



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

---

**Ely de Sousa Agudo**

“Estudo de Colisões em Duas Dimensões em Colchão de Ar com o  
Uso de Recursos Computacionais”

---

Maringá - PR

2012

**ELY DE SOUSA AGUDO**

**“ESTUDO DE COLISÕES EM DUAS DIMENSÕES EM COLCHÃO DE  
AR COM O USO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS”**

Monografia apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá como requisito parcial para a aprovação na disciplina de Monografia para Licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. Mauricio A. C. de Melo

Maringá - PR

2012

*Dedico este trabalho à minha família, pela fé em mim depositada durante esses anos de estudo, onde acreditaram que eu alcançaria o sucesso.*

## **AGRADECIMENTOS**

---

Agradeço primeiramente a DEUS pelas dádivas divinas, e por ter iluminado meus passos ao decorrer de todos os dias.

O segundo agradecimento direciono a minha família, que me proporcionaram todo o suporte para toda minha formação acadêmica.

Agradeço a minha mãe Lourdes pelos “puxões de orelha” e por nunca me deixar desanimar dos meus estudos, sempre me incentivando.

Agradeço o meu pai João por ser o meu exemplo de vida, de como ser um bom trabalhador e mostrar que a dedicação sempre será reconhecida.

À minha irmã Leliane pelos conselhos e ajudas quando precisei tomar decisões importantes.

À minha namorada Priscila, por me aguentar em dias estressantes e me confortando com muito carinho, e também por sua ajuda no desenvolvimento dessa monografia.

Ao professor Dr. Mauricio A. C. Melo, pela orientação, pela confiança e por ter se dedicado na construção experimental deste trabalho. A ele expressei o meu respeito.

Aos meus amigos que proporcionaram momentos de alegria, e me confortaram em tempos difíceis distante da família.

Por fim, agradeço todo o corpo docente do Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, que muito me ensinaram ao longo desses anos.

"A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo."

**Nelson Mandela**

## **RESUMO**

---

O ensino de colisões bidimensionais é raro tanto no ensino médio quanto no ensino superior. Pouco é tratado sobre o seu conteúdo, pois existe uma grande dificuldade de abstração por parte dos alunos quando se transfere energia e quantidade de movimento para outro corpo em um sistema isolado e também é necessária a análise vetorial do espaço percorrido pelo objeto. A confecção deste trabalho tem como objetivo minimizar essas dificuldades através do uso de recursos tecnológicos em um cochão de ar, e mostrar outras opções que os docentes de física possam utilizar no ensino. Estudos teóricos realizados previamente auxiliarão nos estudos práticos realizados posteriormente, que serão realizados com a obtenção de imagens obtidas através de gravações executadas por uma câmera filmadora simples acoplada na parte superior de uma mesa, esta que, com a ajuda de compressores, produz um colchão de ar que minimiza a ação da força de atrito entre a mesa e os discos de poliestireno expandido. Com ajuda de softwares de edição de vídeos e imagens será possível construir imagens que mostram o percurso que o disco desloca, com essa informação foi possível calcular sua velocidade, quantidade de movimento, energia e estudar as consequências da colisão.

## ***ABSTRACT***

---

The teaching of two-dimensional collisions are rare both in high school when in higher education, students are told little about its contents, because there is a big difficulty in abstraction from students when transferring energy to another body of an isolated system and is necessary to analyze the vector space traversed by the object. The constitution of this work aims to minimize these difficulties through the use of technological resources, and show other options that teachers can use in physics teaching. Theoretical studies previously performed assist in practical studies performed subsequently to be performed by obtaining images obtained by camera recordings made by a video camera attached to the top of a table, such that with the aid of compressors, produces a cushion of air which minimizes the action of frictional force between the table and the polystyrene disc. With the help of software for editing videos and pictures you can build images showing the route that the disk moves and it is possible calculate your speed, momentum and study the consequences of the collision.

## SUMÁRIO

---

INTRODUÇÃO .....	9
CAPÍTULO I.....	11
UTILIZAÇÃO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA.....	11
1.1 – Utilização de Vídeos no Processo de Aprendizagem de Física:.....	13
1.2 – Uso de Softwares Educacionais no Ensino de Física: .....	15
1.3 – Exploração de Softwares Não Específicos Para Obtenção de Dados: .....	22
1.3.1 – Imagens Estroboscópicas:.....	23
CAPÍTULO II.....	26
ESTUDO TEÓRICO DE COLISÕES.....	26
2.1 - Momento linear: .....	26
2.2 - Conservação do Momento linear .....	28
2.3 – Impulso .....	31
2.4 – Colisões.....	33
2.4.1 - Colisões elásticas e inelásticas.....	34
2.4.2 – Colisões totalmente inelásticas unidimensionais.....	36
2.4.3 - Colisões elásticas unidimensionais .....	37
2.4.4 - Colisões elásticas bidimensionais.....	38
2.4.5 - Colisões inelásticas bidimensionais.....	43
CAPÍTULO III.....	44
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	44
3.1 – Preparação do experimento.....	44
3.2 – Construção das Imagens .....	47
3.3 – Cálculos das Velocidades.....	49
CAPÍTULO IV .....	50
ESTUDO EXPERIMENTAL DE COLISÕES BIDIMENSIONAIS .....	50
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	63
REFERÊNCIAS.....	65
APÊNDICES.....	68

## INTRODUÇÃO

É de conhecimento popular que a física é uma das vertentes da ciência no qual boa parte dos alunos de ensino médio passa por grandes dificuldades em sua aprendizagem e por diversas vezes acabam por fracassar em avaliações. Dessa maneira, o desinteresse pela ciência cresce logo quando o aluno ainda está descobrindo o que ela representa.

A maneira no qual a ciência é ensinada na maioria das escolas e também em alguns centros universitários é feita de maneira incorreta, de modo que os professores não ensinam a fazer ciência, e sim técnicas matemáticas para resolverem exercícios, e como muitas pessoas apresentam dificuldades com matemática, conseqüentemente não mostram curiosidade pela ciência, principalmente pela física.

O histórico descaso pela educação ocorrido por faltas de investimento nas escolas e formação continuada de docentes promovem não apenas a pouca formação de professores qualificados para ensinar física, mas também afeta nas estruturas escolares, pois um meio muito eficiente de ensinar física é com o uso de experimentos didáticos para exhibir os fenômenos físicos, que deveriam existir em laboratórios de física das escolas.

Muitas escolas recorrem para a visitação de museus de ciência, onde lá encontrarão um grande conjunto de experimentos que mostram com o máximo de clareza os diversos fenômenos físicos. Mas não são todas as cidades que possuem museus de ciências ou que se localizam perto de cidades que possuem esse tipo de museu.

O intuito desse trabalho é o desenvolvimento de um experimento de um dos tópicos da mecânica que são as colisões. Os experimentos utilizados para o ensino de colisões predominantemente são sobre colisões unidimensionais, onde é calculado o momento linear e sua conservação. Um experimento muito comum é feito com o auxílio de um trilho de ar. Existe uma carência de experimentos bidimensionais, que estejam mais próximos da realidade, portanto será desenvolvido um experimento baseado num aparato já existente, que é popularmente conhecido

como hóquei de mesa (ou aero hóquei), a partir dele desenvolveremos diversas colisões e que serão registradas através de filmagens e as estudaremos posteriormente. A construção do experimento possui o objetivo de mostrar que a utilização de novas tecnologias no ensino possui grande potencial pedagógico, e analisaremos o possível uso do mesmo em disciplinas de física experimental.

## ***CAPÍTULO I***

---

### **UTILIZAÇÃO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA**

Os avanços tecnológicos ao longo do tempo permitiram que o acesso ao uso de computadores se tornasse algo comum entre jovens e adultos, e uma de suas diversas utilidades é o uso para o processo de ensino-aprendizagem, que por sua vez, dependendo da criatividade do educador, existe muitas metodologias que podem ser usadas.

O computador e novas tecnologias podem ser uma poderosa ferramenta didática no ensino de física, numerosas atividades podem ser desenvolvidas através de sua utilização, quando o aluno não pode vivenciar a situação de estudo, a visualização se torna uma maneira de construir o conhecimento. Algumas atividades que podem ser realizadas com o seu uso são: aquisição de dados, uso da internet, utilização de softwares específicos ou não de ensino, simulações interativas que representa a fenomenologia de certo aspecto físico, entre outras.

Grande parte das escolas brasileiras, públicas e particulares, já possui laboratório de informática, mas é fácil notar que os computadores não são utilizados pelos professores de física como auxiliar e recurso didático. De acordo com Fiolhais e Trindade (2003), não ocorre integração das novas tecnologias com as disciplinas, e que novas tecnologias estarão integradas apenas quando deixarem de serem ferramentas suplementares, agregadas ao que existiu antes.

Diversos problemas com o uso dos computadores nas escolas são citados pelos autores, sendo eles: Falta de formação de professores na utilização de novas tecnologias; Número pequeno de computadores em relação ao número de alunos; Programas pouco atrativo aos alunos e com diversas deficiências pedagógicas; Quantidade elevada de programas a serem utilizados, impedindo que o educador possa analisar e escolher o melhor programa que supra suas necessidades de ensino; Necessidade de trocar hardwares com rapidez devido à velocidade do avanço da tecnologia e pessoas habilitadas para a manutenção dos equipamentos.

O papel da escola ou qualquer outra instituição de ensino é promover e estimular os educadores ao uso de novas tecnologias e recursos computacionais como ferramenta pedagógica, desenvolvendo diferentes metodologias e auxiliando os professores a aprender a usar esses recursos como instrumento de ensino.

A utilização de vídeos, uso da internet, jogos educativos ou qualquer outra utilização do computador para o estudo de física, colaboram para que o educando do ensino médio, ou qualquer outro nível escolar, enxergue a física com outros olhos, e entenda a sua importância nos avanços tecnológicos. O ensino de física com a utilização desses recursos permite que os alunos fiquem mais motivados a aprender, desenvolvendo uma curiosidade para adquirir conhecimentos.

Um grande obstáculo para a aplicação de novas tecnologias no ensino de física é a resistência que muitos professores apresentam, pois muitos – que às vezes por comodidade ou por falta de tempo – se recusam a mudar sua metodologia de ensino e insiste na aplicação do método tradicional de ensino.

De acordo com Silva, Araújo, Ferreira e Souza (2005):

Nas visitas às escolas observou-se que muitos docentes de Física, ou mesmo docentes de outras áreas de educação que ministram a disciplina de Física, consideram muito mais cômodo atuar de uma forma tradicional. Devido aos diversos compromissos assumidos durante a sua estafante semana. Salários baixos correspondem a muitas aulas para ministrar. Os professores mais antigos geralmente não se sentem estimulados a introduzirem novos recursos em sua prática pedagógica. A chegada de novos profissionais e a concorrência que está surgindo pelos melhores postos pode ser um fator que leve a uma mudança nesse quadro.

Podemos observar que muitos professores, devido às péssimas condições de trabalho imposta pelo governo, não possuem motivação para mudar sua metodologia de ensino, estão estagnados nas aulas que foram preparadas a certo tempo atrás e que são dadas da mesma maneira em todas as aulas até o presente momento. Para uma possível mudança de postura de professores, são à disposição de novos educadores recém-formados que ainda não foram castigados com o tempo e possuem entusiasmo suficiente para uma educação de qualidade, e também professores antigos que não desistiram de sempre mudar a maneira no qual ministram suas aulas e que participam de formação continuada e buscam a excelência aula após aula.

## 1.1 – Utilização de Vídeos no Processo de Aprendizagem de Física:

De acordo com a Lei de Diretrizes e Base Da Educação Nacional (LDB, 1996), o ensino de ciências naturais precisam possuir pretensões formativas e não somente a acumulação de conhecimentos, sendo assim, partindo do pressuposto que é necessário que o educador introduza em seu planejamento educacional certos elementos vivenciados no cotidiano dos alunos, a relação professor aluno já se torna melhor e o aluno começa a enxergar a real importância daquilo que é ensinado em sala de aula e quais são suas finalidades.

Para estimular o máximo crescimento cognitivo dos alunos, o professor precisa desenvolver atividades distintas daquelas dada em sala de aula de maneira tradicional, sendo assim a utilização de vídeos educativos pode tornar-se uma excelente ferramenta educacional. É de grande importância a utilização adequada desses vídeos, evitando a utilização de vídeos que promovam a aquisição de um conceito errôneo da situação.

Outra forma de utilização de vídeos pode ser a obtenção de microvídeos educacionais encontrados facilmente na grande rede da web, sites educacionais ou até mesmo sites de visualizações de vídeos variados, possuem um número incalculável de vídeos de ajuda educativa, porém é numerosa a quantidade de vídeos que possuem conceitos errados, e até situações cujo indivíduo que tem intenções de ensinar, transmite afirmações falsas. Cabe ao educador assumir a responsabilidade de selecionar o que deve ser passado aos alunos e o que deve ser evitado, e também instruir os jovens os possíveis erros cometidos.

Quando falamos de vídeos educativos, também podemos citar seriados televisionados no qual o foco principal é o ensino de ciências, onde o ensino é baseado numa educação não formal. Como por exemplo, *O Mundo de Beakman*, um seriado de grande sucesso dos anos 90, é, no qual o roteiro é baseado no ensino de ciências de maneira descontraída, através de brincadeiras, desafios e encenações de grandes cientistas como Albert Einstein e Benjamin Franklin. Em uma entrevista com Paul Zaloon, ator que interpretava Beakman, ele foi questionado sobre qual é o segredo de ensinar ciência de um jeito bom, já que as crianças no Brasil não gostam da maneira que é ensinada nas escolas, mas adoram seu programa, Paul

respondeu que o seriado era uma maneira de abrir as portas da percepção e que a ciência pode ser uma coisa legal e divertida, porém são os pais e professores que ficam com o trabalho pesado, e o que é realmente importante é que as pessoas precisam aprender a pensar e tirar conclusões, usando a ciência como um modo de olhar o mundo. Paul Zaloon também foi questionado se muitas pessoas se tornaram cientistas por causa de seu seriado, o ator respondeu afirmativamente (Informação verbal, 23 de Junho de 2012).

É importante ressaltar que a utilização de vídeos em sala de aula, é apenas um apoio às atividades realizadas pelo educador, o uso de vídeos educativos deve possuir o objetivo apenas de enriquecer o conteúdo da sala de aula e ilustrar o discurso do professor, e não substituir seu trabalho, pois independente da qualidade do recurso áudio visual, a base do conhecimento e a possibilidade da abertura de um debate são obrigações do educador.

Outro método de utilização de vídeos é através da produção através dos próprios alunos, onde são sujeitos ativos em sua construção, eles que são os responsáveis em desenvolverem as filmagens e o roteiro, De acordo com Ferrés (1996), essa atividade recebe o nome de vídeo-processo.

A construção de vídeos pelos próprios alunos pode ser considerada um método motivador, pois a tecnologia fascina muitos jovens, e o contato que eles possuem com a televisão, internet e diversos aparelhos eletrônicos está se tornando cada vez mais comum, e crianças de diferentes classes sociais aos poucos adquirem acesso a essa tecnologia.

De acordo com Cozendey, Pessanha e Souza, após realizar uma entrevista com os alunos, descobriram que de acordo com os alunos, a melhor forma de produção de um vídeo, é obter uma situação problema e solucioná-la no decorrer do vídeo.

Um terceiro método possível na utilização de vídeos em sala de aula, são análises de filmes de grande sucesso, onde os diretores produzem grandes efeitos visuais e sonoros e por muitas vezes deixam de lado a veracidade dos acontecimentos que são facilmente explicados por simples leis de física.

Selecionando filmes que possuem erros ou não, é possível debater com os alunos em sala de aula e analisá-las criticamente a veracidade dos fatos, e encontrar cenas com erros absurdos no qual uma pessoa sem conhecimento de física não acharia tão absurdo assim.

A utilização de filmes em sala de aula pode propiciar outra vantagem, existe um vasto número de filmes de divulgação científica, desde filmes baseados em biografias de cientistas, até personagens fictícios que desenvolveram gosto pela ciência.

## **1.2 – Uso de Softwares Educacionais no Ensino de Física:**

O advento dos computadores e seu crescente desenvolvimento em conjunto com a explosão da internet permearam essa tecnologia em todos os campos do saber e social, estabelecendo um sistema de comunicação como um todo, bem como proporcionou independência a cada indivíduo.

A modernidade trouxe consigo o conceito de sociedade do conhecimento, como foi denominado por Tofler (1990), que configura um novo cenário onde se exige que informações sejam processadas muito rapidamente e mudanças ocorram constantemente. No entanto a educação, principalmente no ensino de ciências, particularmente física continua aquém a essa nova visão de mundo, firmando seus alicerces no modelo educacional que consiste no repasse de conteúdo sem um embasamento prático. Esse método de ensino torna-se truncado, pois “Um ensino de Física baseado na exposição de conceitos transmite uma ideia incompleta e pouco motivadora do que é a ciência e de como ela se constrói. (Veit e Teodoro-2002)”.

A necessidade de diversificar a educação em geral introduziu um novo conceito nesse contexto, a informática educativa, que consiste basicamente no uso de computadores na sala de aula. Essa nova concepção foi introduzida a partir da década de 80, com os estudos da linguagem de programação LOGO que tinham o objetivo de criar uma linguagem de programação simples para incentivar os educadores, pesquisadores e alunos a desenvolver seus próprios programas e usa-

los no ensino. No entanto a escassez de tempo dos educadores e de recursos das instituições de ensino logo foi dissipando o entusiasmo da novidade.

Com o tempo os computadores tornaram-se mais acessíveis e potentes sendo introduzidos de forma natural no ambiente escolar e proporcionou o desenvolvimento de softwares educativos cada vez mais completos.

A vasta gama de softwares educacionais desenvolvidos na época abrangiam todos os campos do saber, dentre os quais a disciplina de física, ao momento que se buscava uma revolução no ensino de física e o cativo dos alunos.

Bacon (1992, p.57 apud ARAÚJO; VEIT; MOREIRA, 2004, p.5) aponta três utilidades de softwares no ensino de física:

1. Uso de programas demonstrativos
2. Uso de modelos computacionais
3. Uso de tutoriais

Nesse contexto podemos dividir os softwares educacionais voltados para o ensino de física em três categoriais principais: Simulações e modelos computacionais, Tutoriais e Pacotes integrados.

