos tempos, isto é, como o peso e os quadrados dos tempos (NEWTON, 2008, p.89).

5.1.3. Livro III

No livro III, Newton propôs o poderoso conceito da atração universal, segundo o qual cada corpo do universo atrai todos os outros, mantendo assim, todo o universo sob uma lei básica, estabelecendo que não houvesse mais um conjunto de leis que rege o comportamento dos corpos celestes e outro que governa os terrestres, mas sim, que a física era universal (RONAN, 1987).

5.1.3.1. Regras de Raciocínio em Filosofia

Newton escreve sobre as quatro regras que acredita que regem o universo:

REGRA I

"Não devemos admitir mais causas para as coisas naturais do que as que são verdadeiras e suficientes para explicar suas aparências" (NEWTON, 2008, p. 185, grifo do autor). Segundo Newton a natureza não faz nada em vão, pois a natureza é simples e não se manifesta por causas supérfluas.

REGRAII

"*Portanto, aos mesmos efeitos naturais temos de atribuir as mesmas causas, tanto quanto possível"* (NEWTON, 2008, p. 185, grifo do autor). Ou seja, a mesma causa deve ser dada a uma pedra que cai aqui no Brasil e outra no Japão.

REGRA III

“As qualidades dos corpos que não admitem intensificação nem diminuição de graus, e que pertencem a todos os corpos dentro do alcance de nossas experiências, devem ser consideradas como qualidades universais de todos os corpos de qualquer tipo” (NEWTON, 2008, p. 186, grifo do autor). As qualidades dos corpos só são conhecidas por nós por meio das experiências. Devemos então considerar como universais todas aquelas que concordam universalmente com as experiências, e as que não são capazes de diminuição não podem nunca ser completamente removidas.

REGRA IV

“Na filosofia experimental devemos considerar as proposições inferidas pela indução geral a partir dos fenômenos como precisamente ou muito aproximadamente verdadeiras, apesar de quaisquer hipóteses contrárias que possam se imaginadas, até o momento em que outros fenômenos ocorram pelos quais elas possam ou ser tornadas mais precisas, ou fiquem sujeitas a exceções” (NEWTON, 2008, p. 187, grifo do autor). O argumento da indução nunca pode ser iludido por hipóteses.

6. O PROBLEMA DO POÇO

6.1. A QUASE NOÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA EM GALILEU

Como já mencionado no item 2.2.1.1, Dante Alighieri em seu livro a *Divina Comédia*, fez a primeira referência a um problema que mais tarde Galileu chamou de “o problema do poço”.

No livro, Dante e Virgílio, descem ao inferno através de um túnel, onde está Lúcifer, cujo umbigo coincide com o centro da Terra (in Neves, 1998, p.76).

> “73 Ao ventre hirsuto o mestre, lestamente,
> prendeu-se, e pelos fios foi descendo
> entre o grão corpo e a cava aberta rente.
>
> “76 À altura já da coxa nos sustendo,
> onde esta no quadril faz inserção,
> Virgílio, exausto, e como que tremendo,
>
> “79 mudou, num giro inteiro, a posição,
> pondo onde estava o pé a face alçada,
> como a subir, do inferno à direção
> (...)
>
> “88 Estendi para trás o olhar tremente,
> Lúcifer crendo ver como deixado,
> mas enxerguei-o posto inversamente.
> (...)
>
> “103 Aonde o gelo? E Dite se invertendo,
> por que razão? Por que, tão brevemente,
> vai o sol de manhã aparecendo?
>
> “106 “Imaginas”, tornou-se, “certamente,
> na parte estar na qual eu deslizei
> pelo grão verme lá do centro assente;
>
> “109 de fato estavas, quando escorreguei,
> mas passaste comigo o ponto dado
> para onde os pesos vão, mal eu girei.
>
> “110 Ao hemisfério foste trasladado
> oposto ao que da seca recobre,
> sob o ápice em que foi sacrificado
>
> “115 o justo que viveu sem mancha, e pobre:
> mantemo-nos, assim, sobre uma esfera,
> que é reversa à Judeca, e inteira a cobre.

> “118 Aqui é dia, lá a noite espera:
> Dite, que há pouco a escada nos cedeu,
> mostra-se aí embaixo tal qual era.
>
> 121 Quando, punido, desabou do céu,
> a terra que secava ali, outrora,
> adentrou, de pavor, do mar o véu,
>
> “124 e foi sair no outro hemisfério fora;
> fez lá o poço, e aqui, então, formado,
> o monte alçou, que vamos ver agora.”
> (...)
>
> “136 Íamos, eu atrás, ele adiante,
> quando, por uma fresta, as coisas belas
> nos sorriam, do espaço deslumbrante:
>
> “139 E ao brilho caminhamos das estrelas.”
> (Alighieri, 1991, *apud* Neves, 1998).

Mais tarde, Galileu apresenta o problema como citado abaixo:

> “SIMP. No movimento em direção ao centro das coisas graves, isto é, ao centro do universo e da Terra, onde, não impedidas, [aquelas] se conduziriam.
>
> “SALV. Tal que, quando o globo terrestre fosse perfurado por um poço que passasse pelo centro deste, uma bola de artilharia deixada cair através deste, movida pelo princípio natural e intrínseco, se conduziria ao centro; e todo este movimento ela faria espontaneamente e por princípio intrínseco: não é assim?
>
> “SIMP. Assim acredito eu.
>
> “SALV. Mas chegada ao centro, acreditarás que ela passará além [do centro], ou, ao contrário, cessará aí seu movimento?
>
> “SIMP. Acredito que ela continuaria a mover-se por um longuíssimo espaço.” (Galilei, 1933, *apud* Neves, 1998, p.77 - 78).

Na obra de Dante, ele se refere à viagem feita pelos os protagonistas. Na passagem pelo Inferno, Dante e Virgílio passam por um túnel que teria surgido como resultado da queda de Lúcifer do céu; e o centro da Terra estaria localizado abaixo do quadril do mesmo. Para saírem do Inferno eles passam por tal ponto e então o que era uma descida se torna uma subida e eles saem do outro lado do planeta.

Galileu faz menção ao problema do poço que atravessa a Terra e um corpo que cai através dele e apresenta sua solução, embora ainda não haja o conceito de conservação da energia mecânica como o conhecemos hoje.

$$E_m = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$ Equação 13

A noção de conservação de energia que Galileu tinha, seguia os seguintes pressupostos:

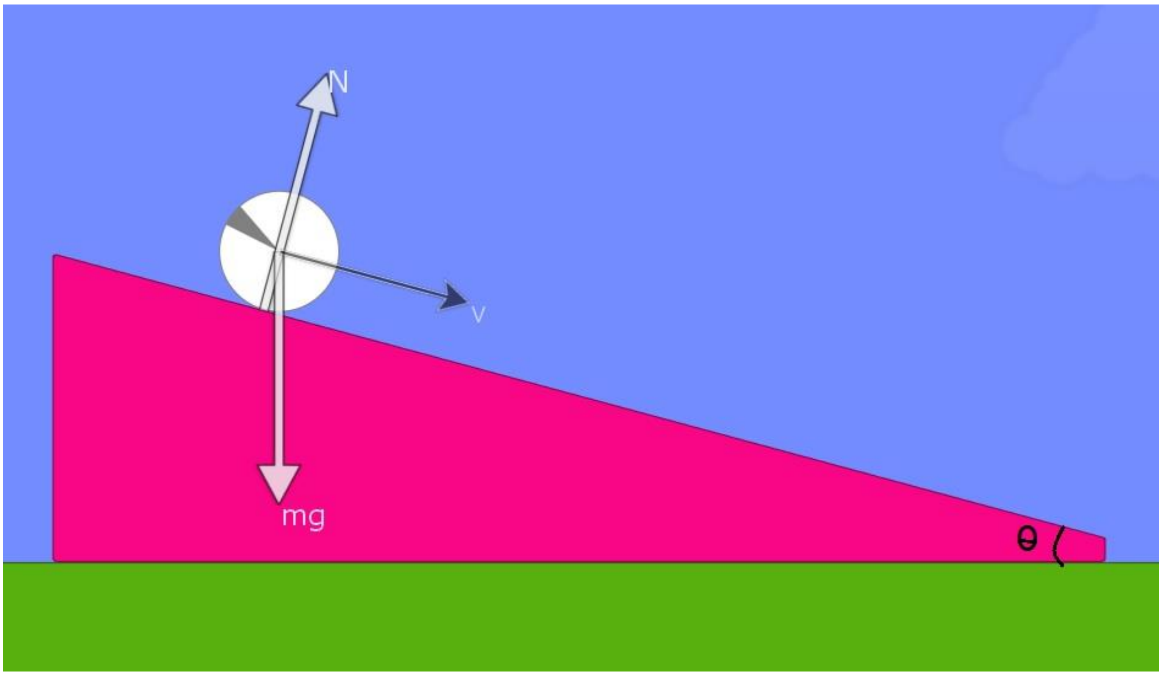


Figura 15 – Plano Inclinado

$$S = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(g.\text{sen}\theta)t^2$$ (1)

$$\text{sen}\theta = \frac{h}{S}$$ (2)

$$S = \frac{h}{\text{sen}\theta}$$ (3)

Igualando (3) e (1) temos que:

$$\frac{h}{sen\theta} = \frac{1}{2}(g.sen\theta)t^2 \qquad (4)$$

Galileu havia já chegado também à equação da velocidade do movimento uniformemente variado:

$$v = a.t$$

$$v = (g.sen\theta)t$$

$$t = \frac{v}{g.sen\theta} \qquad (5)$$

Substituindo (5) em (4) temos que:

$$\frac{h}{sen\theta} = \frac{1}{2}(g.sen\theta).\left(\frac{v^2}{g^2.sen^2\theta}\right)$$

$$gh = \frac{v^2}{2} \qquad \text{Equação 14}$$

A Equação 14 representa a noção de conservação de energia conhecida por Galileu, ou seja, para ele ainda faltava à noção de quantidade de matéria que mais tarde foi convencionada por Newton.

6.2. ANÁLISE MATEMÁTICA DO PROBLEMA DO POÇO

O problema do poço citado acima, elaborada por Dante e mais tarde estudado por Galileu, será utilizado para a seguinte análise**:**

Ao soltarmos um corpo em uma extremidade do túnel, já não podemos considerar que toda a massa da Terra está concentrada no centro dela, uma vez que conforme ela cai, parte da massa estará acima dela e parte estará abaixo. Portanto, a equação de força gravitacional

$$F = \frac{G.M.m}{R^2}$$ Equação 15

Sendo que:

R ≥ ao raio da Terra.

não é mais válida, pois ao nos aproximarmos do centro da Terra, teríamos uma força infinita, de tal forma que o corpo pararia ali. Tal situação não ocorre, como podemos ver através da relação abaixo:

Considerando a equação de densidade, temos:

$$\rho = \frac{M}{V}$$ Equação 16

Sendo que:

M = Massa da Terra;
V = Volume da Terra;

Sabemos também que o volume de uma esfera é dado por:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$ Equação 17

Sendo que:

r : distância até o centro da Terra

Se isolarmos a massa da Equação 16, e substituirmos o volume na Equação 17, teremos o seguinte:

$$\mathrm{M} = \rho.\ \frac{4}{3}\pi \mathrm{r}^{\mathbf{3}}$$ Equação 18

Agora substituindo a Equação 18, na Equação 15, concluiremos que:

$$F = \frac{G.m}{r^2}.\frac{4}{3}\rho\pi r^3$$

Simplificando:

$$F = \frac{4}{3}\pi\ G\ m\ \rho\ r$$ Equação 19

Temos que a força gravitacional que atua nos corpos quando os mesmos se aproximam do centro da Terra não depende inversamente do raio ao quadrado, mas sim, como mostramos matematicamente, depende linearmente da distância do corpo ao centro da Terra (raio), como mostra as Equações 19 e 20.

$$\mathrm{F} = \propto \mathrm{r}$$ Equação 20

$$\mathrm{F} = \mathrm{K.r}$$ Equação 21

Sendo K uma constante de proporcionalidade qualquer.

