

Universidade Estadual de Maringá Centro de Ciências Exatas Departamento de Física Trabalho de Conclusão de Curso

# Materiais Magnéticos:

# Aspectos Gerais

Acadêmico: Gabriel Hideyoshi Aki Kanda Orientador: Prof. Maurício A. Custódio de Melo

> Maringá 2019



Universidade Estadual de Maringá Centro de Ciências Exatas Departamento de Física Trabalho de Conclusão de Curso

# Materiais Magnéticos:

# Aspectos Gerais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para o Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, como parte do requisito para obtenção do título de licenciado em Física

Acadêmico: Gabriel Hideyoshi Aki Kanda Orientador: Prof. Maurício A. Custódio de Melo

> Maringá 2019

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	1
AGRADECIMENTOS	2
RESUMO	3
ABSTRACT	4
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	5
1.1 História	6
1.2 Materiais Magnéticos Hoje	21
CAPÍTULO 2 - MAGNETIZAÇÃO E CORRENTES MAGNÉTICAS	25
CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO	31
3.1 - Equações de Maxwell na matéria e o campo auxiliar <i>H</i>	31
3.2 - Susceptibilidade e permeabilidade magnética	36
CAPÍTULO 4 - PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DOS MATERIAIS	38
4.1 - Histerese Magnética e Domínios Magnéticos	
4.2 - Temperatura de Curie	40
CAPÍTULO 5 - MEDIDAS DAS PROPRIEDADES MAGNÉTICAS	44
5.1 - Técnicas experimentais	44
5.2 - Instrumentos para medições de magnetização	44
5.2.1 - Magnetômetro de Amostra Vibrante (MAV)	44
5.3 - Medidas experimentais	46
5.3.1- Análise experimental e discussão do composto CaFe2O4	47
CONCLUSÕES	51
APÊNDICE A - SUPERSTIÇÕES E ILUSÕES DO MAGNETISMO	52
APÊNDICE B - CÁLCULO VETORIAL	55
B.1 - Operador nabla 🗸	55
B.2 - Gradiente	55
B.3 - Divergente	56
B.4 - Rotacional	57
APÊNDICE C - SQUID	59
REFERÊNCIAS	61

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ilustração do campo magnético da Terra	7
Figura 2 - Representação ilustrativa das primeiras bússolas chinesas	7
Figura 3 - Zhi nan che - Veículo que aponta para o sul	8
Figura 4 - Bússola chinesa com o sul pintado em vermelho	9
Figura 5 - Experimento de Oersted	11
Figura 6 - Divisão de um ímã	12
Figura 7 - Figura de um ímã na publicação de Ampére em 1822	12
Figura 8 - Esquema ilustrativo de um gerador homopolar	13
Figura 9 - Loops de histereses de material ferromagnético: a) duro e b) mole	14
Figura 10 - Diamagnéticos num campo magnético $H$ com a) $H = 0$ e b) $H \neq 0$	16
Figura 11 - Efeito do campo magnético sobre o alumínio (paramagnético) e o	vidro
(diamagnético)	16
Figura 12 - Domínios magnéticos	18
Figura 13 - Coercividade ao longo dos anos	20
Figura 14 - Blocos de magnetita, de ferrite e ímã de NdFeB	21
Figura 15 - Placa uniformemente magnetizada	27
Figura 16 - Corrente superficial de uma placa uniformemente magnetizada	28
Figura 17 - Blocos com magnetização não uniforme na direção z	29
Figura 18 - Blocos com magnetização não uniforme na direção y	29
Figura 19 - Domínios magnéticos de um cristal	38
Figura 20 - Gráfico da curva de magnetização de um material	39
Figura 21 - Curva de histerese de um material ferromagnético	40
Figura 22 - Esquema de um Magnetômetro de Amostra Vibrante	45
Figura 23 - Amostras de CaFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	47
Figura 24 - Curva de magnetização do CaFe <sub>2</sub> O₄ tratado à 400 °C	48
Figura 25 - Curva de magnetização do CaFe2O4 tratado à 500 °C	48
Figura 26 - Curva de magnetização do CaFe2O4 tratado à 700 °C	49
Figura 27 - Curva de magnetização do CaFe2O4 tratado à 1000 °C	50
Figura 28 - Gráfico das curvas de magnetização das 4 amostras	50
Figura 29 - Divergente a) positivo, b)negativo e c) nulo	57
Figura 30 - Rotacional diferente de zero	58
Figura 31 - Ilustração do dispositivo SQUID	59