#### Simulações:

São programas que basicamente reproduzem uma dada situação. Essa categoria se subdivide em duas, são elas, softwares dinâmicos, onde o aluno tem controle sob os parâmetros ao qual a simulação é imposta, proporcionando maior liberdade ao aluno de modo que o mesmo possa fazer uma análise mais completa dos parâmetros que influenciam no objeto da simulação; e simulações estáticas que nada mais são que animações.

Dentre os softwares de simulação usados em sala de aula no ensino de física podemos citar o NI Multisim, o Algadoo, o Interactive Physics e o Stellarium, descritos mais detalhadamente abaixo.

- NI Multisim:

O NI Multisim é um software de simulação eletrônica da National Instruments.

Através de uma interface simples ele permite construir e simular circuitos eletrônicos podendo manipular os parâmetros a fim de adaptar o projeto a cada necessidade. Por esse motivo é software chave no ensino de eletromagnetismo, pois permite ao aluno visualizar o comportamento de um circuito complementando a teoria aprendida em sala.

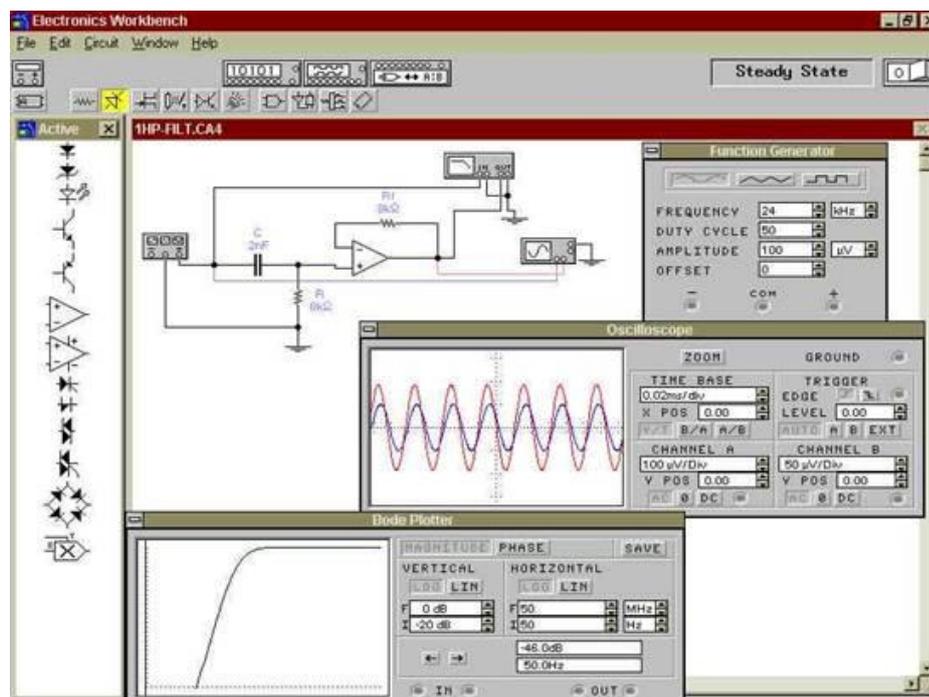


Figura 1.1 – Software NI Multisim

- Algadoo:

Software criado por físicos da Universidade de Maryland como o objetivo de tornar o estudo de física divertido. Daí o seu inicial, PHUN, união de fun e *Physics* que traduzindo do inglês para português respectivamente correspondem a divertido e física.

O Algadoo, como ficou conhecido a partir de sua versão beta, é um software de simulação inovador, pois permite o aluno criar o ambiente da simulação, isto é, oferece ferramentas para criar linhas, planos, círculos e simular a interação física entre eles.

Por isso o Algadoo é aplicável a qualquer área da física, estimulando a criatividade do aluno enquanto ensina.



Figura 1.2 – Software Algadoo

- Interactive Physics:

Desenvolvido juntamente com uma equipe de educadores de física, o Interactive Physics permite explorar e analisar tópicos da mecânica newtoniana através de simulações.

O IP, assim como o Alegroo permite total liberdade sobre o ambiente da simulação permitindo desenhar objetos; simular contato, colisões e fricções; define resistência do ar, gravidade, etc. e a partir das simulações medir a velocidade, aceleração, força, energia e visualizar resultados por meio de gráficos. Por essa razão é uma ferramenta valiosa no ensino de mecânica.

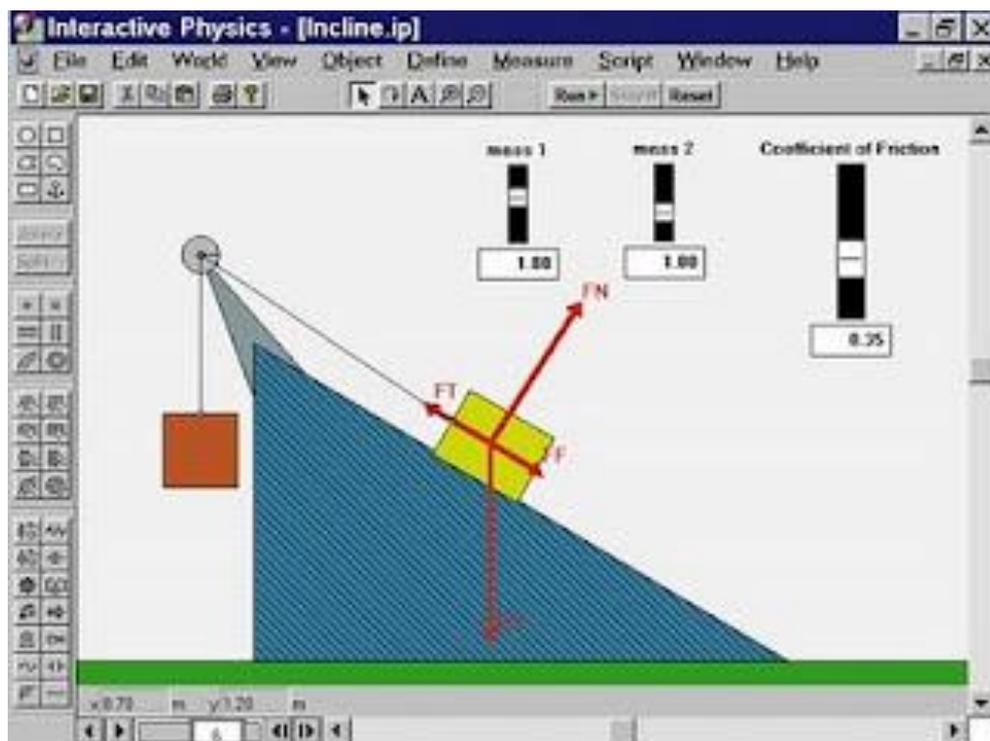


Figura 1.3 – Software Interactive Phisics.

- Stellarium:

O software Stellarium simula o céu em três dimensões correspondente ao que se vê a olho nu, visão por meio de um binóculo e telescópio.

Pela sua riqueza de detalhes e informação o Stellarium é amplamente usado no ensino de astronomia.

De todos os softwares mencionados, apenas o Stellarium é livre, com obtenção gratuita na internet.

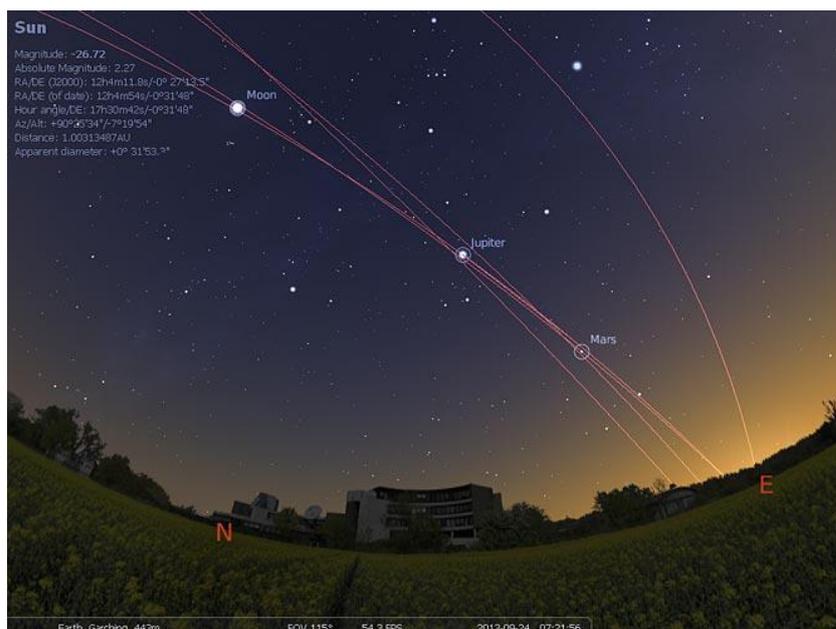


Figura 1.4 – Software Stellarium

### Tutoriais:

São baseados no método exercício e prática, isto é, consiste basicamente em exercícios propostos aos alunos para os mesmos avaliarem seus conhecimentos.

- Amem – Teia

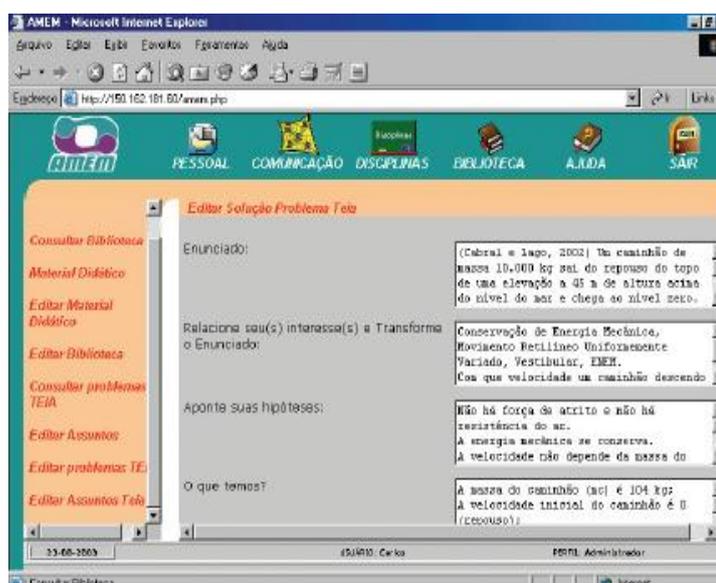


Figura 1.5 – Software Amem - Teia

Desenvolvido como tese de um doutorado (SOUZA, 2004) é um software educacional baseado na resolução de problemas. Consiste em um conjunto de

problemas definidos pelo educador que tem a responsabilidade de definir o enunciado e a resposta esperada.

O Teia possui um banco de dados onde serão organizadas as questões por tema e posteriormente lançado ao aluno através de uma interface amigável.

A cada problema resolvido é mostrado ao aluno a resposta preenchida previamente pelo professor, assim o aluno pode auto avaliar o seu conhecimento teórico.

### Pacotes integrados:

Corresponde a um conjunto de softwares educativos.

- UNESP

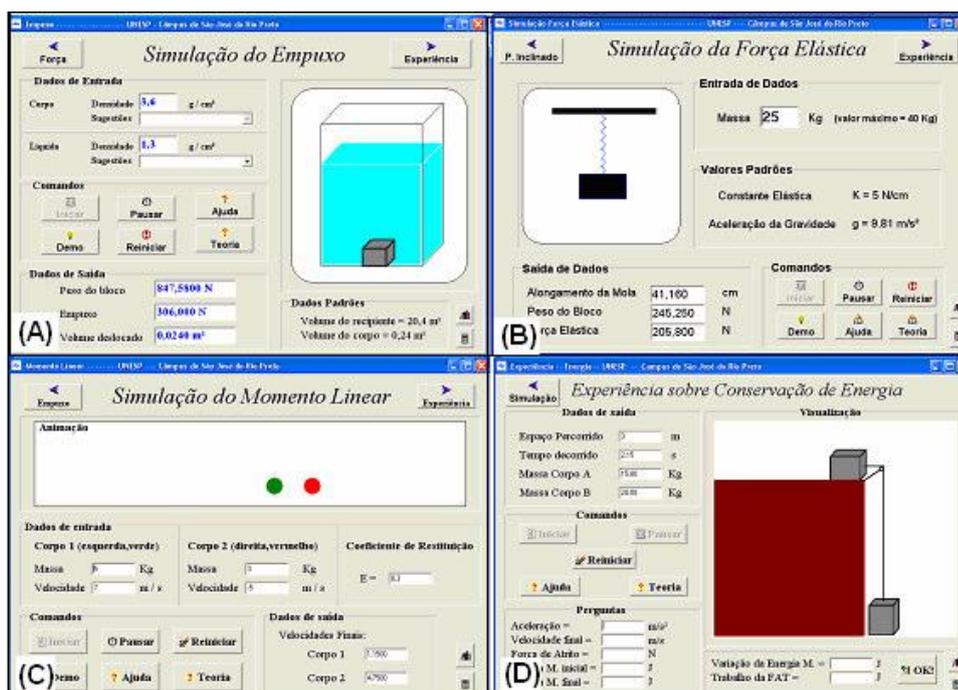


Figura 1.6 - Software UNESP

É um conjunto de softwares educacionais desenvolvidos pela Universidade Estadual Paulista, Campus de São José do Rio Preto.

O pacote tem como objetivo auxiliar o ensino de física, oferecendo uma variedade de simulações dinâmicas.

Após cada simulação é proposta a opção de realizar experiências e a cada experiência o aluno terá que responder uma questão. No caso da questão estar correta o aluno poderá prosseguir, caso contrário uma mensagem de aviso será mostrada ao aluno.

Portanto o pacote une simulação e resolução de problemas, fazendo com o que o aluno consiga interpretar os fenômenos físicos e com auxílio destes obter o conhecimento teórico.

As simulações abrangem diversos temas da física, como: plano inclinado, empuxo, constante elástica, conservação do momento linear e conservação de energia.

### **1.3 – Exploração de Softwares Não Específicos Para Obtenção de Dados:**

Até agora vimos diversos recursos tecnológicos especificamente produzidos para o ensino de ciências ou meio de divulgação científica, mas será que para aprender e desenvolver ciência é preciso sempre depender de algo que já foi desenvolvido?

A resposta da questão anterior é simples: não! Em diversos artigos sobre ensino de ciências encontram-se inúmeras situações no qual a obtenção de dados é através de programas não específicos.

Em um artigo de Ferreira e Rino (2006), os autores estudam a possibilidade de um estilingue feito de tubo de látex (utilizado por médicos e enfermeiros para prender a circulação do braço antes da coleta de sangue) ser capaz de matar uma pessoa como sendo um projétil bolas de chumbo com cerca de 20g. Para isso era necessário calcular a quantidade de movimento que a bola adquire no lançamento e sua energia cinética, e para isso era preciso conhecer a velocidade média. Admitindo um espaço conhecido, era necessário calcular o tempo no qual a bola usaria para percorrer o caminho. Como o tempo é muito curto, é impossível calculá-lo com a ajuda de cronômetros, então a ideia dos autores foi o uso de um software capaz de mostrar as ondas sonoras captadas por um microfone

ao longo do tempo. Como o som produzido na hora do lançamento e no instante em que o projétil atinge o alvo é maior do que durante o tempo em que ele percorre o caminho, era possível visualizar através do software, o tempo gasto pela bola.

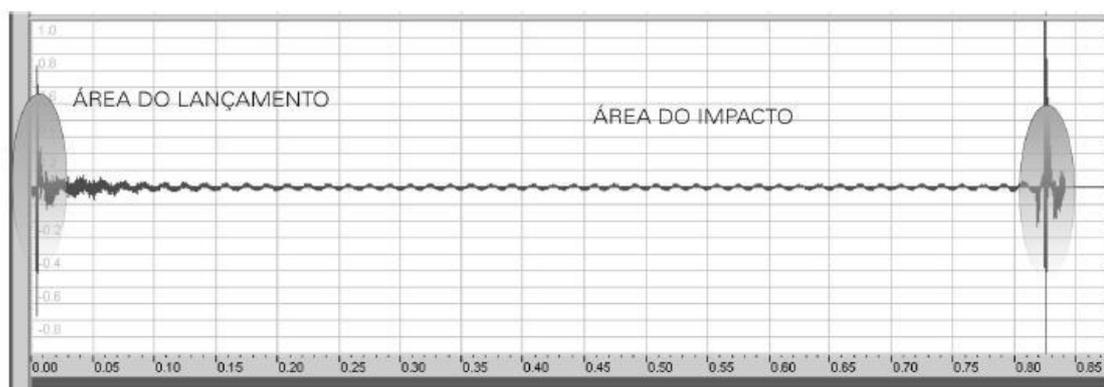


Figura 1.7 – Esquema de uso de software para representar ondas sonoras no decorrer do tempo.

**Fonte:** (FERREIRA, RINO; 2006, p. 197)

Observa-se aqui uma maneira muito eficaz de calcular um pequeno intervalo de tempo com um software que pode ser facilmente encontrado gratuitamente na internet. Atividades semelhantes a esta podem ser efetuadas para a facilitação na obtenção de dados, só depende do objetivo e da criatividade de professores, pesquisadores, estudantes ou qualquer outra pessoa que almeje calcular algo. O uso de microfones, webcams, máquinas fotográficas, filmadoras e diversos outros equipamentos eletrônicos podem ser utilizados, garantindo também ser um método inovador, motivador, barato e acessível a muitas pessoas.

### 1.3.1 – Imagens Estroboscópicas:

Separamos esse sub-tópico para mostrar um método de captação de imagem de objetos em movimento parecido com o qual utilizaremos no decorrer dos estudos experimentais.

Quando queremos obter imagens da trajetória no qual algum objeto produziu, um método é o uso de estroboscopia, que consiste em estudar fases sucessivas de um movimento rápido e periódico, com o auxílio de um estroboscópio,

que é um equipamento capaz de produzir clarões periodicamente como um flash de máquina fotográfica repetitivo (muito utilizado em festas). Para adquirir a imagem é necessário obter uma câmera fotográfica no qual é possível controlar o tempo de exposição da lente, ou seja, a câmera consegue captar a imagem por um maior intervalo de tempo, podendo registrar inclusive um movimento. A função do estroboscópio é iluminar em pequenos intervalos de tempo, captando alguns momentos do movimento, caso contrário a imagem ficaria borrada e com muitas distorções.