E para distâncias maiores que o raio da Terra, continua a valer a Equação 15.

6.2.1. Analogia com o sistema massa-mola

Outra maneira alternativa de explicar o problema abordado é considerando um sistema massa-mola. O corpo que seria solto numa extremidade do poço estaria, nessa nova situação, preso a uma mola dentro do túnel, conforme as Figuras 16, 17 e 18 abaixo, cuja posição de equilíbrio da mola estaria no centro da Terra.

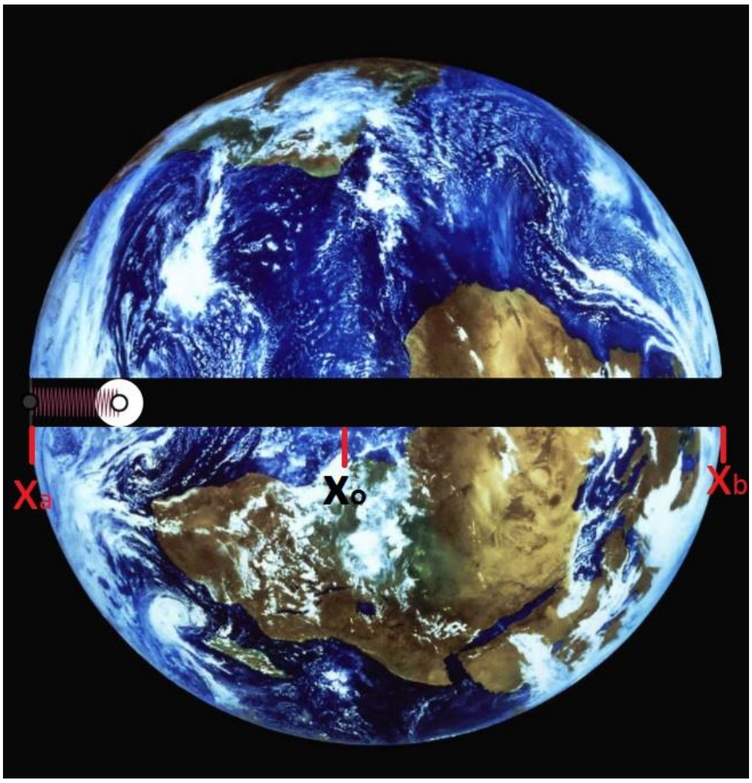


Figura 16 - Sistema massa-mola 1

(Mola comprimida)

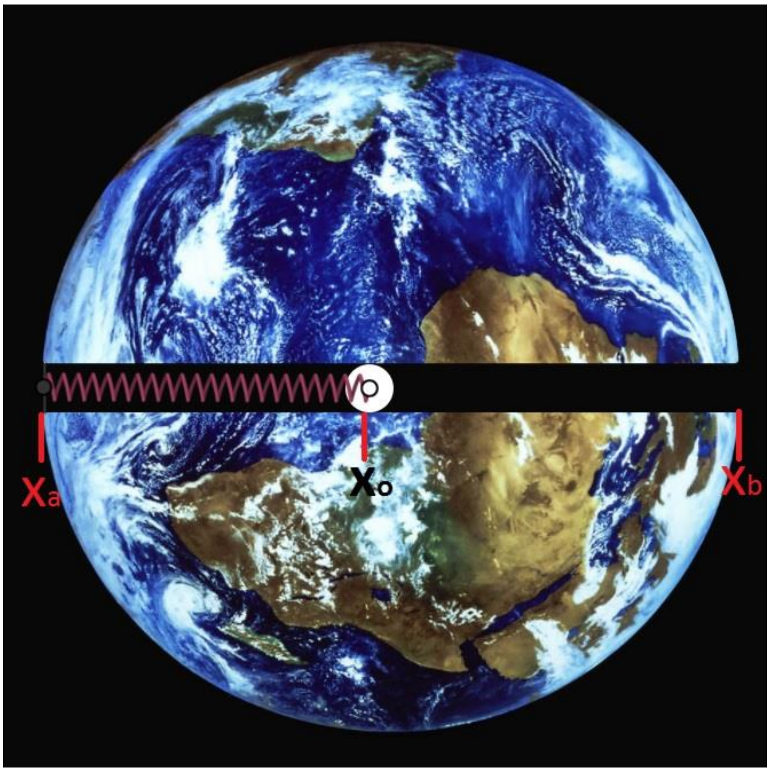


Figura 17 - Sistema massa-mola 2

(Estado inicial)

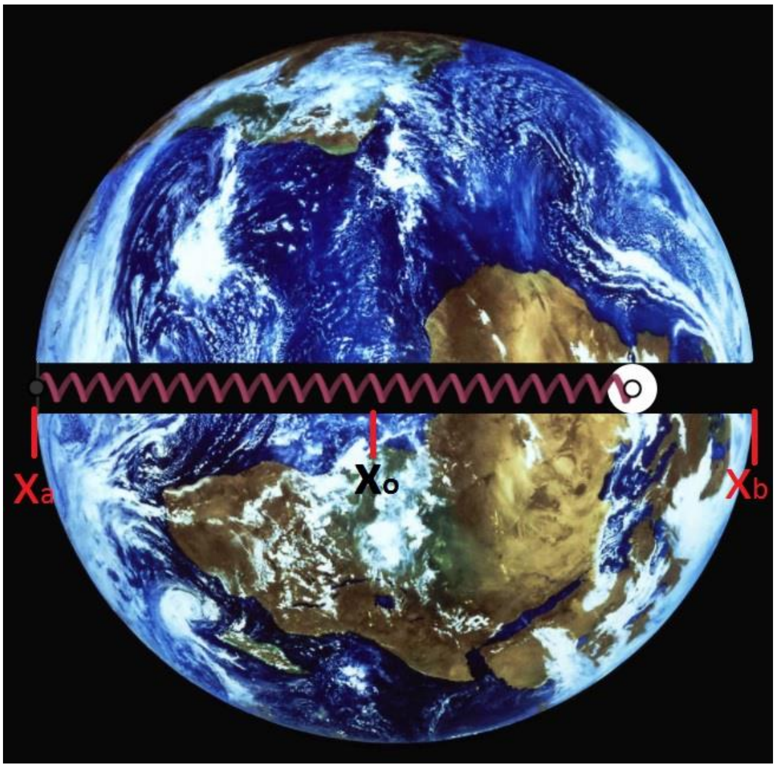


Figura 18 - Sistema massa-mola 3

(Mola alongada)

A força elástica, como sabemos, é responsável pelo movimento harmônico simples (MHS) que o corpo de massa m teria caso puxássemos até uma posição x_b. Esta força é dada por:

$$F = -K\,x \qquad \text{Equação 22}$$

Comparando com a Equação 19, vemos que essas forças dependem da distância:

$$|K| = \frac{4}{3}\,\pi\,G\,m\,\rho \qquad \text{Equação 23}$$

Dessa forma, x equivaleria à r. Assim podemos inferir que a força gravitacional que faria o corpo cair é similar à força elástica, que, igualmente ao caso do sistema massa-mola, o corpo solto no poço infinito desprezando a resistência do ar também realizaria um movimento harmônico simples (MHS), ou seja, cairia acelerado até o centro da Terra, atingindo velocidade máxima nesse ponto, depois continuaria a cair, mas dessa vez desacelerado, até parar na outra extremidade, onde voltaria a repetir o movimento.

Poderíamos calcular o período usando a equação de período do MHS:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad \text{Equação 24}$$

Se substituirmos K, conforme a Equação 23, teremos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\ G\ m\ \rho}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 3m}{4\pi G m\rho}}$$

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} \qquad \text{Equação 25}$$

Sendo que:

$G = 6{,}71 \times 10^{-11}$ N.m²/ Kg.s² (constante gravitacional da Terra).

$\rho = 5500$ Kg/m³ (densidade da Terra).

Esta equação representa o período para que o corpo chegue novamente ao ponto em que foi solto. Como podemos, ver esse período, além de independer da massa do corpo, também é uma constante. Substituindo os valores, temos que:

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{6{,}71\mathrm{x}10^{-11}.\,5500}} \cong 5053{,}5\mathrm{s} \approx 84{,}23 \text{ min} \approx 1\mathrm{h} \text{ e } 24\mathrm{min}$$

Isso significa que, se soltássemos um corpo na extremidade desse poço, desprezando o atrito com o ar, poderíamos revê-lo depois de apenas 1 hora e 24 minutos.

Com essa mesma analogia, podemos calcular a velocidade com que o corpo passaria pelo centro da Terra, usando o conceito de conservação de energia mecânica.

Soltar o corpo de um extremo do poço seria como comprimir uma mola imaginária até a posição em que x = R, o raio da Terra. Como a posição de equilíbrio da mola é o centro da Terra, toda a energia elástica da mola de transformaria em energia cinética quando o corpo passasse pelo centro:

$$\frac{1}{2}\mathrm{Kx}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad \text{Equação 26}$$

Substituindo K, conforme a Equação 23, e x = R, temos que:

R = 6.400.000 m (raio da Terra)

$$\frac{4}{3}\pi\mathrm{Gm}\rho\mathrm{R}^2 = \mathrm{v}^2$$

$$v^2 = \frac{4}{3}\pi G\rho R^2$$

$$v = \left(\sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}\right)R$$ Equação 27

Substituindo os valores:

$$v = \left(\sqrt{\frac{4}{3}\pi.6{,}71x10^{-11}.5500}\right)6400000 \cong 8000m/s$$

Desprezando a resistência do ar, temos que a velocidade que a massa passaria pelo centro da Terra seria de 8000m/s = 28.800Km/h, uma velocidade consideravelmente alta.

7. CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS DOS ALUNOS

7.1. QUESTIONÁRIO

Para análise das concepções alternativas dos alunos em Mecânica, vamos nos basear no levantamento realizado por NEVES e SAVI em 2000. A pesquisa foi realizada sob a forma de um questionário aberto com a seguinte questão:

> Imagine um poço que perfure toda a Terra, como nas três situações ilustradas abaixo *[(a) poço "vertical"; (b) poço "inclinado"; (c) poço "horizontal"].* Despreze a resistência do ar e os efeitos de temperatura no interior da Terra. Suponha que as paredes do poço sejam perfeitamente lisas e polidas. Segundo sua opinião, o que aconteceria a uma pedra que fosse abandonada na abertura de cada um dos poços em cada uma das três situações? Justifique sua resposta (NEVES; SAVI, 2000, p.13, grifo do autor).

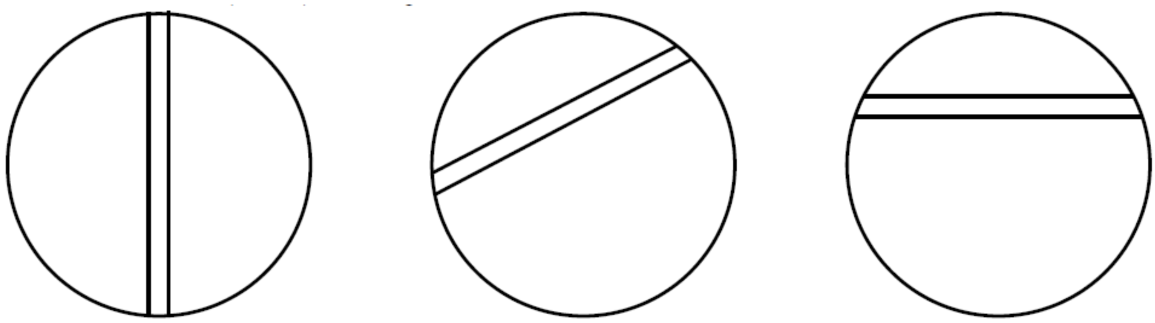


Figura 19 - Poços perfurados na Terra

A pergunta foi feita a 130 estudantes da graduação dos cursos de Engenharias e Matemática que cursavam a disciplina de Laboratório de Física I, Mecânica e Termodinâmica, e para 17 estudantes de Mestrado que cursavam a disciplina de Mecânica Clássica, no primeiro dia de aula, para que as respostas não apresentassem algum indício de concepções do tipo galileana que são aprendidas durante as aulas padrões.

O objetivo foi confrontar os resultados obtidos nos dois universos, os dos alunos da graduação com os da pós-graduação, a respeito do sucesso ou não do ensino tradicional para a apreensão do "paradigma" galileano-newtoniano.

As respostas foram classificadas como: *alternativo,* para as concepções espontâneas; *galileano-newtoniano,* para concepções que apresentavam princípios de independência dos movimentos, força, pressão, inércia dentre outros; e *ambíguas*, para as respostas que não permitiram uma classificação precisa.

7.2. RESULTADOS

Os resultados obtidos para a questão citada foram:

Esquema de respostas	Percentual de respostas entre alunos da graduação	Percentual de respostas entre alunos da pós-graduação
Galileano-newtoniano	3,36	35,30
Alternativo	75,63	58,82
Ambíguo	21,01	5,88

Tabela 1 - Poço Vertical

Esquema de respostas	Percentual de respostas entre alunos da graduação	Percentual de respostas entre alunos da pós-graduação
Galileano-newtoniano	4,20	35,30
Alternativo	73,95	58,82
Ambíguo	21,85	5,88

Tabela 2 - Poço Inclinado

Esquema de respostas	Percentual de respostas entre alunos da graduação	Percentual de respostas entre alunos da pós-graduação
Galileano-newtoniano	3,39	35,30
Alternativo	73,73	58,82
Ambíguo	22,88	5,88

Tabela 3 - Poço Horizontal

As respostas galileano-newtoniano caracterizaram o movimento da pedra no poço como sendo a de um oscilador harmônico simples. Como alternativas, foram caracterizadas todas aquelas que não se inseriram nesse esquema, por exemplo: “para no centro”, “atravessa o poço e orbita ao redor da Terra”, “não chega até o centro”, dentre outras.

A resposta alternativa mais citada foi a de que a pedra fica presa no centro da Terra, pois segundo eles, a gravidade é dirigida para o centro onde é mais intensa; essa resposta foi invocada por mais de 50% dos alunos tanto da graduação, quanto da pós-graduação. E o mais surpreendente ao analisar os dados que foram obtidos nessa pesquisa é que cerca de 24% dos estudantes de graduação, responderam que a pedra quando abandonada em um poço horizontal não rola.

7.3. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esses tipos de padrões de respostas observados muito se assemelham às inúmeras pesquisas que são realizadas sobre as concepções alternativas dos alunos em Física. Com base nesses dados podemos fazer algumas análises.

Cerca de 70% dos estudantes da graduação tiveram suas respostas enquadradas como *alternativas*, ou seja, mesmo após cursarem no mínimo três anos de Ensino Superior suas concepções alternativas continuaram intocadas. Temos então uma evidência, que já é muito conhecida, de que o ensino tradicional com seus métodos memorizativos e matematizáveis, em que a história da ciência é excluída e a experimentação não faz parte do mesmo, chegou à falência.

Comparando as concepções apresentadas pelos alunos da graduação e os da pós-graduação, verifica-se que os alunos da pós-graduação apresentaram respostas do tipo galileano-newtonianos cerca de dez vezes a mais que os da graduação. Porém, considerando que os alunos do Mestrado são formados em cursos de graduação em Física, apresentaram um alto índice de esquemas alternativos, bem mais do que os esperados. Verifica-se então, que o ensino superior vem seguindo os mesmos passos do ensino médio, tem sido baseado na memorização, matematização, resolução de exercícios padrões, e em nenhum momento proporcionando situações de conflito cognitivo e epistemológico.

8. A HISTÓRIA DA CIÊNCIA NO ENSINO DE FÍSICA

As mudanças conceituais no ensino de Ciências estão sendo discutidas cada vez mais, tanto no cenário nacional quanto internacional a mais ou menos 40 anos. Quando foi publicado um dos primeiros artigos sobre os conceitos alternativos dos estudantes em 1975, a concepção predominante sobre o ensino era a tradicional em que o professor assume um papel de transmissor do conhecimento e o aluno o de apenas receptor considerando-o uma tabula rasa, em que os erros são atribuídos somente aos estudantes (CARVALHO, 1992; NEVES, 1992).

Ao analisar as características dos alunos no cenário geral das escolas, onde as aulas são ministradas sobre as coisas do mundo, sem reflexão alguma ou compreensão do mesmo, encontramos educandos indignados com a memorização, matematização excessiva, com a falta de embasamento, liberdade de expressão e consequentemente, totalmente desmotivados.

O sistema educacional tradicional está centrado na formação de meros repetidores de uma ciência que descreve uma cultura amorfa, que está preocupada "com discursos alienantes de formação de pouquíssimos "centros de excelência" do que com nossos "guetos deformativos" da ciência e da cultura" (NEVES, SAVI, 2000, p.19).

O distanciamento das fontes originais do conhecimento tem construído, através da assimilação passiva de seus conhecimentos, um universo de repetições mecânicas e compreensões aparentes, em que os educandos não tem dimensão daquilo que não conhecem. Devido a essa transmissão de conhecimento de uma ciência sem essência "estamos criando homens incapazes de gerar ideias, e de abstração" (NEVES, 1992, p.216).

Acredita-se que a utilização de forma adequada da história da ciência possibilite aos alunos tornarem-se agentes ativos e conscientes da verdadeira natureza da ciência, pois permite compreender o processo social e progressivo da construção do conhecimento (MARTINS, 2007; MATTHEWS, 1995). Além disso, deve-se salientar a importância dos mesmos em compreenderem que a ciência muda ao longo do tempo, que o conhecimento é provisório, que é construído por seres humanos que erram, e que tentam aperfeiçoar cada vez mais esse conhecimento, sem possuir garantias de poder chegar a algo definitivo (MARTINS, 2007).

Refletindo sobre a forma de organização do sistema escolar, a maneira como a ciência à é ensinada nos dias de hoje, os problemas enfrentados pelos docentes em geral, buscamos frisar por meio desse trabalho a importância de um ensino de revele os diferentes aspectos da história da ciência, trazendo uma discussão histórica sobre a construção do conceito de energia mecânica de Galileu a Newton, por meio de reconstrução dos experimentos históricos supostamente realizados por Galileu com o auxilio do software Algodoo.

9. PROBLEMAS VIRTUAIS

9.1. ABORDAGEM DO PROGRAMA ALGODOO

O programa de representações gráficas Algodoo by Alogryx versão 2.1.0, é um software que permite realizar simulações em duas dimensões, criando um ambiente interativo, onde se cria experimentos na forma de desenho animado lúdico, fazendo uso da física para exemplificar os fenômenos do nosso mundo e consequentemente incentivando os alunos a desenvolverem a própria criatividade.

O software apresenta uma interface dinâmica e atrativa, dispõe de ferramentas que permitem trabalhar com a construção de corpos rígidos, fluidos, engrenagens, molas, dobradiças, motores, raios de luz, lentes e óptica, o que pode ser de grande utilidade para o desenvolvimento das aulas para os docentes dessa área.

Nele é possível alterar a força gravitacional, a restituição dos corpos, o atrito, índice de refração, densidade, as camadas de colisão, controle da aceleração, a destruição e as chaves do espelho, textura (o que permite colocar uma imagem do objeto), cor, distância, cor e velocidade da luz de um laser, velocidade, força, limite de ruptura, impulso, direção e controle de uma dobradiça/motor, forças constantes, fator de amortecimento, e inúmeros outros recursos que proporcionam aos seus usuários obterem resultados diferentes.

Ele tem sido utilizado em escolas de primeiro mundo e é disponível gratuitamente para download, no site: <http://www.algodoo.com/download>.

9.2. SIMULAÇÕES:

Desde o início da década de 80, pesquisadores da área de educação têm se voltado à questão de introduzir ou não as novas tecnologias em sala de aula. Sabemos que os meios por si só, são ineficientes, quando usados como o objeto principal no processo educativo. Porém, quando colocadas a serviço dos objetivos, adequados às necessidades do projeto político-pedagógico, podem ser de grande valia (REZENDE, 2002).

Acreditamos que um dos principais objetivos do ensino seja formar pessoas críticas, criativas, com condições de interagir com o mundo que esta a sua volta. Baseado nas dificuldades dos alunos em compreenderem a construção dos conceitos, temos como proposta a utilização da História da Ciência como instrumento de aprendizagem, casado com a utilização do software Algodoo, para a simulação, construção e manipulação dos experimentos históricos como proposta de auxílio no ensino de alguns conteúdos.

9.2.1. Queda livre

Para simular a experiência supostamente realizada por Galileu que demonstra a teoria de que corpos com massas diferentes caem ao mesmo tempo no vácuo montamos o seguinte modelagem computacional no programa Algodoo.