#### AGRADECIMENTOS

Ao professor Maurício A. Custódio de Melo pela orientação no trabalho e ao professor Ivair Aparecido dos Santos e ao Daniel de Matos Silva, pela oportunidade de conhecer o Magnetômetro de Amostra Vibrante no laboratório do grupo GDDM/DFI/UEM.

Aos professores Jurandir H. Rohling e Daniel Gardelli, como coordenadores do departamento, que sempre me ajudaram com as dúvidas burocráticas do curso. Aos professores Luciano Carvalhais Gomes e Alice S. Iramina por me aceitarem no PIBID, no qual tive várias experiências com o projeto, e aos outros professores que me ajudaram de alguma forma durante a graduação.

Agradeço aos meus pais e aos meus amigos que me apoiaram durante o curso.

#### RESUMO

O objetivo deste trabalho, é dar uma visão geral principalmente para professores de física do ensino médio, sobre o tema materiais magnéticos, com metodologia de pesquisa exploratória e explicativa sobre o assunto. Inicialmente, trazendo um histórico desde a descoberta dos materiais magnéticos na China antiga e Grécia antiga, e o uso deles, primeiramente para localização e senso de direção, como a bússola, até o uso dos materiais magnéticos nos dias de hoje. Depois do histórico, é feito uma revisão de seus conceitos e definições como o momento magnético e a magnetização de um material. Logo após, será visto o seu estudo, tanto na parte de eletromagnetismo, mostrando a sua contribuição nas equações de Maxwell, quanto a parte das propriedades dos materiais magnéticos, comentando sobre a Temperatura Curie e a Lei de Curie-Weiss. Será mostrado também um dos atuais experimentos para determinar as propriedades magnéticas desses materiais. Ao final, serão apresentadas medidas experimentais de magnetização. Como foi dito, esta abordagem quali-quantitativa tem como alvo, professores de ensino médio que podem ser confrontados com este tema.

Palavras chave: Magnetismo, materiais magnéticos, magnetização, ferromagnetismo.

#### ABSTRACT

The objective of this work is to give an overview especially for high school physics teachers, about magnetic materials, with exploratory and explanatory research methodology on the subject. Initially, bringing history since the discovery of magnetic materials in ancient China and ancient Greece, and the use of them, primarily for location and sense of direction, such as compass, to the use of magnetic materials today. After a history look, it is made an explication and review of its concepts and definitions, as the magnetic moment and the magnetization of a material. Soon after, its study will be presented, both in the electromagnetism part, showing its contribution in Maxwell's equations, and the part of properties of magnetic materials, commenting on the Curie Temperature and the Curie - Weiss Law. Current experiments to determine magnetic properties are also showed. At the end, experimental measurements of magnetization will be presented. As has been said, this approach quali-quantitative targets high school physics teachers who can be confronted with this topic.

Key words: Magnetism, magnetic materials, magnetization, ferromagnetism

## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

As aplicações de materiais magnéticos são observadas, por exemplo, nos automóveis, onde se usa em várias partes como motores, sensores e interruptores. Aplicado também nos eletrônicos, como os dispositivos de um computador ou notebooks, como HD ou armazenamento de dados, dispositivos periféricos como impressoras e scanners. Na indústria, é usado para automatização dos processos industriais, como detector de metais, correias transportadoras e equipamentos de separação, auxiliando no desenvolvimento industrial e portanto, econômico das nações. Países em desenvolvimento, como China, Índia e Brasil, estão focando na aceleração da industrialização para desenvolver a sua economia.