Figura 1.8 – Foto Estroboscópica da Trajetória de uma Bolinha de Ping-Pong

**Fonte:** (ROSA, RAPOZO, CARVALHO e SABA; 2004, p. 18)



Figura 1.9 – Foto Estroboscópica da Trajetória de uma Bolinha de Tênis

**Fonte:** (ROSA, RAPOZO, CARVALHO e SABA; 2004, p. 19)



Figura 1.10 – Foto Estroboscópica de um Pêndulo

**Fonte:** (ROSA, RAPOZO, CARVALHO e SABA; 2004, p. 19)

## CAPÍTULO II

### ESTUDO TEÓRICO DE COLISÕES

Para dar início nos estudos de colisões, neste capítulo conceituaremos tópicos importantes da mecânica que auxiliará nos estudos experimentais, aqui será possível compreender assuntos que são ensinados desde o ensino médio e que são aprimorados no ensino superior. O assunto principal trabalhado nesta pesquisa são as colisões bidimensionais, pouco ensinadas no ensino superior, e totalmente extintas no ensino médio e que tem grande importância para os cálculos experimentais que serão realizados posteriormente.

#### 2.1 - Momento linear:

René Descartes (1596-1650) sugeriu que a quantidade de movimento fosse medida pela massa e velocidade do objeto, ele afirmava que Deus, ao criar a matéria, deu diferentes movimentos às suas partes e, por essa razão deveria preservar a matéria nas mesmas condições em que criou.

A quantidade de movimento linear, ou momento linear, é representado na física como um vetor  $\vec{p}$  e definido como o produto entre a massa da partícula ( $m$ ) e o vetor velocidade ( $\vec{v}$ ):

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{Equação 1})$$

Sua unidade no SI (sistema internacional) é o kg m/s.

Uma partícula pode ser um corpo macroscópico ou até mesmo ser microscópica, de escala atômica ou subatômica.

O momento linear é um vetor paralelo, ou melhor, possui a mesma direção e sentido que o vetor velocidade. Como todo vetor, o momento linear pode ser decomposto nas coordenadas  $x$  e  $y$ .

Mas afinal, o que significa o momento linear? Com os valores da massa da partícula e o valor da velocidade (também sua direção e sentido), obtemos as informações necessárias para representar a dinâmica de um sistema.

Uma partícula pode possuir uma grande quantidade de movimento com uma massa muito pequena, para isso a velocidade necessita ser alta, porém o oposto também ocorre, uma partícula de massa elevada possuindo uma pequena velocidade. O momento linear é diretamente proporcional tanto quanto a massa quanto a velocidade.

Um exemplo bem ilustrativo é comparar um carro comum com 1100 kg andando com uma velocidade de 100 km/h com um caminhão de 45.000 kg andando a uma velocidade aproximada de 2,5 km/h. Mesmo possuindo valores de massas e velocidades bem distintas, podemos observar que o valor da quantidade de movimento é aproximadamente igual.

Isaac Newton, quando formulou a segunda lei, não a expressou em termos de aceleração, e sim do momento.

“A taxa de variação com o tempo da quantidade de movimento de uma partícula é igual à força resultante que atua sobre a partícula e possui a mesma direção e o mesmo sentido dessa força.”

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{Equação 2})$$

Com alguns desenvolvimentos matemáticos chegamos à seguinte equação:

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Sabendo-se que a variação temporal da velocidade é equivalente a aceleração da partícula.

Para um sistema de  $n$  partículas, cada uma possuindo massas, velocidades e quantidade de movimento linear distintas, o sistema possui um

determinado momento linear que nada mais é que a somatória vetorial de todas as quantidades de movimento de cada partícula individualmente, ou seja:

$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n \quad (\text{Equação 3})$$

## 2.2 - Conservação do Momento linear

Para começarmos a falar de conservação do momento linear, primeiro vamos considerar que o sistema esteja isolado, ou seja, não exista nenhuma força externa atuando sobre ele, e que este seja um sistema fechado, portanto nenhuma partícula sai e nem entra. O objetivo é desenvolver uma lei de conservação do momento, que seja válida nas três dimensões de modo que se a força resultante for nula, de acordo com a equação 2, temos o seguinte:

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (\text{Equação 4})$$

Sendo assim  $\vec{p} = \text{constante}$ , em outras palavras, o momento total de um sistema isolado não varia, ele se mantém constante, não importando qualquer que seja as interações em seu interior, matematicamente podemos representar da seguinte forma:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\text{Equação 5})$$

Esta é a lei de conservação da quantidade de movimento linear.

Num sistema onde possui duas forças, uma atuando sobre a outra, e o momento se conserva, temos uma equivalência da 3ª lei de Newton onde um par de ação e reação são iguais e contrárias.

Para utilizar a conservação do momento linear em situações mais reais, vamos considerar além das forças internas do sistema, forças externas que atuam sobre ele, essas que podem ser forças de atrito, gravitacionais, ação de campos elétricos e magnéticos dentre diversas outras.

Façamos as seguintes considerações:

$\vec{F}_{1(2)}$  - Força sobre a partícula 1 devida à partícula 2

$\vec{F}_{2(1)}$  - Força sobre a partícula 2 devida à partícula 1

$\vec{F}_1^{ext}$  - Força externa total aplicada sobre a partícula 1

$\vec{F}_2^{ext}$  - Força externa total aplicada sobre a partícula 2

Para um sistema isolado e fechado, utilizamos a equação 2 para representar a força como a variação do momento, agora utilizaremos essa mesma equação para um caso mais geral para cada partícula:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{1(2)} + \vec{F}_1^{ext}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{2(1)} + \vec{F}_2^{ext}$$

Se somarmos as forças produzidas pelas partículas 1 e 2 e também as forças externas aplicadas sobre elas obteremos o seguinte:

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_{1(2)} + \vec{F}_{2(1)} + \vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_2^{ext}$$

As forças de ação e reação formam pares que são de mesma intensidade e com sentidos opostos,  $\vec{F}_{1(2)} = -\vec{F}_{2(1)}$  de modo que  $\vec{F}_{1(2)} + \vec{F}_{2(1)} = 0$ .

Se  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$ , e  $\vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_2^{ext} = \vec{F}^{ext}$

Concluimos que:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{ext} \quad (\text{Equação 6})$$

Note que esta é a maneira que Newton representou a segunda lei para o sistema como um todo.

Analisando a equação 6, observamos que num sistema de partículas, para que seu momento seja conservado não é preciso que seja um sistema isolado

e fechado, que não atuem forças externas, mas sim que estas forças externas se anulem:

$$\vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_2^{ext} = 0 \quad (\text{Equação 7})$$

Também podemos concluir com a equação 6 que podemos estudar o movimento do sistema como um todo sem ao menos precisar conhecer os tipos de interações as quais as partículas produzem.

Não podemos nos esquecer de que as equações que representam a quantidade de movimento são todas vetoriais e na verdade possuem 3 equações para simbolizar as 3 direções das coordenadas xyz, assim sendo, a quantidade de movimento pode se conservar em uma ou duas direções, mas não necessariamente nas três. Vemos isso em um objeto arremessado, como ele está sujeito a uma força gravitacional (direção vertical e sentido para baixo), ele se conserva na direção horizontal, porém o momento será alterado na direção vertical.

Para exemplificar situações mais comuns da conservação do momento linear, podemos imaginar uma pessoa numa canoa em repouso em relação à água e também a terra, num dia tranquilo de pesca essa pessoa resolve lançar sua zagaia para tentar agarrar um peixe, como a zagaia fazia parte do sistema pescador-canoa, por ela ser arremessada na direção horizontal para frente, ela faz com que o barco ganhe velocidade para o sentido oposto. Imaginemos agora que essa mesma pessoa deixe cair o seu remo na água, impedindo sua volta para a margem, e ela tenha a ideia de tentar agarrar um galho de alguma árvore que esteja próxima à canoa, se essa pessoa esticar seu corpo para fora do barco para alcançar o galho, fará com que a canoa se afaste ainda mais, dificultando a volta para a margem. Podemos imaginar também uma pessoa sobre um lago congelado, sem atrito algum entre a superfície do lago e a pessoa, para que essa pessoa possa retornar a terra firme, a única maneira possível seria se essa pessoa jogasse seus pertences no sentido oposto à margem do rio.

Outros exemplos a respeito da conservação do momento serão melhor colocados mais adiante quando falarmos a respeito de colisões, como as velocidades adquiridas quando um corpo mais rápido colide com um corpo em repouso, ou em velocidade menor ou sentido oposto.

## 2.3 – Impulso

As forças de contato decorrentes durante uma colisão são muito intensas e ocorrem em um pequeno intervalo de tempo, e se após uma colisão tivermos uma variação do momento linear:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{J} \quad (\text{Equação 8})$$

Podemos chamar essa variação de momento como *impulso* (que representaremos pela letra J), e se trabalharmos na equação chegaremos à outra forma representativa:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = m\Delta \vec{v} \quad (\text{Equação 9})$$

Sabemos pela cinemática vetorial que podemos representar a variação da velocidade em termos do tempo e da aceleração:

$$\Delta \vec{v} = \vec{a}\Delta t \quad (\text{Equação 10})$$

Substituindo a equação 10 na equação 9, vemos que:

$$\vec{J} = m\vec{a}\Delta t \quad (\text{Equação 11})$$

Portanto, de acordo com a 2ª lei de Newton concluímos que:

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t \quad (\text{Equação 12})$$

Uma força exercida num curto intervalo de tempo é chamada de força de impulsão, mas a equação 12 é válida apenas para forças resultantes constantes.

A unidade de impulso no SI é o N.s, que equivale a kg m/s.

Para casos mais gerais podemos integrar a equação 6:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{res} dt$$
$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{res} dt \quad (\text{Equação 13})$$

A integral à direita da igualdade da equação 13 é o impulso devido à força resultante, podemos enunciar então um dos teoremas fundamentais:

“A variação do momento linear da partícula é igual ao impulso da força resultante”.

Podemos transformar a equação 13 em três equações equivalentes, referentes às coordenadas cartesianas:

$$\vec{p}_{x2} - \vec{p}_{x1} = \int_{t1}^{t2} \vec{F}_x dt \quad \vec{p}_{y2} - \vec{p}_{y1} = \int_{t1}^{t2} \vec{F}_y dt \quad \vec{p}_{z2} - \vec{p}_{z1} = \int_{t1}^{t2} \vec{F}_z dt$$

Se representarmos a equação 13 num gráfico, obteremos a intensidade de impulsão calculando a área debaixo da curva de  $F(t)$ .

É importante enfatizar que agora existe uma nova ideia de que se um impulso for aplicado sobre uma partícula, este faz variar o momento da mesma. O momento final após uma colisão ou uma explosão, será equivalente ao momento inicial mais o impulso adquirido na colisão.

As equações obtidas com a representação do impulso, nos mostra, como no momento linear, que não precisamos conhecer com detalhes a força  $F(t)$  e nem quão complicada ela seja, apenas sua integral (ou área abaixo do gráfico) para saber como a partícula se comporta.

Exemplos práticos envolvendo impulso podem ser obtidos quando um jogador chuta uma bola, ou rebate uma bola de tênis com uma raquete ou até mesmo em uma tacada numa bola de bilhar.

## 2.4 – Colisões

Entraremos agora num assunto que será importante para todo o desenvolvimento experimental que será explicado mais adiante no qual objetiva o trabalho.

Quando duas partículas são lançadas uma contra a outra, e nessa interação elas podem trocar energia e momento, ou basicamente numa linguagem informal, quando duas partículas batem uma na outra, temos a ideia de um processo que se denomina colisão. Esse processo está presente no dia-a-dia desde colisões visíveis e as não visíveis, as “partículas” que se referem às colisões podem ser de escalas muito variáveis, desde a macroscópica até escalas subatômicas, onde teremos colisões entre átomos, prótons, elétrons e também uma porção que instigam pesquisadores atualmente sobre pesquisas desenvolvidas no CERN (centro europeu de pesquisas nucleares), partículas subatômicas são aceleradas para colidirem com um alvo (este que pode ser um pedaço de ferro ou outra partícula acelerada), e cabe ao físico descobrir o que acontece após esse choque no qual muitas reações complicadas são produzidas.

Colisões de escalas humanas podem ser desde um martelo batendo em um prego até mesmo num acidente de transito com automóveis, ocorrem também colisões de escalas astronômicas, quando um meteoro choca-se com um planeta ou até mesmo quando galáxias colidem.

Durante um choque mecânico os corpos envolvidos variam suas velocidades de modo a satisfazerem um dos teoremas de Descartes: *a quantidade de movimento total dos corpos que se chocam permanece constante durante o choque.*

Os resultados de uma colisão podem ser muito variados, como quando duas partículas colidem e continuam sendo as mesmas partículas, apenas ocorrem um espalhamento de ambas. Existem colisões no qual após o choque as duas partículas se tornam uma partícula só, pois houve algum tipo de fusão entre elas, colisões no qual as partículas se tornam diferentes das iniciais, quando temos reações nucleares ou reações químicas ou como já foi dito anteriormente o resultado

da colisão é fragmentar as duas partículas em várias outras “partículas elementares”.

Com diversos estudos a respeito de colisões, analisando seu momento linear e sua energia, podemos obter informações importantes sobre as interações das partículas incidentes. Para a realização desses estudos o que precisamos saber são as configurações iniciais e finais das partículas. Antes da colisão, podemos considerar que as partículas não interagem entre si, elas se locomovem livremente, num movimento retilíneo e uniforme, cada uma com sua massa e velocidade específica, após a colisão as partículas afastam-se da região no qual colidiram (ainda considerando que são partículas livres), pois assim suas interações se tornam novamente desprezíveis e agora podem possuir velocidades diferentes.

Matematicamente podemos representar a conservação do momento linear antes e após a colisão como:

$$m_1 \vec{v}_1^{inicial} + m_2 \vec{v}_2^{inicial} = m_1 \vec{v}_1^{final} + m_2 \vec{v}_2^{final} \quad (\text{Equação 14})$$

É necessário conhecer as forças de interação entre as partículas, que não são difíceis de ser obtidas, com os resultados das colisões também é possível obter o módulo dessa força. A dificuldade maior é obter as características finais a partir das iniciais.

Foi dito inicialmente que as interações entre as partículas eram devidas a forças de contato, mas existem outras formas de colisões, como as produzidas através de forças elétricas, ou gravitacionais, muitos resultados podem ser alcançados através do princípio de conservação do momento e energia, independente do tipo de interação.

### 2.4.1 - Colisões elásticas e inelásticas

Como em qualquer sistema físico, a energia total de uma colisão se conserva, porém parte de sua energia mecânica pode se transformar em diversas outras formas de energia no instante do choque, como a energia sonora, promovida por vibrações que darão origem a ondas sonoras e energia térmica, pois houve um

leve aquecimento da superfície de contato. Todavia, até em colisões no qual a energia mecânica é totalmente conservada, a energia cinética pode converter-se em energia potencial ou o recíproco.

Durante o rápido instante de contato da colisão, a energia cinética das partículas converte em energia potencial elástica, que está ligada à deformação da superfície, onde posteriormente esta mesma energia potencial elástica acumulada se transformará em energia cinética novamente. Se os objetos colididos retornam com a mesma velocidade, porém com sentidos opostos, ou melhor, a energia cinética final é igual à energia cinética inicial, temos a chamada colisão elástica. Toda colisão que não possuir essa característica é chamada de colisão inelástica.

Para sintetizar tudo que foi dito no parágrafo anterior, podemos utilizar o chamado coeficiente de restituição, representado por:

$$e = \frac{|v_2^{final} - v_1^{final}|}{|v_2^{inicial} - v_1^{inicial}|} \quad (\text{Equação 15})$$

Sendo  $v_1$  a velocidade da partícula 1, e  $v_2$  a velocidade da partícula 2.

Note que se considerarmos apenas o módulo das velocidades, o valor de  $e$  varia entre 0 e 1. Se as velocidades forem as mesmas no início e no fim, o valor de  $e$  será 1, que representa uma colisão perfeitamente elástica, qualquer outro valor fracionário de  $e$  que não seja 1, representa uma colisão inelástica, e para  $e$  igual a zero, temos uma colisão perfeitamente inelástica.

Podemos afirmar que o fator que influencia no tipo de colisão é o material cujo objeto de estudo é constituído.

Um fato importante a ser dito, é que o uso desse coeficiente de restituição no ensino de colisões, está se tornando cada vez mais raro junto aos diferentes tipos de colisão.

## 2.4.2 – Colisões totalmente inelásticas unidimensionais

A energia cinética total num sistema após a colisão é menor do que a energia inicial, temos então uma colisão inelástica, porém, devemos observar que a energia cinética não deve anular-se necessariamente, mas sim que adquira o menor valor possível. Numa colisão totalmente inelástica, os corpos têm de se mover juntos, ou seja, numa colisão totalmente inelástica os corpos permanecem colados, formando apenas uma partícula de massa  $m_1 + m_2$ .

Vamos agora analisar a conservação do momento linear numa colisão totalmente inelástica entre dois corpos.

Utilizando a equação 5 e a equação 14, e sabendo que as partículas se tornam uma só, temos o seguinte:

$$p_i = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \quad (\text{Equação 16})$$

E para obter a velocidade final através da equação 16, temos que:

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \quad (\text{Equação 17})$$

Um aparelho usado para medir velocidade de projéteis de armas de fogo, e também um exemplo muito utilizado no ensino de colisões totalmente inelásticas, é o pêndulo balístico que consiste num bloco de madeira pendurado por dois fios, no qual o seguram de maneira que possa oscilar como um pêndulo. O objetivo do uso deste pêndulo é saber qual a velocidade que o projétil adquire, pois os valores das massas do projétil e do bloco são conhecidos e a altura que o pêndulo atinge de acordo com a posição inicial ocorre de maneira tão rápida que não há tempo para que o pêndulo possa elevar-se apreciavelmente, portanto podemos considerar como um método unidimensional. Para encontrar a velocidade final de acordo com a altura cujo pêndulo alcança, utilizamos a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_i^2 + 2a\Delta S \quad (\text{Equação 18})$$

Sabemos que a velocidade inicial é nula, a aceleração é a aceleração gravitacional e a variação do movimento é a altura que o pêndulo alcança, sendo assim a velocidade final é:

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

Como a velocidade do bloco é zero, para encontrar a velocidade do projétil através da equação 17, temos:

$$v_{1i} = \frac{(m_1 + m_2)\sqrt{2gh}}{m_1}$$

### 2.4.3 - Colisões elásticas unidimensionais

Como foi dito anteriormente uma colisão elástica é toda colisão que possua conservação da energia cinética e do momento linear. Podemos considerar dois discos que colidem elasticamente numa linha reta.