1º passo: Desenhamos três bolas, duas bolas A e B com o mesmo volume, mas densidades diferentes e uma terceira bola C com um volume bem maior que as outras duas, como mostra a Figura 20, abaixo:

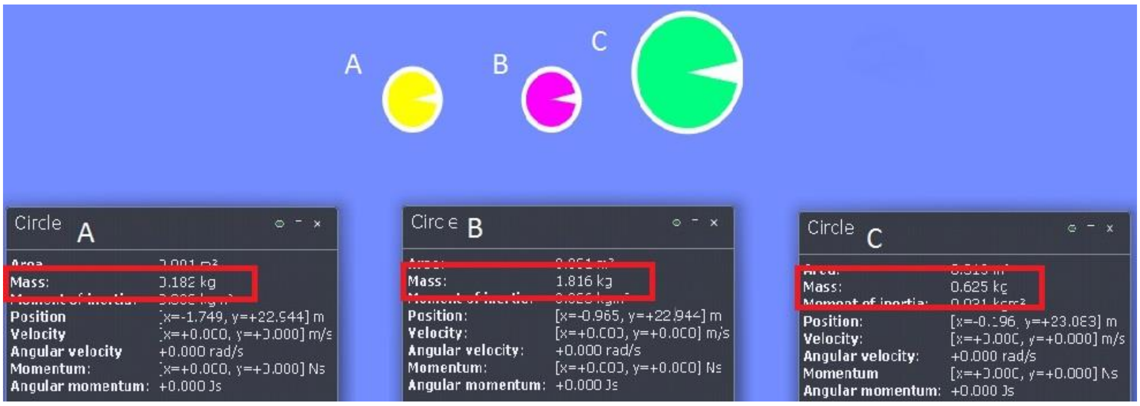


Figura 20 - Queda dos corpos 1

(Corpos de massas diferentes)

2º passo: Após suspender as bolas no ar, ativamos a opção dos vetores para ficar mais claro o que acontece com cada variável durante a queda. A Figura 20 traz as forças atuando nos corpos antes de serem soltos.

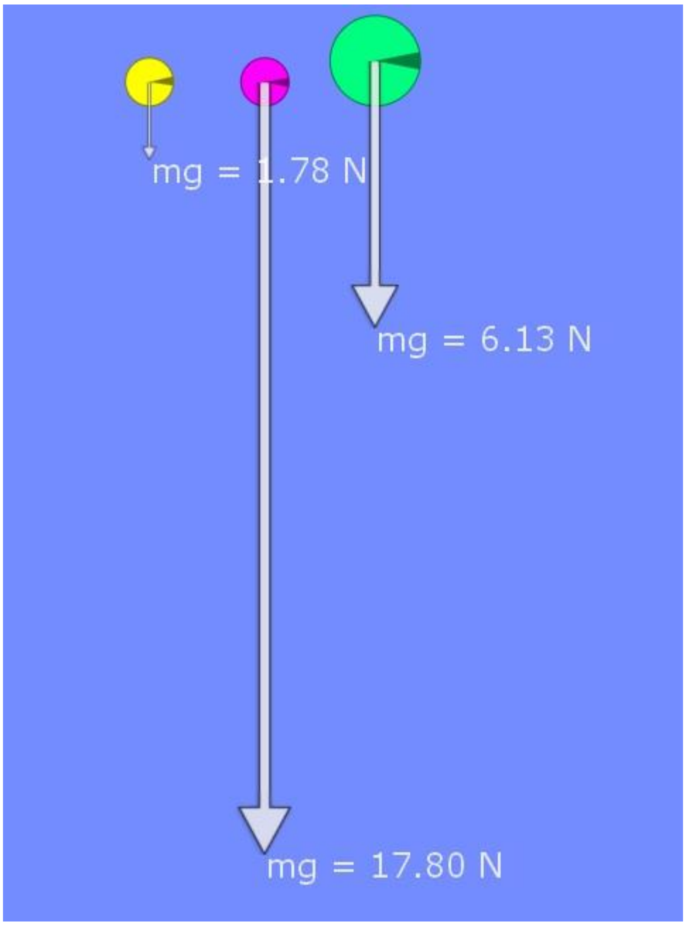


Figura 21 – Queda dos corpos 2

(Corpos prestes a cair com a resistência do ar)

A primeira simulação será realizada com a resistência do ar, assim como a experiência realizada por Galileu.

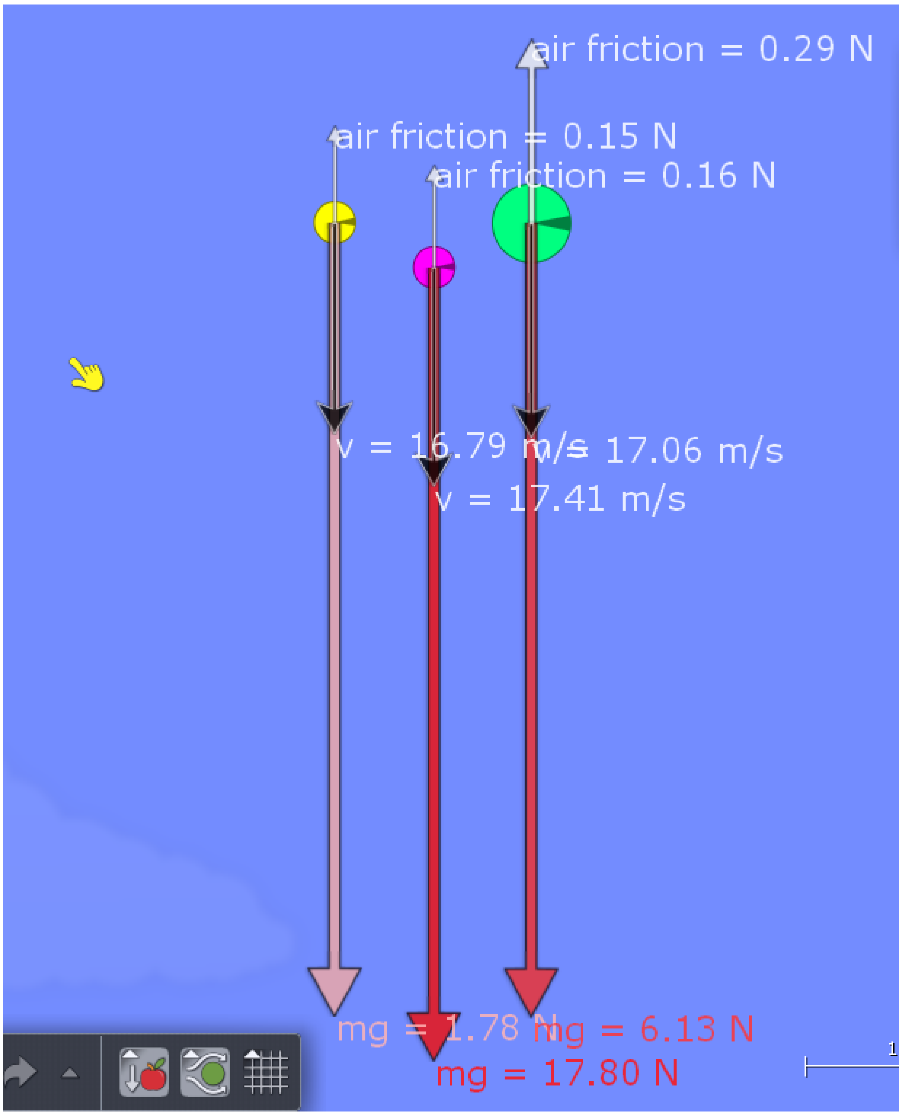


Figura 22 – Queda livre 3

(Com a resistência do ar)

A Figura 22 apresenta os três corpos em queda livre com a resistência do ar, cada corpo com seu vetor de força peso, velocidade e da resistência do ar num certo instante. Aqui, vemos claramente que a resistência do ar interfere sim na velocidade da queda dos corpos como escrito por Galileu, conforme ilustra a Figura 23.

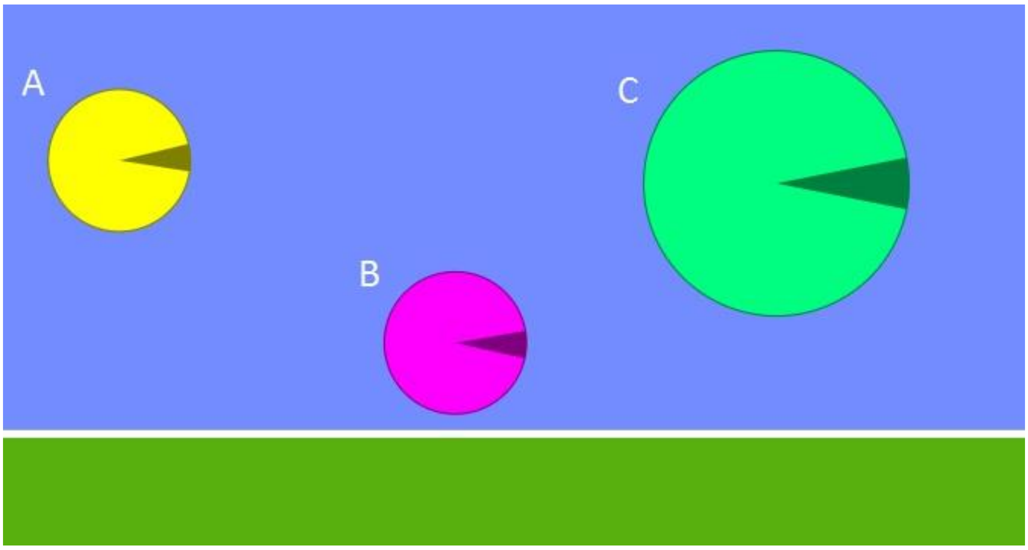


Figura 23 – Queda livre 4

(Corpo B é o primeiro a atingir o solo)

3º Passo: Reproduzindo o que foi realizado alguns anos após a morte de Galileu comprovando que no vácuo, corpos de diferentes massas caem sim com a mesma velocidade.

Na segunda simulação, a resistência do ar foi desligada (vácuo) os corpos utilizados foram os mesmo da primeira situação, como mostra a Figura 24.