O segmento de aplicações automotivas é o que lidera o mercado de materiais magnéticos hoje. A crescente demanda por automóveis em economias, especialmente na região Ásia-Pacifico, está alimentando o crescimento de materiais magnéticos. Outro fator importante que contribui para o crescimento é a modernização da infraestrutura, associada a tecnologias inovadoras, principalmente no setor de mobilidade (ARKETSANDMARKETS RESEARCH PRIVATE LTD, 2018).

Portanto, o objetivo deste trabalho é oferecer uma visão geral sobre os materiais magnéticos, para profissionais de física no ensino médio. Esta visão vai da história dos materiais magnéticos até hoje, fundamentação física e matemática e até um exemplo de caracterização de um material ferromagnético.

O primeiro capítulo trata da história do magnetismo e materiais magnéticos, já trazendo alguns conceitos físicos e fundamentos matemáticos, que serão tratados novamente nos capítulos posteriores. Uma visão atual também é apresentada. Em seguida, aborda-se as definições físicas básicas, como momento magnético, e as correntes de magnetização no capítulo 2, e o formalismo matemático das equações de Maxwell na matéria é abordado no capítulo 3. No capítulo 4 é tratado alguns conceitos, como domínios magnéticos e as curvas de magnetização, e o ciclo de histerese que alguns materiais podem apresentar nessas curvas. O capítulo 5 aborda uma técnica experimental para medições das propriedades magnéticas, e uma medida experimental realizada.

Nos apêndices foi feito uma revisão de cálculo vetorial, e foram colocadas algumas ideias absurdas em que se acreditavam antigamente sobre o tema e finalmente é tratado superficialmente sobre uma técnica de medida denominada de SQUID.

#### 1.1 História

A história do magnetismo começa na região da Magnésia, distrito da Tessália (atual Grécia), onde foi observado um mineral capaz de atrair o ferro, sendo denominado de magnetita, levando o nome dessa região (CULLITY, 2009).

O magnetismo foi enunciado pela primeira vez no século VI a.C., por Tales de Mileto, que acreditava que a magnetita podia comunicar sua vida com o ferro pois o minério, assim como o âmbar na eletricidade, tinha uma alma (BRITO, 2018).

Algumas outras referências como Lowrie (2007), acreditam que as propriedades magnéticas da Magnetita já eram conhecidas 2000 anos atrás, entre o século II a.C. e o século I d.C., na China antiga, tendo sido o primeiro país do mundo a inventar e usar a bússola.

A bússola foi denominada de zhi nan zhen em chinês, que significa literalmente uma agulha que aponta para o sul, e foi uma importante ferramenta de localização geográfica e espacial para a época. (PERKINS, 1999).

Atualmente, sabemos que a bússola se alinha ao campo magnético, apontando para o sentido sul magnético da Terra, portanto, indicando a direção do eixo norte - sul magnético da magnetosfera de um planeta (ver Figura 1).



Figura 1 – Ilustração do campo magnético da Terra

Retirada em https://www.infoescola.com/fisica/campo-magnetico-da-terra/

As primeiras bússolas consistiam em uma colher e duas chapas, a chapa superior em forma circular, marcada com as estrelas da Ursa Maior, simbolizava o Céu, e a camada inferior, na forma de um quadrado, representava a terra (ver figura 1). As letras que marcavam as direções eram escritas em ambas as camadas. A colher era feita de magnetita, esculpida pelos chineses, representando a Ursa Maior, colocando a tigela no meio e o pegador apontando na direção do campo da Terra. Outra forma seria, trocando-se a colher por um peixe de metal, como mostra a Figura 2 (PERKINS, 1999).





Figuras baseadas em (LOWRIE, 2007) e (YINKE, 2011)

Um outro dispositivo para indicar direção foi feito pelos chineses, o zhi nan che (veículo apontando para o sul). As lendas afirmam que ele foi inventado por Huangdi (o Imperador Amarelo), o primeiro da nação chinesa. Um registro mais confiável afirma que o cientista Ma Jun, do Período dos Três Reinos (220-265), restaurou essa invenção mais antiga, mas traz poucos detalhes do dispositivo. Os pesquisadores acreditam que o veículo estava equipado com engrenagens e embreagens complicadas, sendo assim, possível que a mão da figura de madeira no veículo apontasse para o sul (ver Figura 3), independente da direção do veículo (YINKE, 2011).