O momento total do sistema se conserva:

$$p_i = m_1 v_{1i} + m_1 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_1 v_{2f} = p_f \quad (\text{Equação 19})$$

A energia cinética também se conserva, e podemos escrevê-la em termos do momento linear, já que  $v = p/m$ , então:

$$E_c = \frac{p_{1i}^2}{2m_1} + \frac{p_{2i}^2}{2m_2} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} \quad (\text{Equação 20})$$

Utilizando um pouco de álgebra, poderemos reescrever a equação 20 da seguinte maneira:

$$p_{2f}^2 - p_{2i}^2 = \frac{m_2}{m_1} (p_{1i}^2 - p_{1f}^2) \quad (\text{Equação 21})$$

E também reescrever a equação 19 da seguinte maneira:

$$p_{2f} - p_{2i} = p_{1i} - p_{1f} \quad (\text{Equação 22})$$

Dividindo a equação 21, pela equação 22, teremos:

$$p_{2f} + p_{2i} = \frac{m_2}{m_1} (p_{1i} + p_{1f}) \quad (\text{Equação 23})$$

Reescrevendo em termos de velocidade:

$$m_2(v_{2f} + v_{2i}) = \frac{m_2}{m_1} m_1(v_{1f} + v_{1i}) \quad (\text{Equação 24})$$

Simplificando:

$$v_{2f} - v_{1f} = -(v_{2i} - v_{1i}) \quad (\text{Equação 25})$$

Podemos então concluir que para uma colisão perfeitamente elástica, as velocidades (em módulo) antes da colisão, possuem o mesmo valor após a colisão.

Agora, utilizando as equações 22 e 23, e omitindo vários passos algébricos, podemos chegar num sistema linear no qual é possível reescrever as velocidades finais das duas partículas em termos das massas e das velocidades iniciais:

$$\begin{cases} v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i} \\ v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \end{cases} \quad (\text{Equação 26})$$

#### 2.4.4 - Colisões elásticas bidimensionais

Entraremos agora no foco principal dos estudos desta monografia, que é o tratamento bidimensional das colisões. Partiremos do pressuposto que numa colisão, o alvo permanece em seu estado de repouso, pois em experiências com aceleradores, é o caso mais comum.

Com a utilização dos discos do hóquei de mesa, podemos caracterizar as condições iniciais como sendo simplesmente  $\mathbf{p}_{1i} = m_1 \mathbf{v}_{1i}$ , pois o disco alvo com massa  $m_2$  permanece em repouso. Todavia, para estudos bidimensionais, essa característica não é suficiente, necessitamos também conhecer a distância cujo centro de massa da partícula em movimento se encontra do eixo do centro de massa da partícula alvo, em outras palavras, considerando que o centro de massa da partícula alvo seja a origem de um sistema de coordenadas cartesianas, e a partícula em movimento se aproxima paralelamente ao eixo x, a distância que precisamos conhecer, é o módulo do valor entre o centro de massa da partícula em movimento e o eixo x.

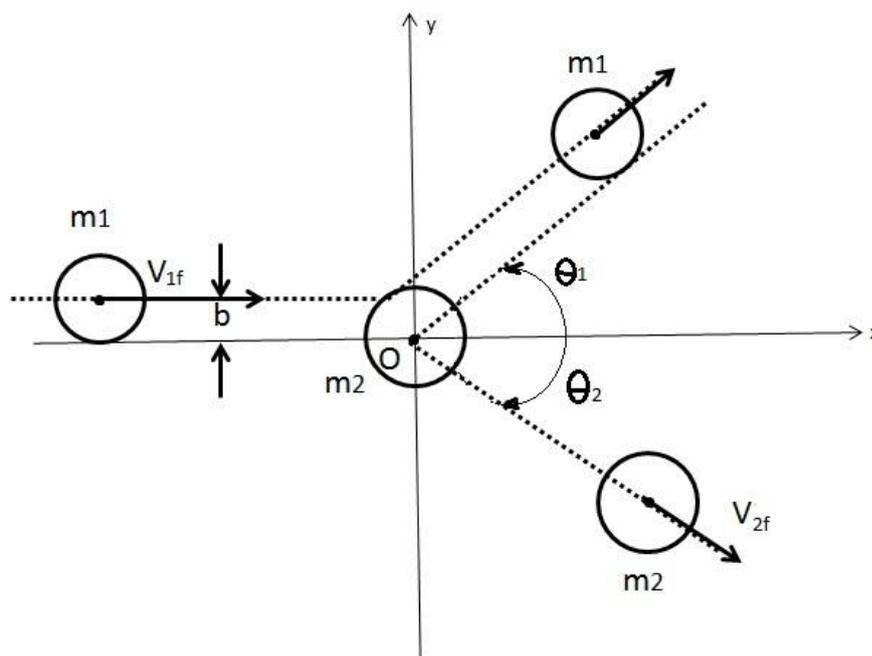


Imagem 2.4.1 - Colisão Bidimensional

O nome dessa distância é *parâmetro de choque*, e será representada pela letra  $b$ . Esse parâmetro é de suma importância para os estudos bidimensionais, pois teremos diferentes resultados de acordo com seu valor. Se considerarmos o valor de  $b = 0$ , teremos o mesmo caso de uma colisão unidimensional, porém se tivermos o valor de  $b$  maior que a junção dos dois raios dos discos, não haverá colisão.

Como nos casos anteriores, se o sistema estiver isento de forças externas, o momento se conserva, e como uma das partículas está em repouso, temos que:

$$\mathbf{p}_{1i} = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f} \quad (\text{Equação 27})$$

Podemos afirmar que este conjunto de vetores encontra-se num mesmo plano de colisão.

As análises matemáticas que utilizaremos também dependerão dos ângulos de separação que as partículas tomarão de acordo com o eixo de coordenadas (utilizando o centro de massa da partícula alvo como origem).

É importante lembrar que estas análises de colisões são equivalentes para sistemas que não possui interação mecânica, e sim interações eletromagnéticas, cujo campo pode mudar a direção da trajetória de movimento, porém não é de interesse para este estudo.

Realizando a decomposição vetorial da equação 27, nas direções x e y, encontraremos o seguinte:

$$\begin{cases} p_{1f} \cos \theta_1 + p_{2f} \cos \theta_2 = p_{1i} \\ p_{1f} \sin \theta_1 - p_{2f} \sin \theta_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{Equação 28})$$

Similarmente a equação 20, podemos analisar a energia cinética inicial e final, e neste caso estamos tratando de colisões elásticas no qual essas energias são iguais:

$$E_{c \text{ inicial}} = \frac{\mathbf{p}_{1i}^2}{2m_1}$$

$$E_{c \text{ final}} = \frac{\mathbf{p}_{1f}^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_{2f}^2}{2m_2}$$

Numa colisão elástica:

$$\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} \quad (\text{Equação 29})$$

Diferente do caso unidimensional, precisamos conhecer novas informações para que seja possível determinar as características finais, pois os ângulos de afastamento das partículas são desconhecidos. Podemos utilizar o parâmetro b, se as forças de interações forem conhecidas, para que assim conseguimos calcular a trajetória, ou definir o valor de um dos ângulos para podermos calcular as outras incógnitas.

As interações mecânicas numa colisão entre duas partículas podem variar de acordo com suas massas, faremos duas análises, uma na qual as partículas possuem os mesmos valores de massa e posteriormente analisaremos um caso geral para qualquer valor dessas massas.

Considerando as massas das duas partículas iguais e analisando a equação 29, temos que:

$$p_{1i}^2 = p_{1f}^2 + p_{2f}^2 \quad (\text{Equação 30})$$

Se lembrarmos os estudos de geometria analítica, e observarmos a lei dos cossenos:

$$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = A^2 + B^2 + 2\vec{A}\vec{B} \quad (\text{Equação 31})$$

Verificamos que se utilizarmos o valor de  $p_1$  encontrado na equação 27 e substituirmos na equação 30 e usarmos a lei dos cossenos, concluiremos que:

$$p_{1f}^2 + p_{2f}^2 = p_{1f}^2 + p_{2f}^2 + 2\mathbf{p}_{1f} \cdot \mathbf{p}_{2f}$$

$$\mathbf{p}_{1f} \cdot \mathbf{p}_{2f} = 0$$

Isso nos leva a concluir que os ângulos de afastamento das partículas de acordo com o eixo, que chamamos de  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , formam  $90^\circ$ , ou seja, numa colisão elástica com partículas de massas iguais e uma delas encontrando-se em repouso, as direções de movimento são perpendiculares.

Para analisar casos gerais, no qual as massas das duas partículas que podem ou não ser diferentes, transformamos a equação 30 na seguinte maneira:

$$p_{2f}^2 = \frac{m_2}{m_1} (p_{1i}^2 - p_{if}^2) \quad (\text{Equação 32})$$

Da mesma forma que foi feito anteriormente com  $p_{1i}^2$  com a equação 27 e a lei dos cossenos, repetiremos o mesmo procedimento:

$$\frac{m_2}{m_1} (p_{1i}^2 - p_{if}^2) = p_{1i}^2 + p_{if}^2 + 2\mathbf{p}_{1i} \cdot \mathbf{p}_{1f}$$

$$\frac{m_2}{m_1} (p_{1i}^2 - p_{if}^2) = p_{1i}^2 + p_{if}^2 + 2p_{1i} \cdot p_{1f} \cos\theta_1$$

Vamos chamar  $m_2/m_1 = \lambda$  para facilitar os cálculos, e simplificar a equação acima:

$$(1 + \lambda)p_{1f}^2 - 2p_{1i} \cos\theta_1 p_{1f} + (1 - \lambda)p_{1i}^2 = 0 \quad (\text{Equação 33})$$

Se durante os cálculos da colisão definirmos o valor de  $\theta_1$ , a equação 33 se resume numa equação de segundo grau, no qual o valor que queremos encontrar é  $p_{1f}$ . Entretanto não são todas as raízes aceitáveis para essa equação, como

estamos calculando valores mensuráveis, as raízes devem ser reais e positivas, e que para isso aconteça, calculamos o valor de delta da equação como:

$$\Delta = \cos^2\theta_1 - 1 + \lambda^2 \geq 0 \quad (\text{Equação 34})$$

Para melhor visualização podemos utilizar a regra trigonométrica:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta - 1 = -\sin^2\theta$$

Então para que as raízes de  $p_{1f}$  sejam reais, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\Delta = \lambda^2 - \sin^2\theta_1 \geq 0 \quad (\text{Equação 35})$$

Vamos calcular as raízes da equação 33:

$$p_{1f} = \frac{2p_{1i}\cos\theta_1 \pm \sqrt{(2p_{1i}\cos\theta_1)^2 - 4(1+\lambda)(1-\lambda)p_{1i}^2}}{2(1+\lambda)}$$

Simplificando e usando a equação 34:

$$p_{1f} = \frac{p_{1i}}{(1+\lambda)} \left[ \cos\theta_1 \pm \sqrt{\cos^2\theta_1 - (1-\lambda^2)} \right] \quad (\text{Equação 36})$$

Como toda equação de 2º,  $p_{1f}$  apresenta duas raízes, apenas uma delas é aceitável, a positiva ou igual à zero. Também podemos estudar essas raízes de acordo com as massas das partículas:

Se  $m_2 > m_1$ , o valor de delta sempre será positivo, mas uma das raízes será negativa.

Se  $m_2 < m_1$  as duas raízes serão aceitáveis, pois o momento final da partícula que estava em movimento inicialmente sempre será maior ou igual à zero, e podemos afirmar, que se  $m_1$  foi muito maior que  $m_2$ , a partícula 1 praticamente não altera sua trajetória.

### 2.4.5 - Colisões inelásticas bidimensionais

Entramos agora no ultimo tópico sobre colisões, que por sua vez não é de tanto interesse para o foco principal deste trabalho, pois colisões inelásticas bidimensionais são mais comuns entre interações de reações nucleares, onde duas partículas de massas definidas colidem e mesmo permanecendo ou não duas partículas na configuração final, essas partículas podem se transformarem em outras com massas diferentes, ou seja, teremos quatro momentos lineares.

Para o estudo desse tipo de colisão, uma nova grandeza é calculada, que recebe o nome de “fator Q”, que associa os valores das energias cinéticas finais e iniciais:

$$Q = E_{c f} - E_{c i} = E_{c 3} + E_{c 4} - E_{c 1} \quad (\text{Equação 37})$$

As energias cinéticas 3 e 4 estão associadas às novas partículas formadas após a colisão.

Os de ganho e perda de energia cinética recebem o nome de endoérgico - quando a energia cinética é transformada em outros tipos de energia - e exoérgico – quando há um ganho de energia cinética no sistema.

## CAPÍTULO III

---

### PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1 – Preparação do experimento

O objetivo inicial deste trabalho foi de colocarmos em funcionamento a mesa ou colchão de ar que estava parada em um dos laboratórios do Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá. A ideia inicial era de montar uma webcam, que posicionada na parte superior da mesa, e com o auxílio de um computador e um software capaz de capturar várias imagens em curto espaço de tempo. Com estes dados poderíamos estudar o movimento dos discos. Foi necessário modificarmos o material utilizado, pois não obtemos webcams que são capazes de capturar imagens em movimento com boa qualidade (possuem valores elevados,). Ainda existiu certa dificuldade em encontrar softwares gratuitos e de fácil manuseio que tiram fotos em curtos intervalos de tempo.

Após certo tempo de procura dos materiais, decidimos então modificá-los, conseguimos emprestada uma câmera filmadora *SONY Handcam*, de uso não profissional, onde filmaríamos todas as colisões e logo após com a ajuda de algum software obteríamos as imagens com o intervalo de tempo necessário.

O início do trabalho foi conferir se era possível colocar a mesa de ar para funcionar. Foi necessário colocá-la sobre uma bancada do laboratório de maneira que não atrapalhasse as atividades pedagógicas do período letivo. A mesa possui duas entradas de ar, onde seriam encaixados os tubos dos compressores de ar no qual o laboratório disporia, e sobre sua superfície existem inúmeros furos com pequenas dimensões que promovem o surgimento do colchão de ar. Os problemas logo surgiram, pois os tubos dos compressores eram maiores que o furo da mesa, foi então necessário adaptar um redutor de encanamento de PVC, que foi fixado com silicone na entrada da mesa. A fixação entre o redutor e o tubo foi através de abraçadeiras de metal, como mostra a imagem:



Imagem 3.1: Ligação entre o compressor de ar e a mesa.

Com a mesa funcionando era necessário a confecção dos discos, como observamos que mesmo com os dois compressores a mesa não possuía grande fluxo de ar. Por isso construímos discos de poliestireno expandido (isopor), pois sua massa é bem reduzida e então será possível fazer com que os discos flutuem. Foram construídos seis discos, três com aproximadamente quinze centímetros de diâmetro, e três com aproximadamente doze centímetros de diâmetro. Uma dificuldade encontrada foi que como as massas eram muito pequenas, os discos se movimentavam através da ação do ar, fornecendo forças externas para o sistema de colisões, alterando as velocidades e sentidos dos movimentos. Para corrigir esse erro, foi necessário diminuir a vazão de ar que o compressor fornece. Modificando essa vazão simultaneamente nos dois compressores foi possível chegar numa vazão ideal para fazer os discos flutuarem e não modificarem seus movimentos.

Outra barreira encontrada foi encontrar um meio de fixar a câmera na parte superior da mesa, como esta possuía grandes dimensões de área, era

necessária altura suficiente para que a câmera capturasse todo o espaço. A solução foi o fato de existir um suporte de pouco mais de 4 metros de altura e que estava sem utilização no departamento. Porém ainda tínhamos o problema de fixação da câmera. A ideia foi construir um suporte que em uma das extremidades seria fixado no suporte de 4 metros, e na outra extremidade seria fixada a câmera. Esse suporte foi construído com uma chapa metálica, encontrada nas sucatas da oficina do departamento, mas como era muito maleável, o peso da câmera a entortava, impedindo a formação de uma imagem simétrica. A solução encontrada foi fixarmos o tripé (próprio da filmadora) no suporte de quatro metros, fixando-o apenas com fita e barbante já foi o suficiente para deixar a câmera fixa e sem problemas na formação da imagem.



Imagem 3.2 – Fixação da câmera

Ao fim da organização do experimento alguns testes foram feitos (Anexos), e foi observada a necessidade de demarcar o espaço percorrido pelos discos, para a demarcação, colamos tiras de fita adesiva com espaçamento de dez centímetros, uma da outra, facilitando assim os futuros cálculos.

### 3.2 – Construção das Imagens

As construções das imagens foram feitas da seguinte maneira: Após as filmagens feitas pela câmera fixada na parte superior da mesa, procuramos algum software capaz de criar uma foto instantânea do quadro atual sendo possível escolher o tempo da imagem. O software escolhido foi o *Windows Live Movie Maker*, clicando na opção “Instantâneo” podemos retirar uma imagem do vídeo, e usando esse método tiramos várias imagens com intervalo de tempo determinado no cursor de tempo.