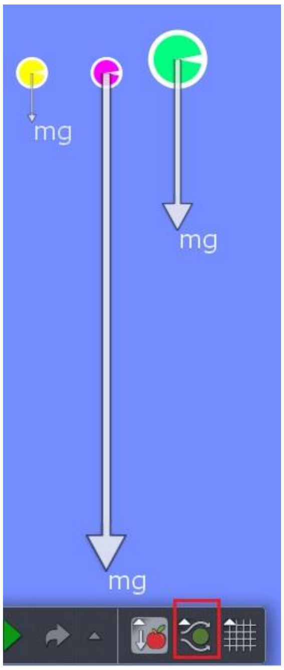


Figura 24 – Queda livre 5

(Sem a resistência do ar)

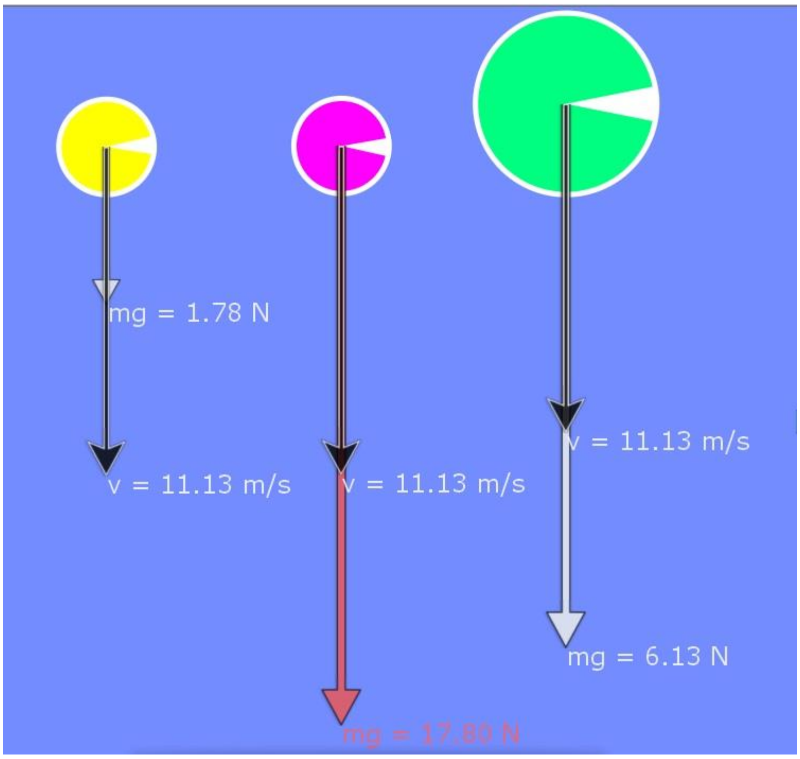


Figura 25 – Queda livre 6

(Sem a resistência doar)

A Figura 25 apresenta os corpos em queda livre no vácuo (sem a resistência do ar), e podemos ver que independente de seus volumes e densidades diferentes, os três corpos estão caindo com a mesma velocidade. E como já esperado chegam ao mesmo tempo ao solo, como ilustra a Figura 26.

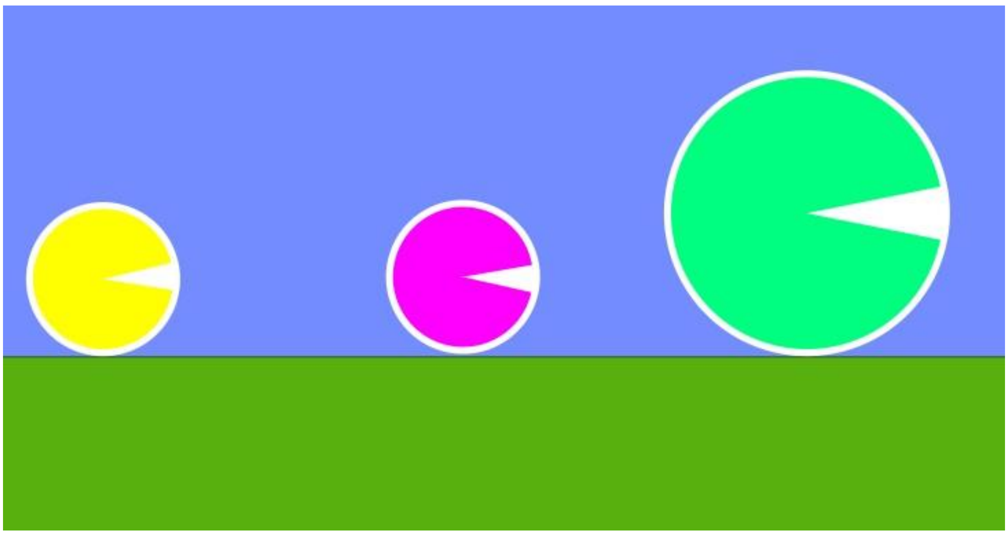


Figura 26 – Queda livre 6

Com essa modelagem, os alunos poderão testar todas suas hipóteses, variar as massas da maneira que desejarem, os volumes, a altura de queda, aumentar ou diminuir a resistência do ar; e por meio dos vetores, analisarem a influência de cada variável durante a queda livre.

9.2.2. Plano inclinado

Baseado na descrição sobre o suposto experimento do plano inclinado realizado por Galileu, descrito no item 3. Montamos a seguinte modelagem:

1º Passo: Desenhamos um triângulo retângulo, para representar o plano inclinado, como mostra a Figura 27:

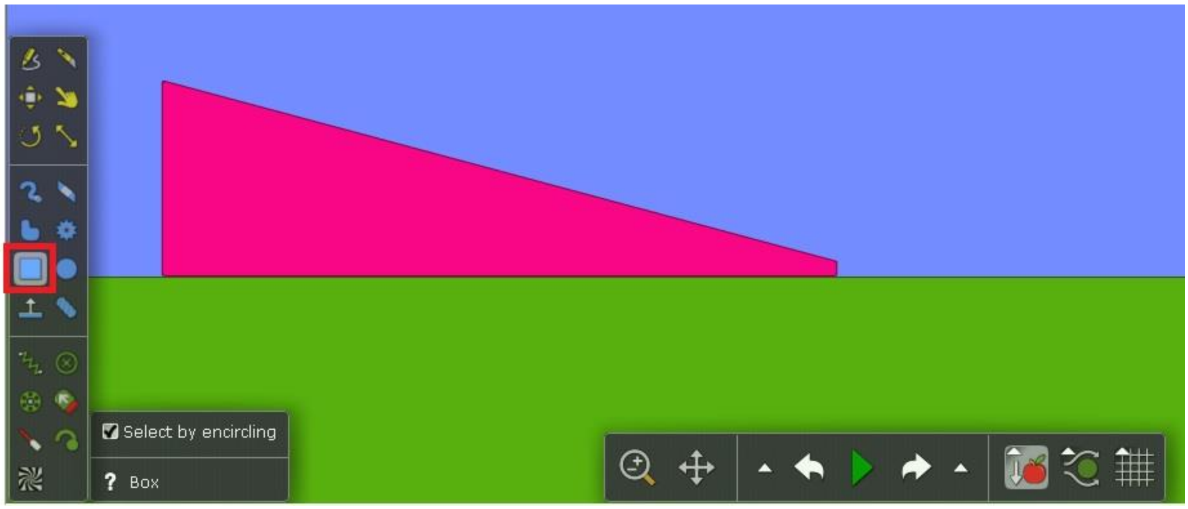


Figura 27 - Plano inclinado 1

2º Passo: Posteriormente, desenhamos um círculo sobre o plano inclinado, ligamos as opções dos vetores, selecionando a força peso, a força normal e o vetor velocidade como mostram a Figura 28, para que quando em movimento, possamos verificar o aumento da velocidade da bola.

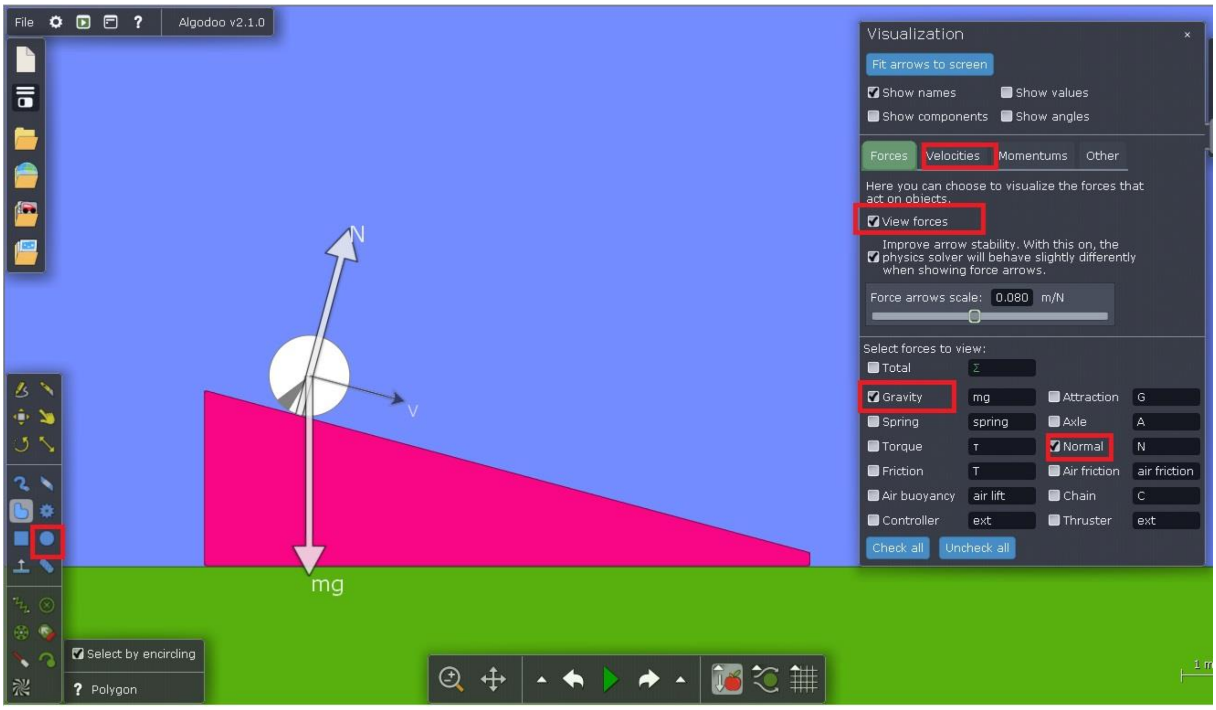


Figura 28 - Plano inclinado 2

Aqui os alunos podem aumentar ou diminuir o ângulo de inclinação, alterar a intensidade da resistência, tanto do ar, quanto da superfície, mudar as características do corpo que está sobre o plano inclinado, e verificar o comportamento do corpo ao descer o plano inclinado para cada situação que ele propor.

Para comprovar a conservação da energia mecânica, montamos a seguinte modelagem computacional:

1º Passo: Ligamos dois planos inclinados por um arco, para simular uma rampa, como mostra a Figura 29.