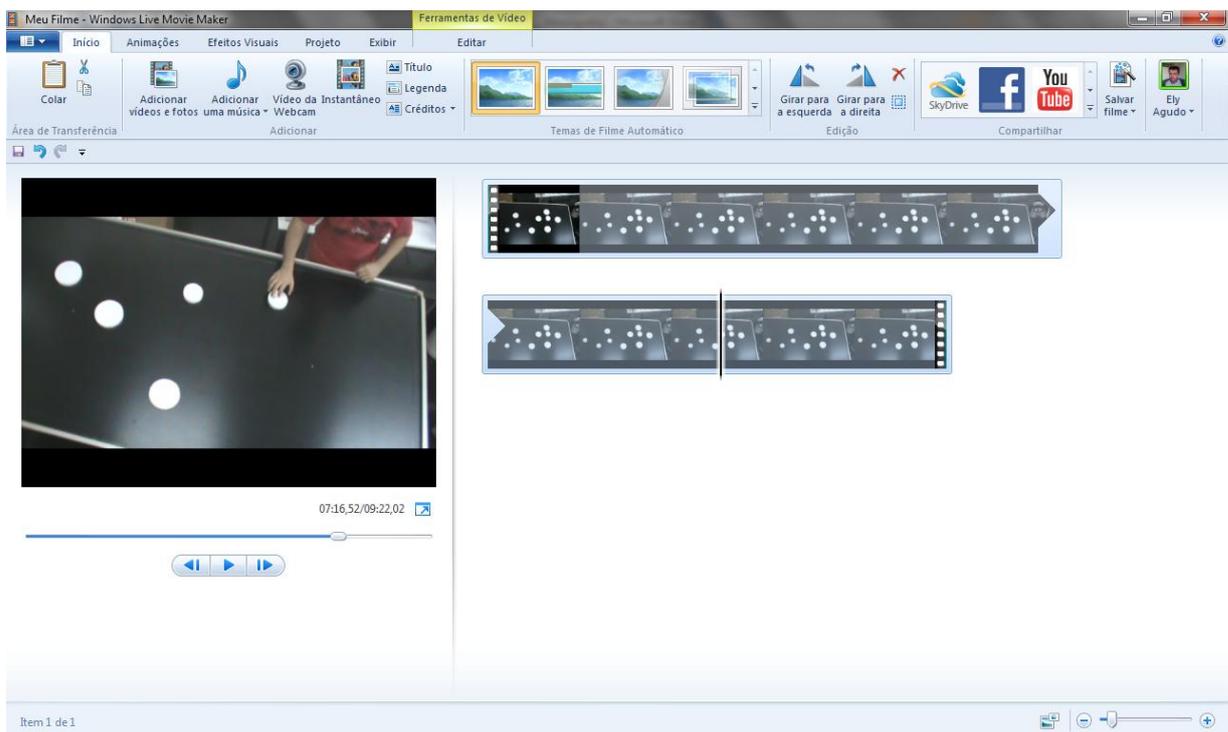


Imagem 3.2 – Software *Windows Live Movie Maker*

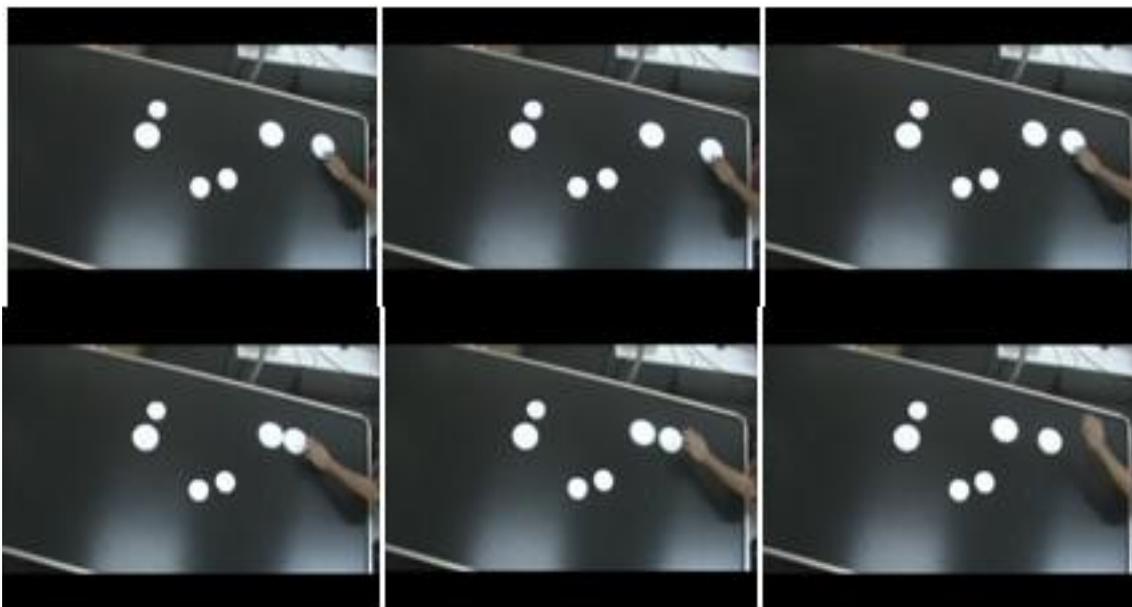


Imagem 3.3 – Fotos Instantâneas

Para o efeito de movimento na imagem, construímos o que pode ser chamado de imagem estroboscópica digital, e para isso foi usada a técnica de sobreposição de imagens com o auxílio da ferramenta Photoshop CS4. A técnica consiste em separar as imagens que formarão a sobreposição em camadas (layers) individuais, onde cada camada deverá ter opacidade menor que a superior. A propriedade opacidade de cada camada refere-se ao nível, em porcentagem da transparência de cada camada.

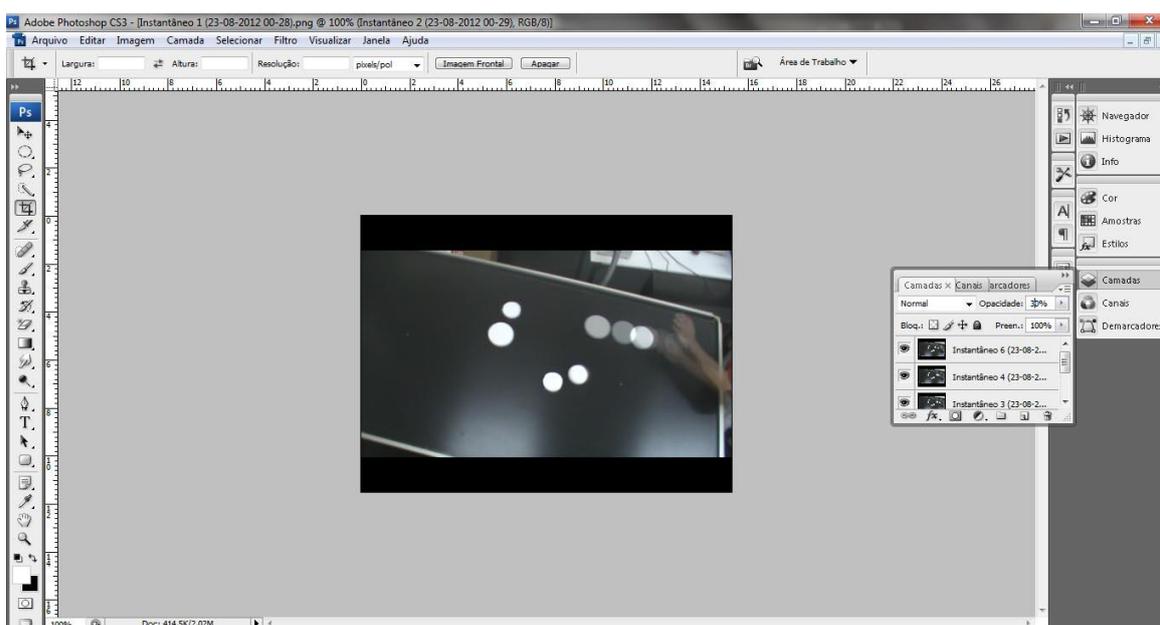


Imagem 3.4 – Software *Photoshop CS4*



Imagem 3.5 – Sobreposição (teste) das Imagens

### 3.3 – Cálculos das Velocidades

Inicialmente a metodologia a ser empregada para calcular as velocidades seria através da impressão das imagens e com a ajuda de uma régua mediríamos o espaço percorrido pelo disco em escala e com o tempo conhecido calcularíamos a velocidade média do disco, porém os erros encontrados foram altíssimos, pois as imagens possuem baixa resolução e quanto maior é sua impressão, mais difícil fica sua medição, portanto utilizamos a ajuda do software *Tracker*, este que é capaz de calcular o espaço percorrido se for conhecido alguma medida real (que no caso foi utilizado os espaçamentos de 10 cm feitos com as tiras de fita adesiva), conhecendo as distâncias e os tempos percorridos a cada imagem, é possível traçar um gráfico de distância versus tempo, e então calcular as velocidades médias. E para diminuir mais os erros, foram utilizados os tempos suficientes para que não houvesse grande desaceleração dos discos.

## CAPÍTULO IV

### ESTUDO EXPERIMENTAL DE COLISÕES BIDIMENSIONAIS

Para darmos início aos estudos experimentais, gravamos um vídeo com diversas colisões, no qual totalizou 25 min. e 12 seg. de gravação, nessa gravação simulamos colisões com discos de massas semelhantes e diferentes, colidindo com diferentes velocidades de lançamento. Após a gravação selecionamos três colisões para serem estudadas:

#### Colisão 1

A construção da primeira imagem foi baseada num trecho do vídeo, no qual tiramos dez imagens instantâneas, espaçadas a cada dois décimos de segundo, onde tínhamos discos de massas diferentes:

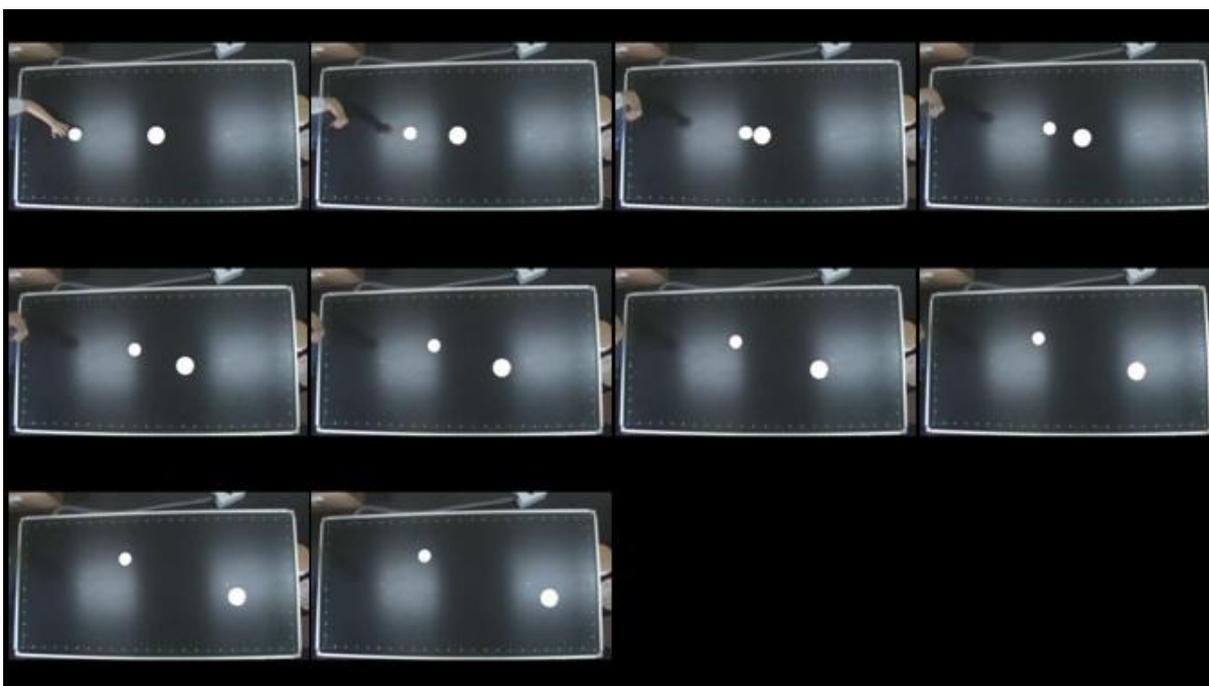


Imagem 4.1: Imagens Instantâneas – Colisão 1

Sua imagem estroboscópica digital ficou da seguinte forma:

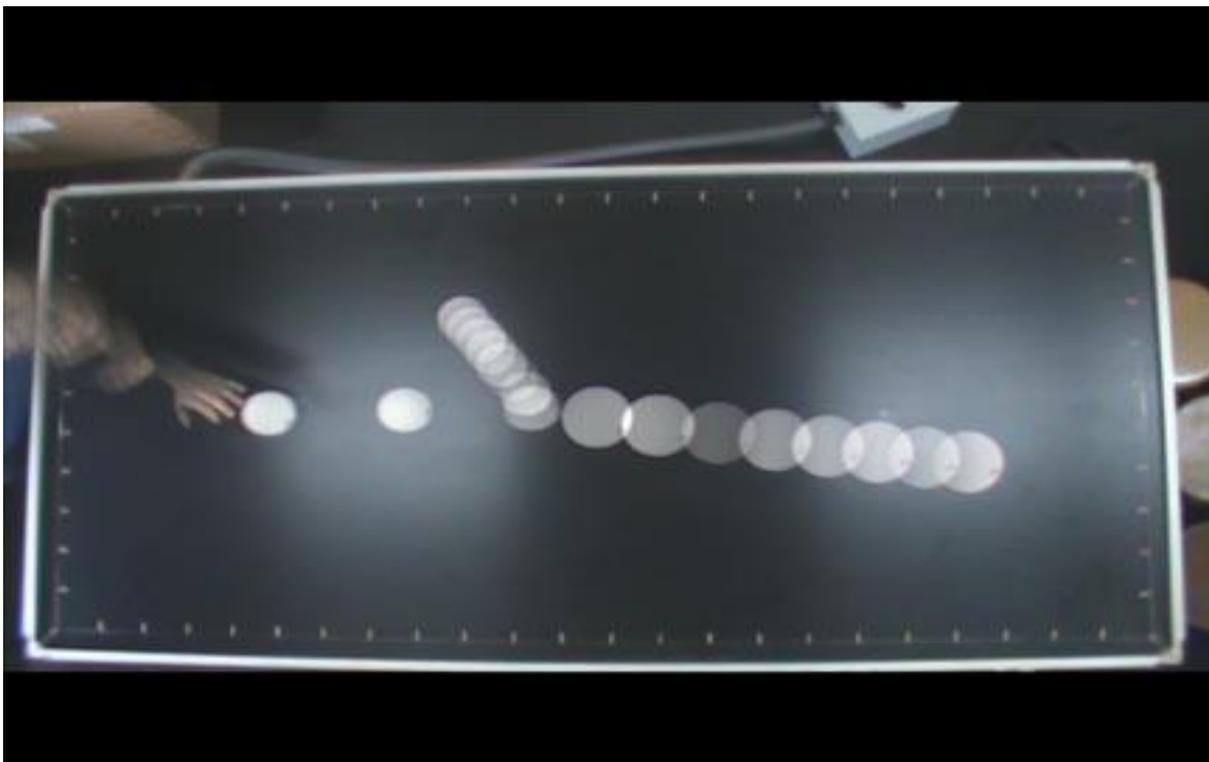


Imagem 4.2: Imagem Estroboscópica Digital – Colisão 1

Para facilitar os cálculos traçamos retas de acordo com os espaçamentos previamente estabelecidos na mesa:

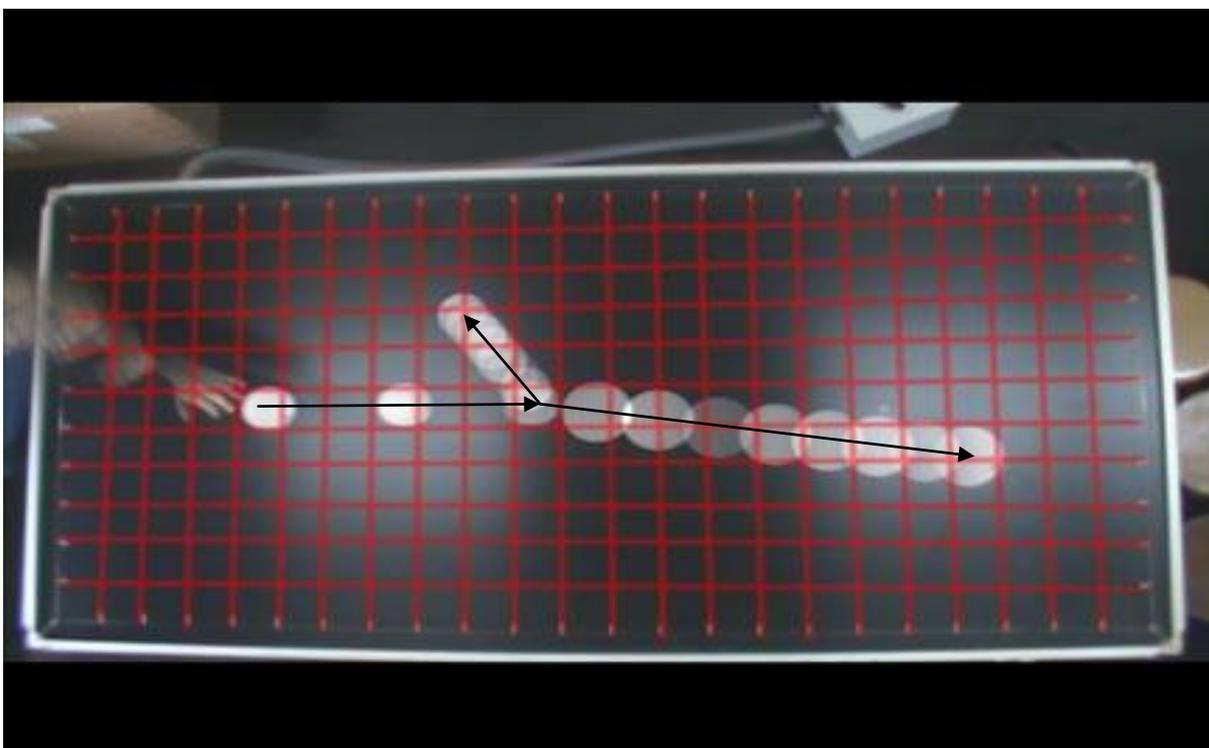


Imagem 4.3: Retas distanciadas a cada 10 cm. – Colisão 1

A ideia inicialmente era imprimir as imagens, e com apenas a ajuda de uma régua, calcular os espaços percorridos pelos discos de acordo com o tempo que já era conhecido, então encontrar suas velocidades. Porém com a baixa qualidade das imagens, ficou praticamente impossível calcular sua trajetória com baixo erro experimental. Portanto apelamos para a ajuda de outro software encontrado gratuitamente na internet, o *Tracker*, este software é capaz de nos fornecer a distância percorrida pelo disco com mais precisão. Considerando o centro dos eixos o centro de massa do disco inicialmente em movimento, foi possível até construir o gráfico através do próprio programa.

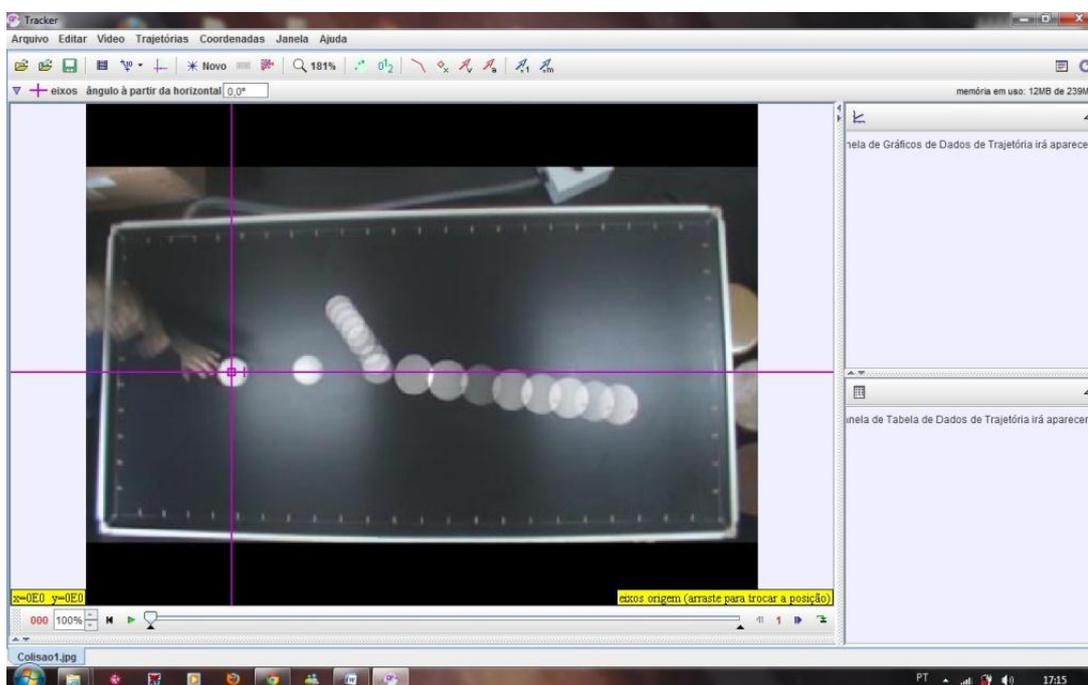


Imagem 4.4: Software *Tracker*

Sendo assim é possível construir a tabela da distancia percorrida no eixo x e no eixo y em função do tempo, pelos discos 6 (2,28g) e 1 (4,1g) e também os respectivos gráficos:

Dados Disco 6			Dados Disco 1		
t	x	y	t	x	y
0	0,007	0,016	0	71,352	-0,971
0,4	57,297	1,648	0,4	71,347	-0,966
0,6	55,935	5,386	0,6	84,735	-2,859
0,8	53,266	9,219	0,8	97,741	-4,95
2,0	40,539	26,962	2,0	161,061	-14,318

Tabela 4.1 – Distância vs Tempo

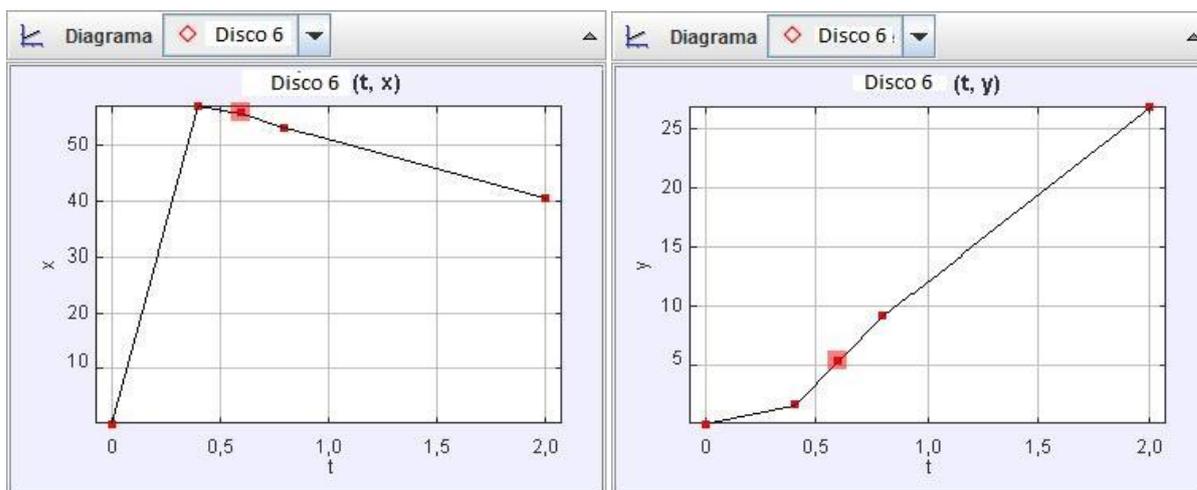


Gráfico 4.1 – Distância X vs t e Distância Y vs t – Disco 6

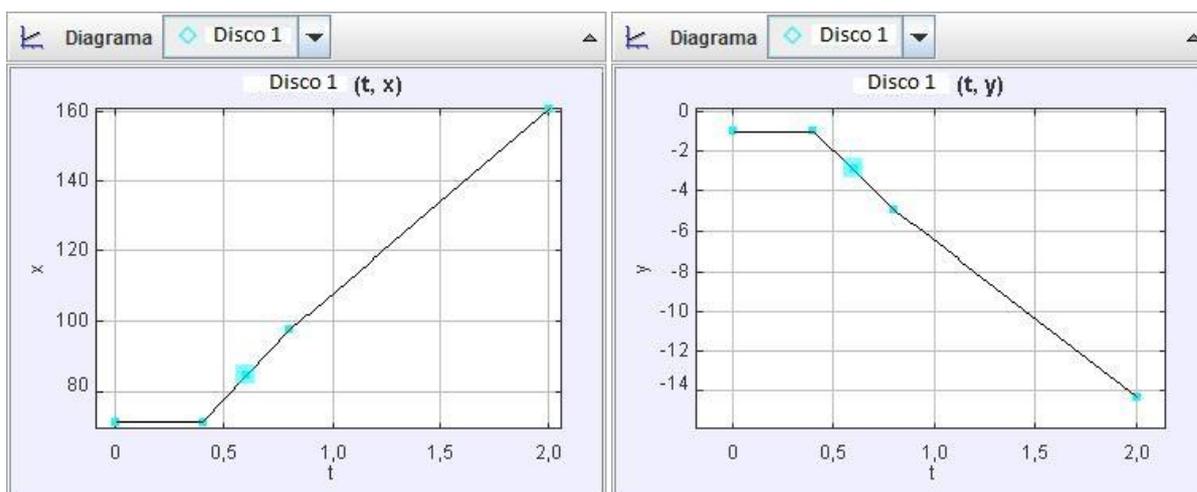


Gráfico 4.2 – Distância X vs t e Distância Y vs t – Disco 1

- Velocidades e Quantidade de Movimento

	Velocidade Inicial (cm/s)	Velocidade Final (cm/s)	Quantidade de Movimento Inicial (g cm/s)	Quantidade de Movimento Final (g cm/s)
Disco 6	143,284	23,353	326,685	53,225
Disco 1	0	65,865	0	270,04

Ou seja:

$$p_f = 323,265 \text{ g cm/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = 1,04 \%$$

- Energia Cinética

	$E_c$ Inicial (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$E_c$ Final (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
Disco 6	23404,473	621,250
Disco 1	0	8892,878
Total	23404,473	9514,128

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.

### Colisão 2

A construção da segunda imagem foi baseada num trecho do vídeo, no qual tiramos quatorze imagens instantâneas, espaçadas a cada dois décimos de segundo:



Imagem 4.4: Imagens Instantâneas – Colisão 2

Sua imagem estroboscópica digital ficou da seguinte forma:

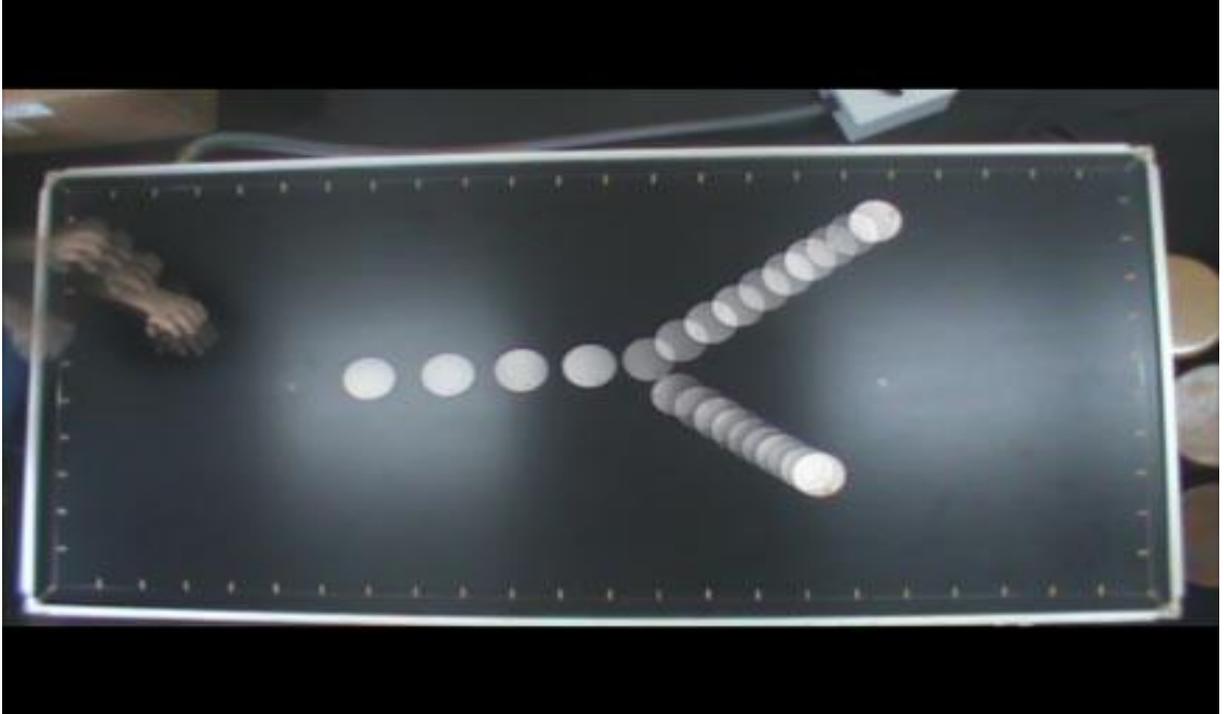


Imagem 4.5: Imagem Estroboscópica Digital – Colisão 2

Para facilitar os cálculos traçamos retas de acordo com os espaçamentos previamente estabelecidos na mesa:

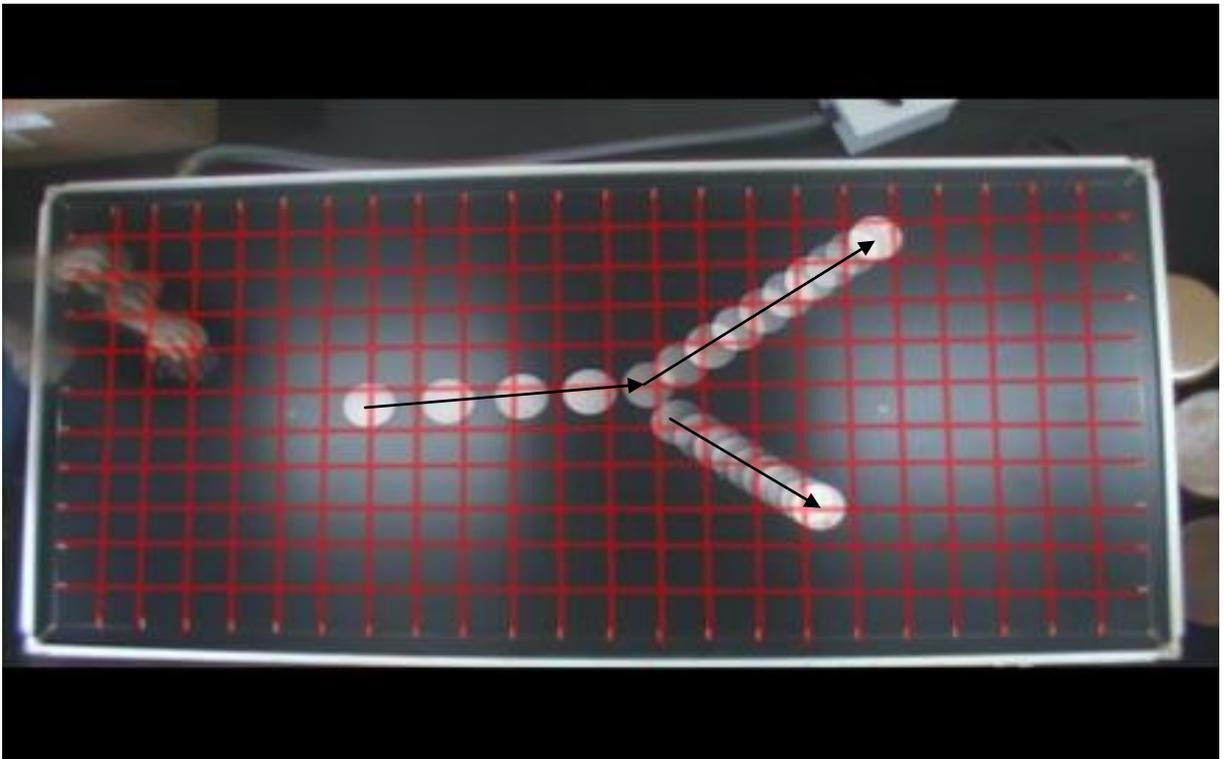
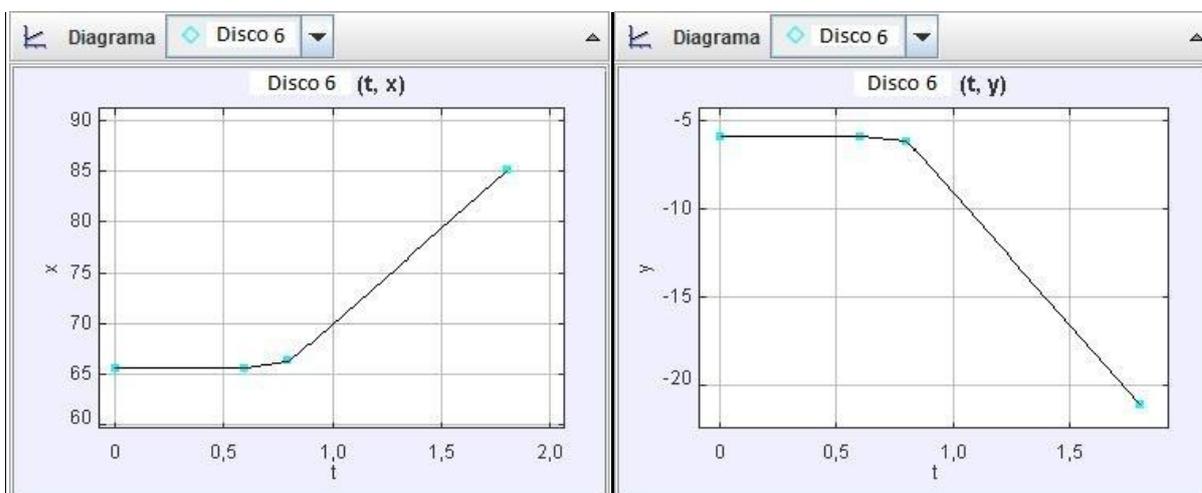
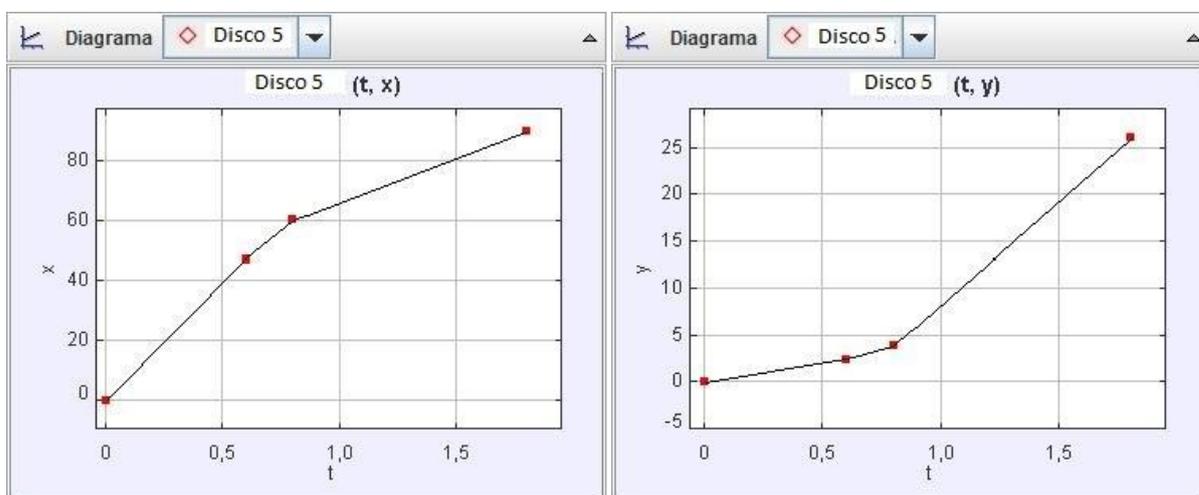


Imagem 4.6: Retas distanciadas a cada 10 cm. – Colisão 2

Na colisão 2 usamos discos com valores de massas aproximados, os discos usados aqui são o disco 5 (2,04g) e o disco 6 (2,28g), com a ajuda do software *Tracker* construímos novamente as tabelas de espaço percorrido pelo tempo novamente:

Dados Disco 5			Dados Disco 6		
t	x	y	t	x	y
0	0,072	-0,001	0	65,597	-5,9
0,6	47,331	2,431	0,6	65,597	-5,9
0,8	60,07	3,876	0,8	66,358	-6,17
1,8	90,021	26,108	1,8	85,053	-21,016

Tabela 4.2 – Distância vs Tempo



- Velocidades e Quantidade de Movimento

	Velocidade Inicial (cm/s)	Velocidade Final (cm/s)	Quantidade de Movimento Inicial (g cm/s)	Quantidade de Movimento Final (g cm/s)
Disco 5	78,869	37,300	160,893	76,092
Disco 6	0	23,873	0	54,430

Ou seja:

$$p_f = 130,522 \text{ g cm/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = 18,88 \%$$

- Energia Cinética

	$E_c$ Inicial (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$E_c$ Final (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
Disco 5	6344,744	1419,116
Disco 6	0	649,698
Total	6344,744	2068,814

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.