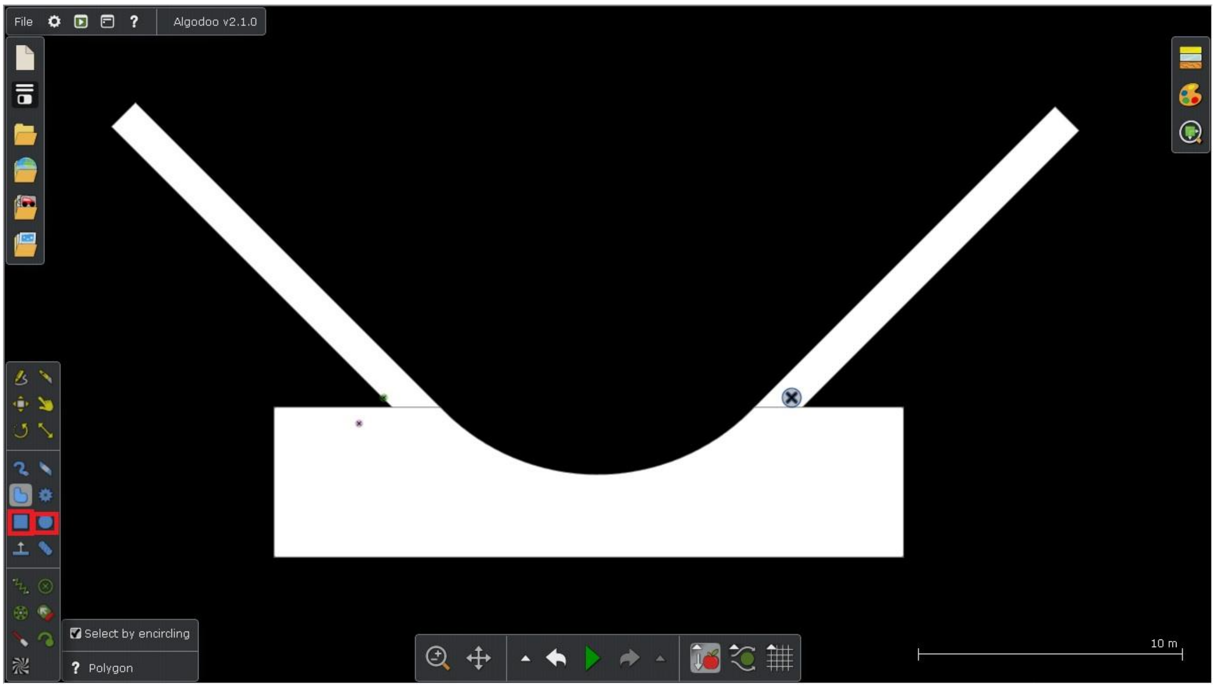


Figura 29 – Plano inclinado 3

2º Passo: Desenhamos uma circunferência sobre o arco, e assim como no plano inclinado simples, acionamos a opção dos vetores e do vetor velocidade como mostra a Figura 30. Nessa simulação podemos verificar a conservação da energia mecânica.

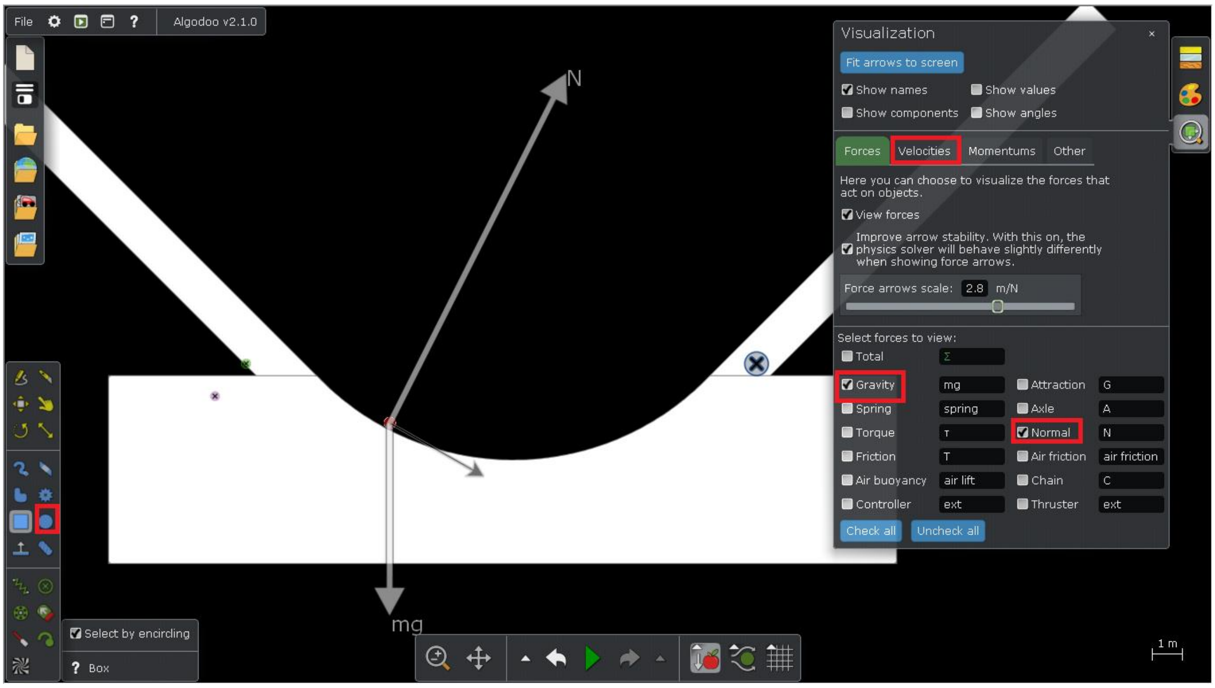


Figura 30 - Plano inclinado 4

Assim como no plano inclinado simples, todas as características citadas podem ser alteradas aqui, a fim de verificar o comportamento das forças e do vetor velocidade para cada situação proposta.

9.2.3. Pêndulo

No livro *Duas Novas Ciências* como citado no item 3, Galileu entra na discussão do pêndulo simples para chegar na conservação de energia. Para a modelagem desse experimento:

1º Passo: Fixamos uma base na forma de retângulo para servir de apoio. Nela fixamos uma corda que por sua vez segura um círculo Figura 31. Aqui temos o pêndulo com sua estrutura pronta.

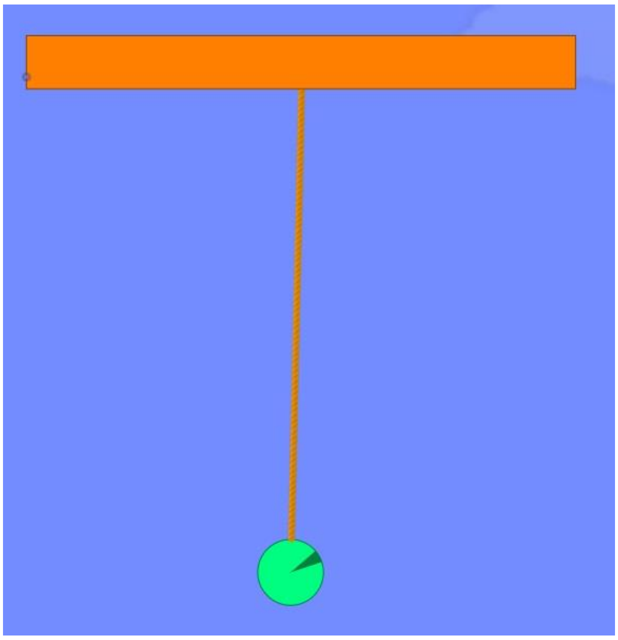


Figura 31 - Pêndulo simples

(Parte estrutural)

2º Passo: Ativamos o vetor da força peso e da velocidade, para que quando posto em movimento possamos fazer algumas análises.

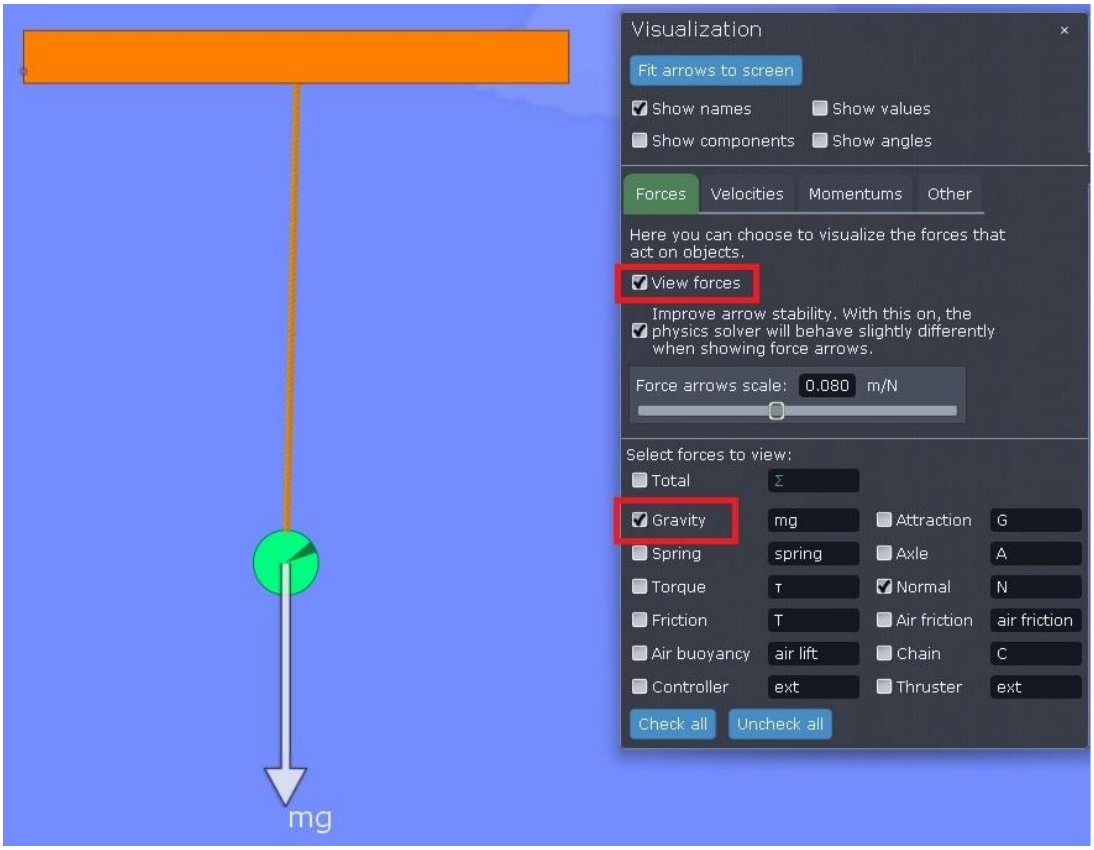


Figura 32 – Pêndulo simples 2

(Parte vetorial)

Na Figura 33 temos o pêndulo já em movimento, aqui podemos verificar a conservação da energia mecânica, pois quando solto de certa altura ele retorna no mesmo ponto.