### Colisão 3

A construção da terceira imagem foi baseada num trecho do vídeo, no qual tiramos sete imagens instantâneas, espaçadas a cada um décimo de segundo:

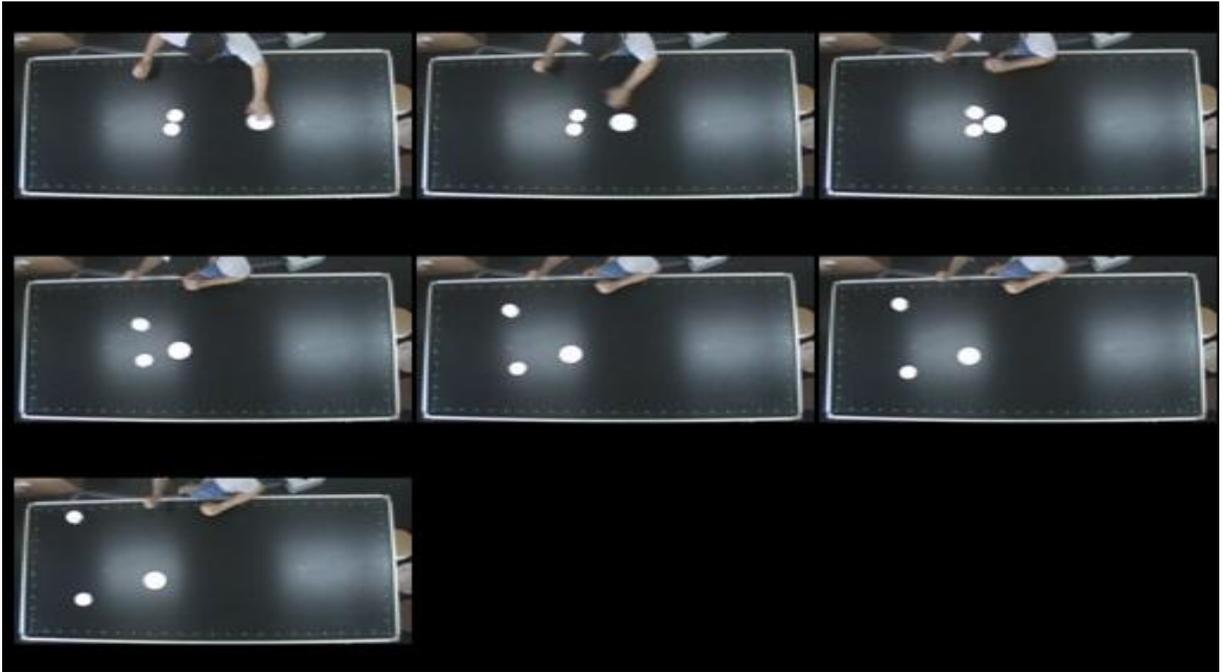


Imagem 4.7: Imagens Instantâneas – Colisão 3

Sua imagem estroboscópica digital ficou da seguinte forma:

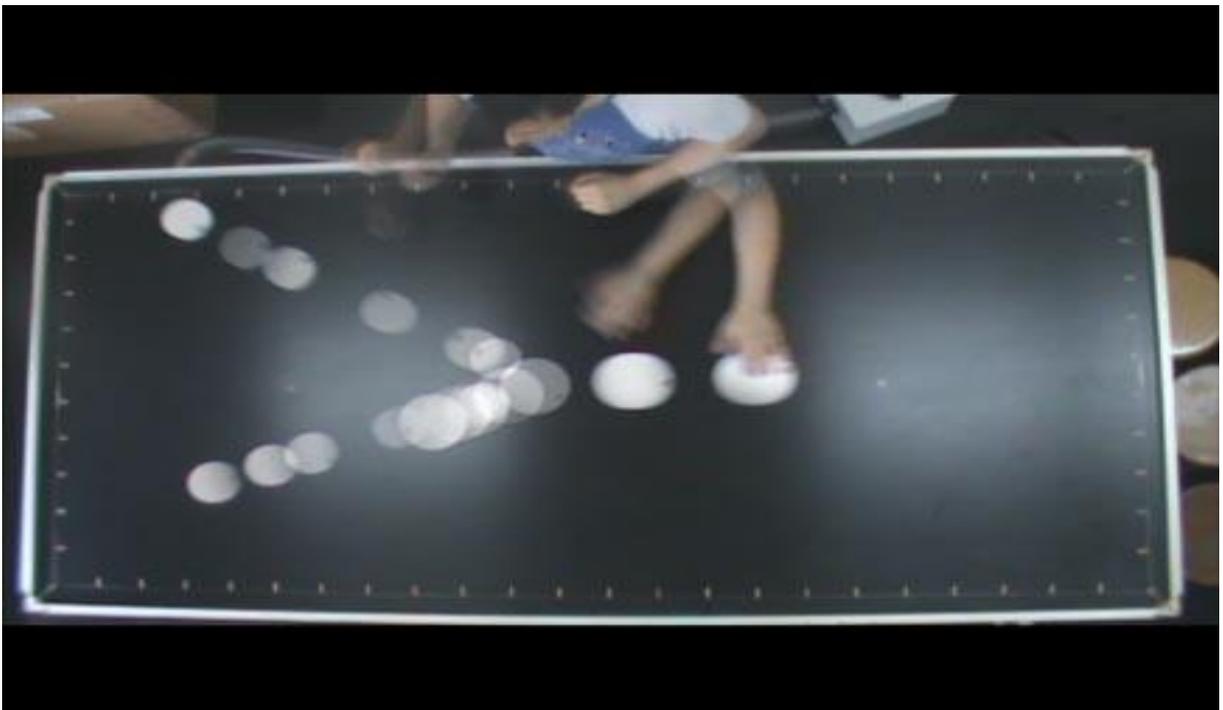


Imagem 4.8: Imagem Estroboscópica Digital – Colisão 3

Para facilitar os cálculos traçamos retas de acordo com os espaçamentos previamente estabelecidos na mesa:

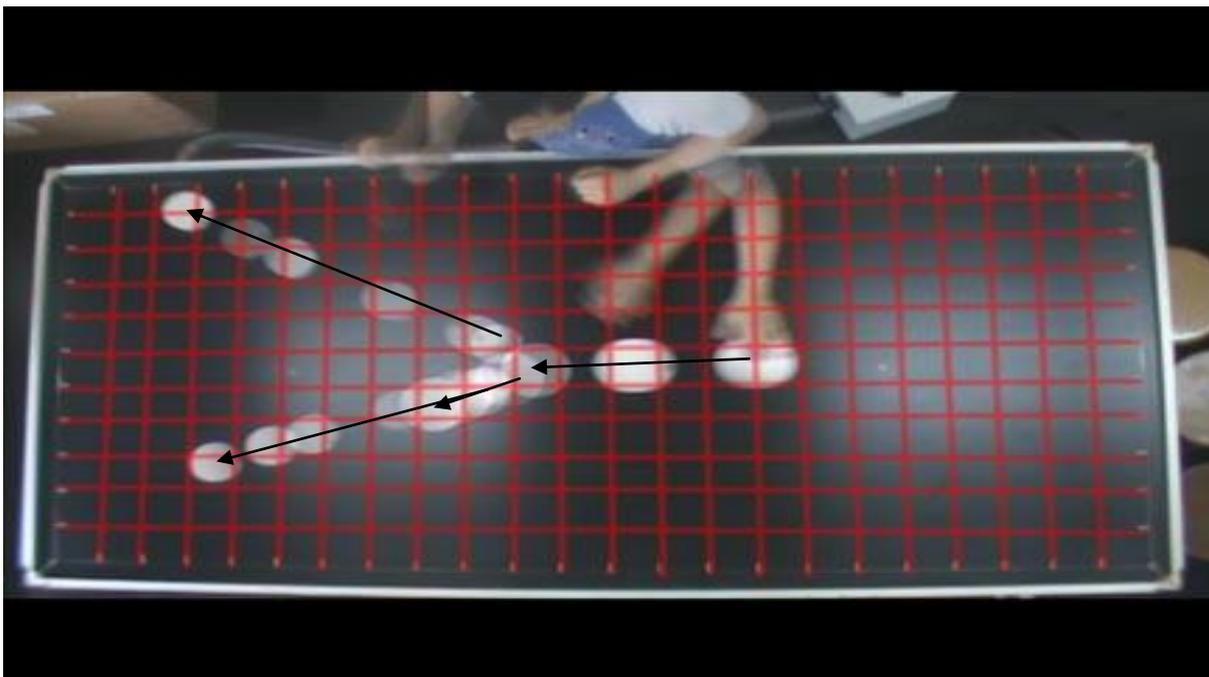


Imagem 4.9: Retas distanciadas a cada 10 cm. – Colisão 3

Na colisão 3 envolvemos três discos, dois de massas semelhantes o disco 4 (2,19 g) e o disco 6 (2,28 g) e um disco de velocidade inicial diferente de zero com massa mais elevada, o disco 3 (3,95 g), e como nas anteriores também foi construídas tabelas de distância em relação ao tempo e seus respectivos gráficos:

Dados Disco 3			
t	x	y	
0	0,027	-0,043	
0,1	-26,082	-0,145	
0,2	-47,102	-1,824	
0,5	-63,917	-9,423	

Dados Disco 4				Dados Disco 6			
t	x	y		t	x	y	
0	-55,701	5,562		0	-58,138	-6,614	
0,1	-55,701	5,647		0,1	-58,227	-6,466	
0,2	-59,84	8,149		0,2	-60,548	-7,221	
0,5	-108,976	36,945		0,5	-103,959	-23,428	

Tabela 4.2 – Distância vs Tempo

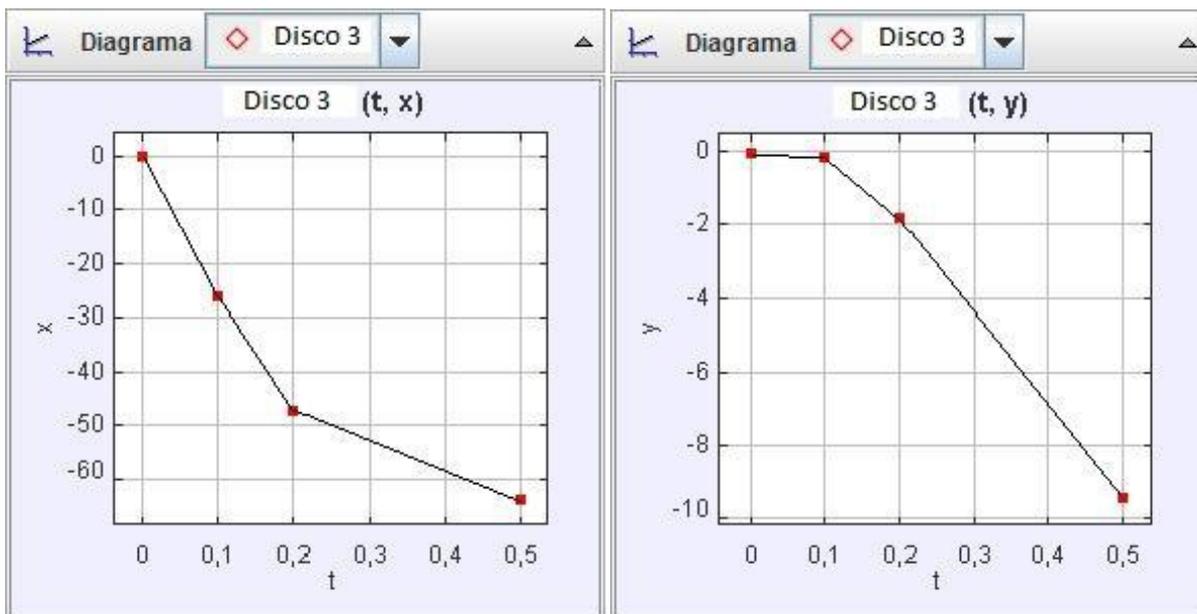


Gráfico 4.5 - Distância X vs t e Distância Y vs t – Disco 3

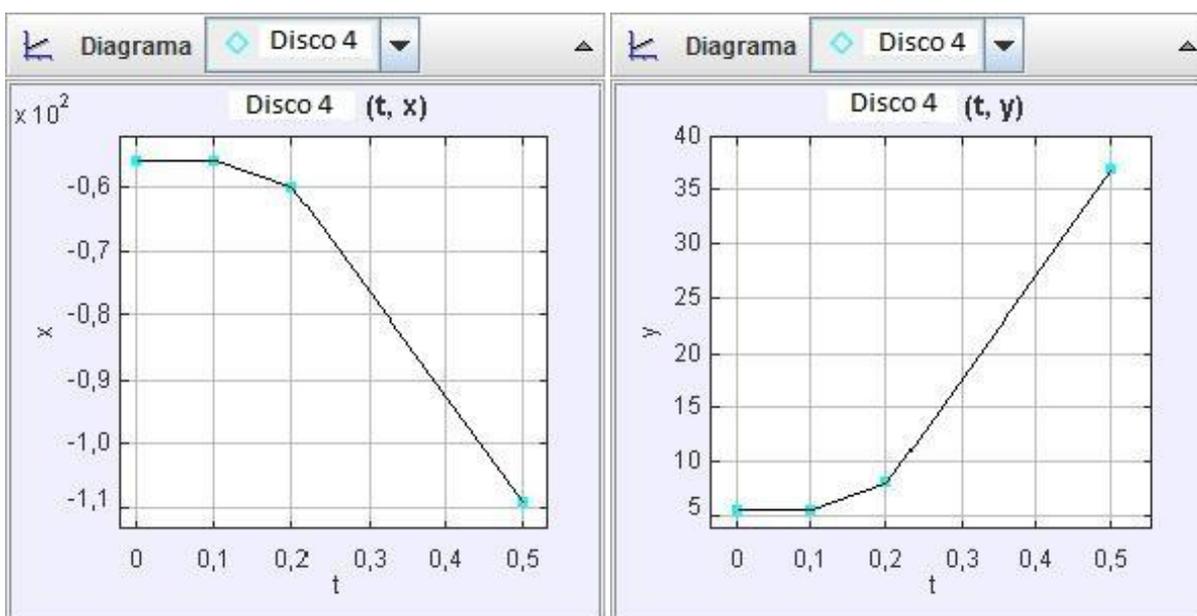


Gráfico 4.6 – Distância X vs t e Distância Y vs t – Disco 4

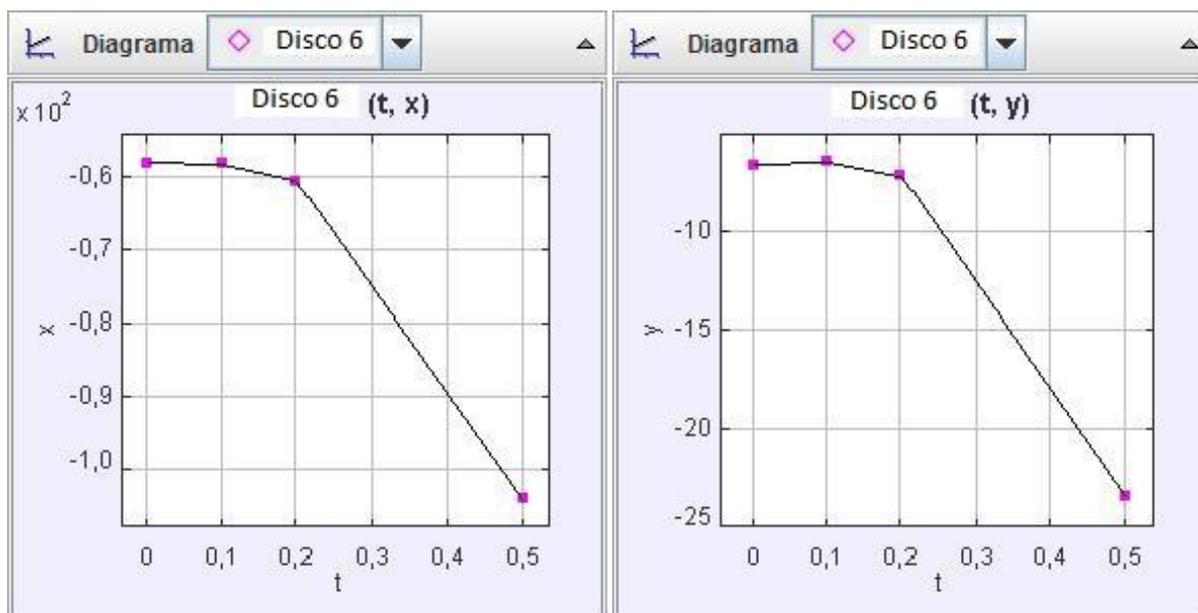


Gráfico 4.7 - Distância X vs t e Distância Y vs t – Disco 6

- Velocidades e Quantidade de Movimento

	Velocidade Inicial (cm/s)	Velocidade Final (cm/s)	Quantidade de Movimento Inicial (g cm/s)	Quantidade de Movimento Final (g cm/s)
Disco 3	261,092	61,508	1031,313	242,956
Disco 4	0	189,841	0	415,752
Disco 6	0	145,608	0	331,986

Ou seja:

$$p_f = 990,694 \text{ g cm/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = 3,94 \%$$

- Energia Cinética

	$E_c$ Inicial (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$E_c$ Final (g cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
Disco 3	134633,735	7471,850
Disco 4	0	39463,408
Disco 6	0	24169,891
Total	134633,735	71105,149

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.

Todos os cálculos se encontram no Apêndice.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

A utilização de fotos estroboscópicas ou também conhecida como fotografias de múltipla exposição foi sugerida como material didático para o ensino de física em meados do século passado, como as utilizadas pelo projeto PSSC (*Physical Science Study Committee*). Este projeto tinha como intuito renovar o ensino de ciências, este que estava sofrendo grandes deficiências. Professores universitários, de ensino médio e do Instituto de Tecnologia de Massachussets (MIT) formaram um grupo para pensar e propor novas maneiras para se ensinar física. O projeto teve características renovadoras, pois foi uma atividade onde o ensino de física poderia ser feito de maneira eficiente e motivadora. Até o momento o ensino de física estava estagnado no paradigma do livro didático, com poucas discussões fenomenológicas e muita matematização, sendo pouco atrativa aos alunos. As necessidades sociais e governamentais da época serviram de grande incentivo para o surgimento de novos cientistas, promovendo então a criação do projeto. A proposta do PSSC era criar uma metodologia de ensino revolucionário, no qual eram utilizados textos com linguagem moderna e conceitos pouco explorados. Forçando uma participação ativa do aluno em diversas circunstâncias, para que ele pudesse se aproximar das reais atividades científicas.

As atividades do PSSC deveriam promover discussões das atividades propostas com a utilização de questões abertas e a utilização de experimentos.

É de fácil percepção o fato de que o uso de tecnologia pode ser um grande aliado para o ensino de física, desde a época do projeto esses recursos eram explorados, porém a criação de fotos estroboscópicas não é tão simples quanto parece, pois para a criação dessas imagens necessita de equipamentos de alto custo, como câmeras fotográficas profissionais, luz estroboscópica e um estúdio com iluminação adequada, e também o fato de que as imagens só podem ser feitas dentro de estúdios, restritas para o uso de outros lugares. Portanto seguindo a linha de pensamento de utilizar a tecnologia a favor do conhecimento, utilizamos aquilo que é acessível nos dias atuais, o computador.

A criação das fotografias estroboscópicas digitais necessitam apenas de uma câmera filmadora e um computador com softwares adequados, e é claro, quanto melhor for a câmera, melhor ficará a imagem.

Durante o desenvolvimento do trabalho foi possível comprovar aquilo que já era defendido desde o começo, pois calcular as velocidades dos discos através da impressão das imagens e a medição com uma régua estava promovendo um erro experimental acima de 50%, e a utilização do software Tracker fez que o erro diminuísse drasticamente.

Podemos perceber que os erros podem ter sido influenciados por forças externas atuando sobre o sistema. O ar que sai pelos furos feitos na mesa (mesmo que regulado) influencia no movimento do disco, e quanto menor a velocidade no qual o disco se movimenta, maior é esta influência. E mesmo com a criação do colchão de ar, ainda existe o atrito que pode modificar o movimento desacelerando-o, isto é possível de ver nas imagens, onde vemos que nas ultimas fotos os discos estão cada vez mais sobrepostos um sobre o outro. A energia dissipada durante a colisão pode ter sido ocasionada tanto pelo atrito, quanto sua transferência para o momento angular, pois mesmo sendo difícil visualizar, o disco pode ter ganhado movimento circular. Os resultados obtidos experimentalmente foram muito próximos aos valores teóricos, porém apenas três cálculos foram feitos, assim não podemos afirmar com tanta certeza a eficácia do experimento e uma possível prática com os alunos de física experimental da Universidade Estadual de Maringá não foi possível, pois a disciplina de Física Geral I é realizada durante o primeiro semestre do ano letivo, e a construção do experimento foi feita durante o segundo semestre.

É muito importante dizer que a utilização da tecnologia não é a solução dos problemas e enfraquecimento do ensino de física. Muitos autores defendem o seu uso, porém não reforçam a ideia de que tudo deve ser usado com consciência, pois existem diversos softwares, vídeos e outros recursos que já dão os resultados ao aluno, impedindo a participação ativa do mesmo, evitando então a construção do seu conhecimento. O uso das tecnologias não pode substituir o papel do professor, e sim ser usada como ferramenta pedagógica no qual junto ao professor possa se tornar mediadores para a construção do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

---

ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A.; MOREIRA, M. A. Uma Revisão Da Literatura Sobre Estudos Relativos a Tecnologias Computacionais No Ensino De Física - *Rev. Bras. de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 4, n. 3, p. 5 - 18, 2004. – Instituto De Física UFRGS.

CENNE, A. H. H. *Tecnologias Computacionais como Recurso Complementar no Ensino de Física Térmica*. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

COELHO, R. O. O Uso da Informática no Ensino de Física de Nível Médio – Pelotas/RS (2002) – (1; 101).

COZENDEY, S. G.; PESSANHA, M. C. R.; SOUZA, M. O. Uma Análise Do Uso De Vídeos Educativos Mono Conceituais Como Uma Ferramenta Auxiliar Da Aprendizagem Significativa De Conceitos Básicos De Física Em Escolas Públicas Do Norte Do Estado Do Rio De Janeiro. Anais do VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, Mortimer, E. F. (org), Florianópolis, Santa Catarina, ABRAPEC, 2007.

FERREIRA, P.; RINO, J. P. Análise De Um Estilingue E Espirais De Caderno: Um Estudo De Caso. *Revista Brasileira De Ensino De Física* – v.28 – n.2 – p.195 – 199. (2006).

FERRÉS, J. Vídeos e Educação. 2ª ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

FEYNMAN, R. P. Lições de Física – vol.1. 1ª edição – Porto Alegre: Bookman -2008.

FIOLHAIS, C., TRINDADE, J. Física no Computador: O Computador como uma Ferramenta no Ensino e na Aprendizagem das Ciências Físicas. *Revista Brasileira do Ensino da Física*, 25, n. 3, p. 259-272 (2003).

FRITZSCH, H. Quarks, A Matéria-Prima Deste Mundo – 1. ed. – Lisboa: Editorial Presença – 1990

GOMES, M. A. O Uso de Software no Ensino de Física e Matemática. Monografia (Licenciatura em Física Ambiental) - Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul, Dourados, 2009.

HALLIDAY, D.; RESNICK R. E.; WALKER, J. Fundamentos de Física – vol. 1. 6 ed. – Rio de Janeiro: LTC – 2002

HEINECK, R.; VALIATI, E. R. A.; ROSA, C. T. W. Software educativo no ensino de Física: análise quantitativa e qualitativa. Revista Iberoamericana de Educación, v. 42, n. 6, p.12. 2007.

JONASSEN, D. H. Micromundos Enquanto Ferramentas Cognitivas. Computadores, Ferramentas Cognitivas. Desenvolver O Pensamento Nas Escolas: Porto Editora (1988)

KNIGHT, R. Física 1: Uma Abordagem Estratégica – 2. ed. – Porto Alegre: Bookman, 2009.

NETO, B.F; BENETTI, J; MONN, K.; OLIVEIRA A. L. Estudo Comparativo de Softwares Livres Destinados ao Ensino de Física, Uma análise qualitativa, Anais da III Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar. Camburiú. 2009.

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica - vol. 1 Mecânica. 4ª edição ver. – São Paulo: Blucher – 2002.

PIETROCOLA, M.; BROCKINTON, G. Recursos Computacionais Disponíveis Na Internet Para O Ensino De Física Moderna E Contemporânea. In: 3ª Encontro de Pesquisa em Ensino de Ciências, 2003, Bauru. Atas do 3ª Encontro de Pesquisa em Ensino de Ciências. Bauru: ABRAPEC, 2003.

PSSC - PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE. Física parte III. São Paulo: EDART, 1967.

ROSA, R. A. S.; RAPOZO, R. R.; CARVALHO, T. M.; SABA, M. M. F. Física na Escola –v.5-n. 1 – p. 17 a 19 (2004).

RUSSO, M. Ciências Na Educação Não Formal: Uma Análise Dos Episódios De O Mundo de Beakman. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Ciências Biológicas) – Universidade Presbiteriana Mackenzie – São Paulo, 2011.

SILVA, R.; ARAUJO, C. P.; FERREIRA, M. N.; SOUZA, M. O. Análise Do Uso De Novas Tecnologias No Ensino De Física Em Quatro Escolas Públicas Do Município De Campos Dos Goytacazes (RJ), In Anais... XVI Simpósio Nacional De Ensino De Física, 2005, RJ, p.1-4.

## APÊNDICES

---

### Cálculos realizados para as colisões

#### Colisão 1

- Velocidades

Calculando a velocidade média do disco 6 antes da colisão temos então:

$$v_{6ix} = \frac{57,297 - 0,007}{0,4 - 0,0} = 143,225 \text{ cm/s ou } 1,43225 \text{ m/s}$$

$$v_{6iy} = \frac{1,648 - 0,0016}{0,4 - 0,0} = 4,116 \text{ cm/s ou } 0,04116 \text{ m/s}$$

Então o módulo da velocidade do disco 6 antes da colisão é:

$$v_{6i} = 143,284 \text{ cm/s ou } 1,43284 \text{ m/s}$$

Como é visível a desaceleração dos discos aproximadamente após 0,8s, calcularemos as velocidades médias finais de 0,6s até esse ponto:

$$v_{6fx} = \frac{53,266 - 55,935}{0,8 - 0,6} = -13,345 \text{ cm/s ou } -1,3345 \text{ m/s}$$

$$v_{6fy} = \frac{9,219 - 5,386}{0,8 - 0,6} = 19,165 \text{ cm/s ou } 0,19165 \text{ m/s}$$

E o módulo da velocidade final do disco 6 é de aproximadamente:

$$v_{6f} = 23,353 \text{ cm/s ou } 0,23353 \text{ m/s}$$

E para o disco 1 de maior massa, suas velocidades são:

$$v_{1fx} = \frac{97,741 - 84,735}{0,8 - 0,6} = 65,03 \text{ cm/s ou } 0,6503 \text{ m/s}$$

$$v_{1fy} = \frac{-4,95 - (-2,859)}{0,8 - 0,6} = -10,455 \text{ cm/s ou } -0,10455 \text{ m/s}$$

E o módulo de sua velocidade será:

$$v_{1f} = 65,865 \text{ cm/s ou } 0,65865 \text{ m/s}$$

- Quantidade de movimento

A quantidade de movimento antes da colisão, de acordo com a equação 1 (sabendo que o disco 6 possui massa de 2,28 g) era de:

$$p_i = mv = 2,28 \times 143,284 = 326,687 \text{ g cm/s ou } 3,267 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calcularemos então as quantidades de movimento após o choque:

Disco 6 (2,28 g)

$$p_{6f} = mv = 2,28 \times 23,353 = 53,225 \text{ g cm/s ou } 0,53225 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Disco 1 (4,1 g)

$$p_{1f} = mv = 4,1 \times 65,865 = 270,04 \text{ g cm/s ou } 2,700 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Ou seja:

$$p_f = 53,225 + 270,04 = 323,265 \text{ g cm/s ou } 3,233 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = \left| \frac{p_i - p_f}{p_i} \right| \times 100 = \left| \frac{326,687 - 323,265}{326,687} \right| \times 100 = 1,04 \%$$

- Energia Cinética

De acordo com a equação 20, podemos calcular as energias cinéticas antes e depois da colisão para poder analisar se é uma colisão elástica:

$$E_{c \text{ inicial}} = \frac{p_{6i}^2}{2m_6} = \frac{(326,687)^2}{2 \cdot (2,28)} = 23404,473 \text{ g cm}^2/\text{s}^2$$

$$\begin{aligned} E_{c \text{ final}} &= \frac{p_{6f}^2}{2m_6} + \frac{p_{1f}^2}{2m_1} = \frac{(53,225)^2}{2 \cdot (2,28)} + \frac{(270,04)^2}{2 \cdot (4,1)} = 621,250 + 8892,878 \\ &= 9514,128 \text{ g cm}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.

## Colisão 2

- Velocidades

Calculando a velocidade média do disco 5 antes da colisão temos então:

$$v_{5ix} = \frac{47,331 - 0,072}{0,6 - 0,0} = 78,765 \text{ cm/s ou } 0,7876 \text{ m/s}$$

$$v_{5iy} = \frac{2,431 - 0,001}{0,6 - 0,0} = 4,05 \text{ cm/s ou } 0,0405 \text{ m/s}$$

Então o módulo da velocidade do disco 6 antes da colisão é:

$$v_{5i} = \mathbf{78,869 \text{ cm/s ou } 0,7887 \text{ m/s}}$$

A partir do tempo 1,8s, o disco desacelera muito, então calculamos a velocidade média até esse ponto:

$$v_{5fx} = \frac{90,021 - 60,07}{1,8 - 0,8} = 29,951 \text{ cm/s ou } 0,299 \text{ m/s}$$

$$v_{5fy} = \frac{26,108 - 3,876}{1,8 - 0,8} = 22,232 \text{ cm/s ou } 0,222 \text{ m/s}$$

E o módulo da velocidade final do disco 6 é de aproximadamente:

$$v_{5f} = \mathbf{37,300 \text{ cm/s ou } 0,373 \text{ m/s}}$$

E para o disco 6 de massa semelhante porém maior, suas velocidades são:

$$v_{6fx} = \frac{85,053 - 66,358}{1,8 - 0,8} = 18,695 \text{ cm/s ou } 0,187 \text{ m/s}$$

$$v_{6fy} = \frac{-21,016 - (-6,17)}{1,8 - 0,8} = -14,846 \text{ cm/s ou } -0,148 \text{ m/s}$$

E o módulo de sua velocidade será:

$$v_{6f} = \mathbf{23,873 \text{ cm/s ou } 0,239 \text{ m/s}}$$

- Quantidade de movimento

A quantidade de movimento antes da colisão, de acordo com a equação 1 (sabendo que o disco 5 possui massa de 2,04 g) era de:

$$p_i = mv = 2,04 \times 78,869 = 160,893 \text{ g cm/s ou } 1,609 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calcularemos então as quantidades de movimento após o choque:

Disco 5 (2,04 g)

$$p_{5f} = mv = 2,04 \times 37,300 = 76,092 \text{ g cm/s ou } 0,761 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Disco 6 (2,28g)

$$p_{6f} = mv = 2,28 \times 23,873 = 54,430 \text{ g cm/s ou } 0,544 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Ou seja:

$$p_f = 76,092 + 54,430 = 130,522 \text{ g cm/s ou } 1,305 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = \left| \frac{p_i - p_f}{p_i} \right| \times 100 = \left| \frac{160,893 - 130,522}{160,893} \right| \times 100 = 18,88 \%$$

- Energia Cinética

De acordo com a equação 20, podemos calcular as energias cinéticas antes e depois da colisão para poder analisar se é uma colisão elástica:

$$E_{c \text{ inicial}} = \frac{p_{5i}^2}{2m_5} = \frac{(160,893)^2}{2 \cdot (2,04)} = 6344,744 \text{ g cm}^2 / \text{s}^2$$

$$\begin{aligned} E_{c \text{ final}} &= \frac{p_{5f}^2}{2m_5} + \frac{p_{6f}^2}{2m_6} = \frac{(76,092)^2}{2 \cdot (2,04)} + \frac{(54,430)^2}{2 \cdot (2,28)} = 1419,116 + 649,698 \\ &= 2068,814 \text{ g cm}^2 / \text{s}^2 \end{aligned}$$

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.

### Colisão 3

- Velocidades

Calculando a velocidade média do disco 3 antes da colisão temos então:

$$v_{3ix} = \frac{-26,082 - 0,027}{0,1 - 0,0} = -261,09 \text{ cm/s ou } -2,611 \text{ m/s}$$

$$v_{3iy} = \frac{-0,145 - 0,043}{0,1 - 0,0} = -1,02 \text{ cm/s ou } 0,0102 \text{ m/s}$$

Então o módulo da velocidade do disco 6 antes da colisão é:

$$v_{3i} = 261,092 \text{ cm/s ou } 2,611 \text{ m/s}$$

Calculamos então as velocidades finais de todos os discos:

Disco 3:

$$v_{3fx} = \frac{-63,917 - (-47,102)}{0,5 - 0,2} = -56,05 \text{ cm/s ou } -0,561 \text{ m/s}$$

$$v_{3fy} = \frac{-9,423 - (-1,824)}{0,5 - 0,2} = -25,33 \text{ cm/s ou } -0,253 \text{ m/s}$$

E o módulo de sua velocidade será:

$$v_{3f} = 61,508 \text{ cm/s ou } 0,615 \text{ m/s}$$

Disco 4:

$$v_{4fx} = \frac{-108,976 - (-59,84)}{0,5 - 0,2} = -163,787 \text{ cm/s ou } -1,638 \text{ m/s}$$

$$v_{4fy} = \frac{36,945 - 8,149}{0,5 - 0,2} = 95,987 \text{ cm/s ou } 0,960 \text{ m/s}$$

E o módulo de sua velocidade será:

$$v_{4f} = 189,841 \text{ cm/s ou } 1,899 \text{ m/s}$$

Disco 6:

$$v_{6fx} = \frac{-103,959 - (-60,548)}{0,5 - 0,2} = -144,703 \text{ cm/s ou } -1,447 \text{ m/s}$$

$$v_{6fy} = \frac{-23,428 - (-7,221)}{0,5 - 0,2} = -16,207 \text{ cm/s ou } -0,162 \text{ m/s}$$

E o módulo de sua velocidade será:

$$v_{6f} = 145,608 \text{ cm/s ou } 1,45,6 \text{ m/s}$$

- Quantidade de movimento

A quantidade de movimento antes da colisão, de acordo com a equação 1 (sabendo que o disco 3 possui massa de 3,95 g) era de:

$$p_i = mv = 3,95 \times 261,092 = 1031,313 \text{ g cm/s ou } 10,313 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calcularemos então as quantidades de movimento após o choque:

Disco 3 (3,95 g)

$$p_{3f} = mv = 3,95 \times 61,508 = 242,956 \text{ g cm/s ou } 2,429 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Disco 4 (2,19)

$$p_{4f} = mv = 2,19 \times 189,841 = 415,752 \text{ g cm/s ou } 4,157 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Disco 6 (2,28g)

$$p_{6f} = mv = 2,28 \times 145,608 = 331,986 \text{ g cm/s ou } 3,320 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Ou seja:

$$p_f = 242,956 + 415,752 + 331,986 = 990,694 \text{ g cm/s ou } 99,069 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

Calculando o erro percentual temos que:

$$E\% = \left| \frac{p_i - p_f}{p_i} \right| \times 100 = \left| \frac{1031,313 - 990,694}{1031,313} \right| \times 100 = 3,94 \%$$

- Energia Cinética

De acordo com a equação 20, podemos calcular as energias cinéticas antes e depois da colisão para poder analisar se é uma colisão elástica:

$$E_{c \text{ inicial}} = \frac{\mathbf{p}_{3i}^2}{2m_3} = \frac{(1031,313)^2}{2 \cdot (3,95)} = 134633,735 \text{ g cm}^2/\text{s}^2$$

$$\begin{aligned} E_{c \text{ final}} &= \frac{\mathbf{p}_{3f}^2}{2m_3} + \frac{\mathbf{p}_{4f}^2}{2m_4} + \frac{\mathbf{p}_{6f}^2}{2m_6} = \frac{(242,956)^2}{2 \cdot (3,95)} + \frac{(415,752)^2}{2 \cdot (2,19)} + \frac{(331,986)^2}{2 \cdot (2,28)} \\ &= 7471,850 + 39463,408 + 24169,891 = 71105,149 \text{ g cm}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

$$E_{c \text{ inicial}} \neq E_{c \text{ final}}$$

Portanto temos uma colisão inelástica.