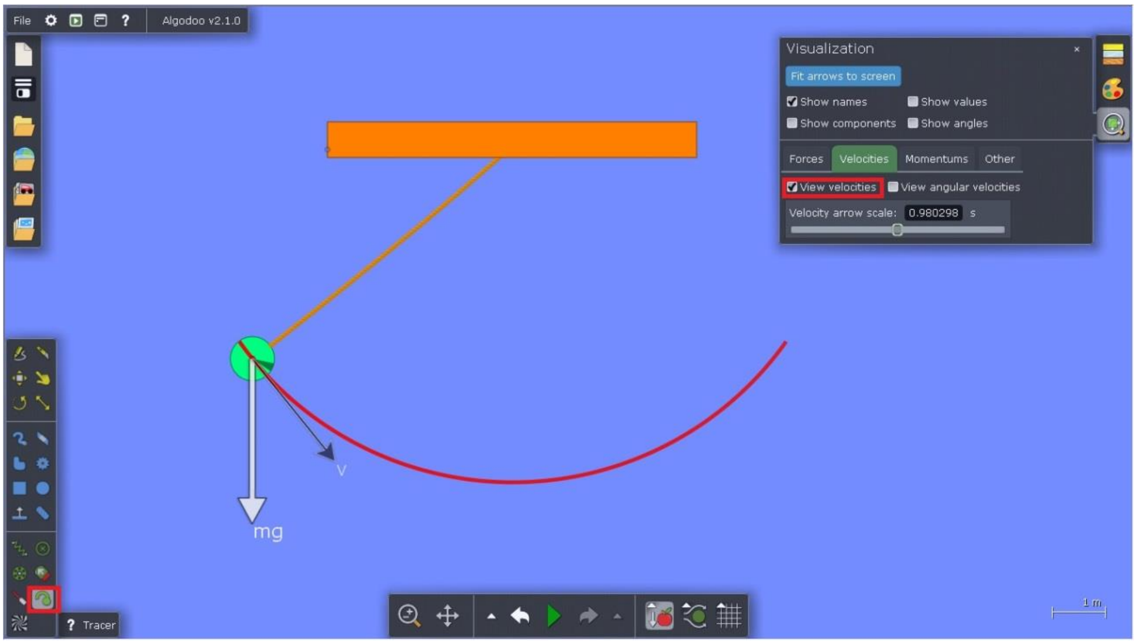


Figura 33 - Pêndulo simples 3

Essa modelagem permite que a densidade do corpo suspenso seja alterada, o comprimento do fio e o valor da resistência do ar, para verificar a influência de cada variável durante o movimento.

Com a mesma estrutura, apenas adicionando um obstáculo ao pêndulo, verificamos a descrição feita por Galileu em seu livro *Duas Novas Ciências*, quando discute a experiência de um pêndulo interrompido por um prego.

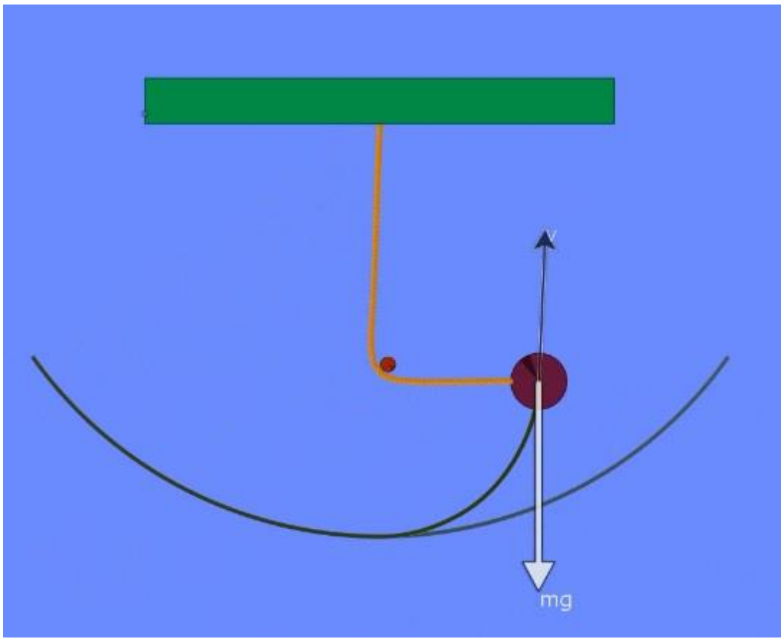


Figura 34 - Pêndulo interrompido por um prego

Inserimos como fundo da simulação a figura original de Galileu do pêndulo interrompido por um prego, para que ficasse mais fácil visualizar.

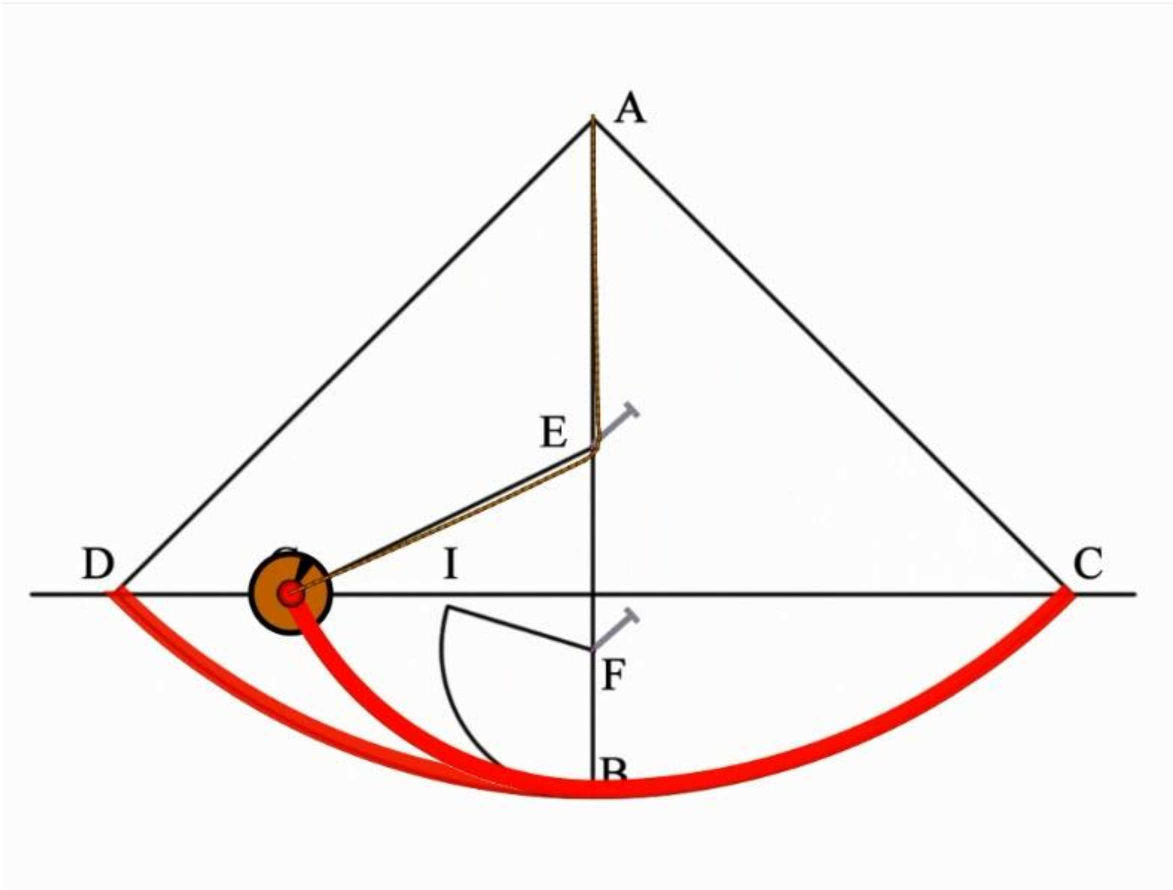


Figura 35 – Pêndulo interrompido por um prego 2

Para concluir a discussão sobre os experimentos de Galileu, montamos o esquema da Figura 36, onde inserimos o pêndulo sobre as rampas.

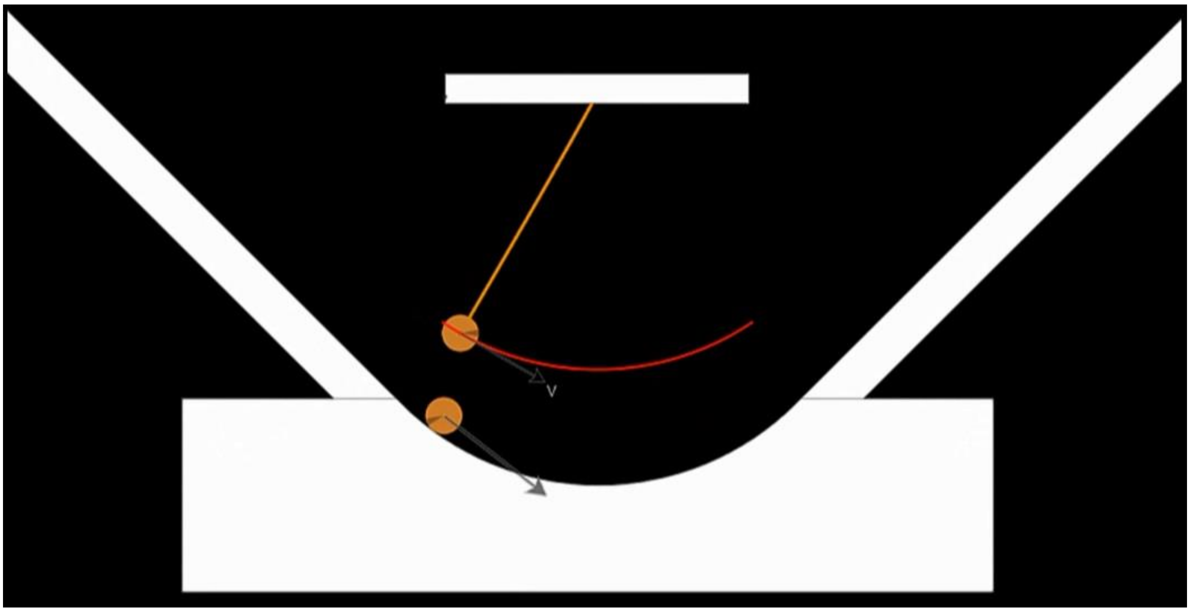


Figura 36 - Pêndulo e Plano inclinado

9.2.4. Poço na Terra

Para representar o problema acima citado, montamos um esquema computacional no programa Algodoo em que podemos observar o problema de maneira mais dinâmica.

1º passo: Desenhamos uma circunferência e retiramos um retângulo do meio dela, para que ficasse como um poço na Terra;

2º passo: Fixamos essas duas partes da circunferência e entre elas desenhamos outra pequena para que seja o corpo que vai viajar pelo poço da Terra;

3º passo: Selecionamos as duas metades e ativamos e força gravitacional das mesmas e desligamos atrito, como mostra Figura 37.

Figura 37 – Poço na Terra 1

(Parte estrutural)

4º passo: Por questões de estética aplicaremos como fundo da circunferência uma imagem da Terra, como mostra a Figura 38.

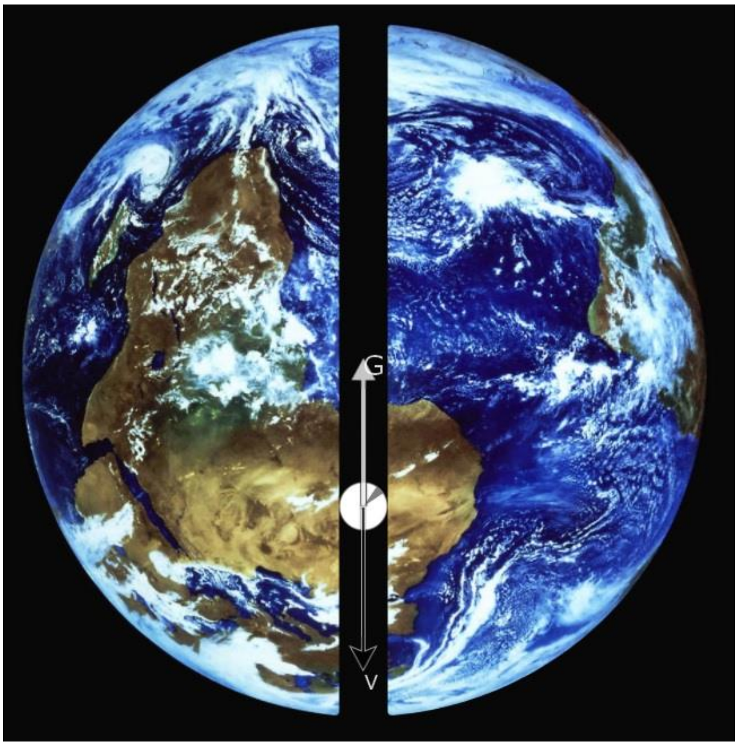


Figura 38 – Poço na Terra 2

5º passo: Após isso a simulação já está pronta, ativamos os vetores no corpo de massa de menor para que durante seu movimento observemos sua velocidade e como a força gravitacional atua sobre ele.

As simulações podem ser feitas sem a resistência do ar ou com a resistência sendo que seu valor pode ser alterado conforme desejar, demostrando claramente os efeitos já descritos acima.

9.2.5. Analogia com o sistema massa-mola

No item 6.2.1 realizamos uma análise alternativa para o problema do poço, e para modelagem do mesmo, utilizamos a mesma estrutura do item 9.2.4, mas adicionamos uma mola presa a um círculo para representar o movimento de um sistema massa-mola como mostra a Figura 39.

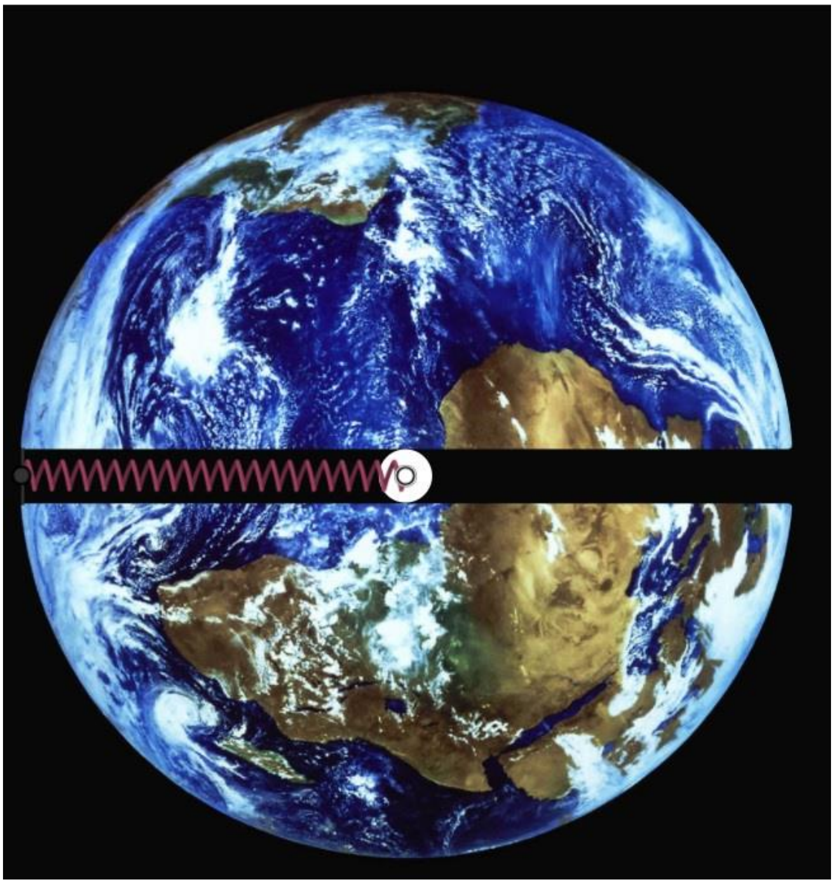


Figura 39 - Sistema massa-mola

Aqui o movimento de oscilação pode variar de acordo com o valor atribuído à constante elástica da mola, e a resistência do ar.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar a realidade escolar, nos deparamos com o ensino de um saber fragmentado, onde as ciências são ensinadas de forma totalmente esquematizadas, repletas de equações padronizadas; tendo como consequência, meros repetidores de uma ciência pouco fundamentada, incapazes de refletir sobre a rigidez e veracidade do lhe esta sendo transmitido.

> "A sociedade moderna é 'copernicana', mas não porque a doutrina de Copérnico haja sido posta em causa, submetida a um debate democrático e então aprovada por maioria simples; é 'copernicana' porque os cientistas são copernicanos e porque lhes aceitamos a cosmologia tão arcaicamente quanto, no passado, se aceitou a cosmologia de bispos e cardeais." (FEYERABEND, 1985, p.456).

Com os avanços tecnológicos, os computadores passaram a fazer parte do dia a dia dos jovens e adultos. Acreditamos que a utilização da história da ciência casada com a utilização das novas tecnologias evidenciando seus aspectos epistemológicos, são extremamente importantes para a formação de uma cultura científica, podendo ser poderosas ferramentas didáticas para o ensino de ciências. No caso do software Algodoo acreditamos que, se utilizado de maneira adequada, com práticas pedagógicas condizentes, é uma grande ferramenta para o ensino de física nas salas de aula, pois utilizando-o, os alunos possuem total liberdade para testar suas ideias, criar coisas novas, reconstruir experimentos realizados no passado e identificar as variáveis envolvidas em cada sistema físico, de maneira descontraída e estimulante.

A proposta do nosso trabalho foi mostrar a importância de um ensino que revele os diferentes aspectos da ciência e as dificuldades na construção dos conceitos científicos, por meio da história da ciência e da utilização como material de apoio do software Algodoo, para a simulação de alguns experimentos históricos, proporcionado ao aluno total liberdade para testar suas hipóteses e incentivar sua curiosidade.

REFERÊNCIAS

ALIGHIERI, D. **A divina comédia,** Tradução, introdução e notas de PINHEIRO. São Paulo, versão eBook, 2003.

ARAÚJO, M. S. T. ABIB, M. L. V. S. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física,** v.25, n.2, p.176-194, Jun. 2003.

BARRA, E. S. O. **Omnis Philosophiæ Difficultas**: O conceito de força na filosofia natural de Newton. São Paulo, 1994. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia, Ciências Humanas e Letras, Universidade de São Paulo, 1994.

BIBLIÓFILA, B. **Tertúlia Bibliófila: Conversas em torno dos livros**. 2009. Disponível em: <http://tertuliabibliofila.blogspot.com.br/2009_12_01_archive.html>. Acesso em: 25 mai. 2013.

BRITO, A. S. O plano inclinado: um problema desde Galileu. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física.** Florianópolis, v.2, n.2, p.57-63, Ago. 1985.

CAPRA, F. **O ponto de mutação**. São Paulo: Cultrix, 1982.

CARVALHO, A. M. P. de. **Construção do Conhecimento e Ensino de Ciências.** Em Aberto, ano 11, nº 55, julho/setembro. 1992, p. 09-16.

DAMPLER, W. C. **História da Ciência.** São Paulo: IBRISA, 1986.

FLICKRIVER. **Escorial Esfera Armilar.** 2007. Disponível em < http://www.flickriver.com/photos/tags/esferaarmilar/interesting/ >. Acesso em: 15 mai. 2013.

GALILEI, Galileu. **Duas novas ciências**. 2.ed. São Paulo: Nova Stella, 1988.

GEYMONAT, Ludovico. **Galileu Galilei.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

GOMES, L. C. **Concepções alternativas e divulgação: análise da relação entre força e movimento em uma revista de popularização científica.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação para o Ensino de Ciência e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, 2008.

GOMES, L. C. O experimento do balde girante de Newton: muitas perguntas, poucas respostas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática,** v.9, n.2, p.39-63, Dez. 2007.

HOLT; HINEHART and WINSTON. **PROJECTO PHYSICS**, New York, Toronto, 1975.

KOYRÉ, Alexandre. **Estudos de história do pensamento científico**. Brasília: Editora UnB, 1982.

MARICONDA, P. R. O Diálogo de Galileu e a condenação. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, v.10, n.1, p.77-160, 2000.

MARTINS, Roberto de Andrade. Introdução. A história das ciências e seus usos na educação, p. xxi-xxxiv, In: SILVA, Cibelle Celestino (ed.). **Estudos de história e filosofia das ciências:** subsídios para aplicação no ensino. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MARTINS, A. F. P. História e filosofia da ciência no ensino: há muitas pedras nesse caminho... **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v.24, n.1, p.112-137, 2007.

MATTHEWS, M. R. História, filosofia e ensino de ciências: tendência atual de reaproximação. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v.12, n.3, p.164-214, Dez. 1995.

MUNDO CRISTÃO. **Blog MC.** 2013. Disponível em: < http://www.blogmundocristao.com.br/index.php/page/42/ >. Acesso em 22 jun. 2013.

NEVES, M. C. D. A História da Ciência no Ensino de Física**. Revista Ciência & Educação**, v.5 n.1, p. 73–81, 1998.

NEVES, M. C. D. O resgate de uma história para o ensino de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física.** Florianópolis, v.9, n.3, p, 215-224, Dez, 1992.

NEVES, M. C. D; SAVI, A. A. A sobrevivência do alternativo: uma pequena digressão sobre mudanças conceituais que não ocorrem no ensino de física. **Revista Ciência & Educação,** v.6, n.1, p. 11-20, 2000.

NEVES, M. C. D. **De experimentos, paradigmas e diversidades no ensino de física: construindo alternativas.** Maringá: Massoni, 2005.

NEVES, M. C. D; et al. Galileu fez o experimento do plano inclinado? **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias.** v.7, n.1, p.226-242, 2008.

NEWTON, I. **Principia:** princípios matemáticos de filosofia natural**.** São Paulo: Nova Stella/Edusp,1990. Livro I: O Movimento dos Corpos. Tradução de T. Ricci ,L.G. Brunet, S. T. Gehring e M. H. C. Célia.

NEWTON, I. **Principia:** princípios matemáticos de filosofia natural**.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008. Livro II: O Movimento dos corpos (em Meios com Resistência). Livro III: O Sistema do Mundo (Tratado Matematicamente). Tradução de A. K. T. Assis.

REZENDE, F. As novas tecnologias na prática pedagógica sob a perspectiva construtivista. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências,** v.2, n.1, Mar. 2002.

ROSA, C. A. P. **História da Ciência. Da Antiguidade ao Renascimento Científico.** V. I Fundação Alex Alexandre de Gusmão.

ROSSI, P. **O nascimento da ciência moderna na Europa.** Bauro, São Paulo: EDUSC, 2001.

RONAN, C. A. **História Ilustrada da Ciência**. São Paulo: Círculo do Livro S.A., v. III, 1987a.

ROCHA, H. **A Divina Comédia.** 1999**.** Disponível em: < http://www.stelle.com.br>. Acesso em: 10 mai. 2013.