Figura 3 - Zhi nan che - Veículo que aponta para o sul



Figura baseada em https://www.cchatty.com/article/The-Four-Major-Inventions-of-China

Posteriormente, entre o século I e VI d.C., os chineses viram que podiam passar as propriedades magnéticas da magnetita para uma agulha de ferro, esfregando a ponta da agulha no mineral, deixando - o flutuar em pequenas tigelas marcadas com as direções da bússola. Mais tarde, no século VIII ou IX d.C., os chineses descobriram que a agulha magnética não se alinha precisamente com o eixo norte - sul geográfico, tendo que compensar essa diferença, chamando - a de Princípio da inclinação magnética. Diferente das bússolas ocidentais, os chineses tinham preferência em usar a direção sul como a direção principal, pintando-a de vermelho (PERKINS, 1999), como mostra a Figura 4:



Figura 4 - Bússola chinesa com o sul pintado em vermelho

Retirado do site https://collection.sciencemuseum.org.uk/

Segundo The Four... (2018), no início do século XII, o governo Song do norte enviou uma grande frota que "observou a estrela do norte para determinar a direção e, quando estava nublado, a bússola era usada". Portanto, o uso da bússola acabou com a total dependência da observação astronômica na navegação, sendo bastante útil quando o tempo estava nublado.

Mais tarde, já nos tempos medievais, pensava-se que o magnetismo poderia ser usado para práticas medicinais ou para determinar a fidelidade da esposa. Mesmo nestes tempos, havia verdadeiros cientistas que tentavam separar as superstições dos fatos. Um dos mais notabilizados foi Pierre de Maricourt, também conhecido como Peter Peregrinus, um cavaleiro francês que servia no exército do rei de Sicilly (LOWRIE, 2007). Durante o cerco de Lucera, ele escreveu uma extensa carta, datada de 8 de agosto de 1269, para um soldado amigo descrevendo as propriedades da magnetita e do ferro magnetizado, e imaginando a existência de polos magnéticos, quando pela primeira vez, esse conceito idealizado.

Embora os ímãs tenham sido usados como auxílio à navegação pelos chineses e durante as grandes viagens europeias dos séculos XV e XVI, passariam vários séculos depois em que haveria alguém que assumisse o que chamaríamos, nos dias de hoje, de Ciência do Magnetismo.

Somente em 1600, William Gilbert, quem revelou outras propriedades dos ímãs por meio de vários novos experimentos, escreveu seu livro "On the Magnet,

Magnetic Bodies also, and on the Great Magnet the Earth, a New Physiology, Demonstrated by Many Arguments and Experiments". Este magnífico tratado é considerado como o primeiro verdadeiro trabalho da ciência moderna, que eliminou várias superstições que tornavam o tema obscuro (ver Apêndice A).

Mais tarde, foi descoberto separadamente por John Michell (GROZIER, et al., 1724-93), em 1750, e pelo francês Charles Augustin de Coulomb, em 1785 (COULOMB, 1785), a força de interação entre polos magnéticos (polo  $p_1$  e polo  $p_2$ ). Ambos descobriram a "lei do inverso do quadrado", o fato de que a força magnética exercida por cada polo de um ímã diminui em proporção ao quadrado da distância d entre eles, podendo ser escrito matematicamente como:

$$F = K p_1 p_2 / d^2$$
 (1.1)

onde *K* é a constante de proporcionalidade.

As experiências de Coulomb sobre a lei do inverso do quadrado no final do século XVIII, foram consideradas como "as experiências que acabaram por convencer o mundo científico", o que sugere que algumas dúvidas permaneceram com o trabalho de Michell - provavelmente devido à falta de detalhes experimentais dele (GROZIER, et al., 1724-93).

No início do século 19, apesar da maioria dos cientistas achassem que eletricidade e magnetismo não estavam relacionados, havia algumas razões para pensar que poderia haver uma conexão (OERSTED, 1820).

O dinamarquês Hans Christian Oersted, já havia notado uma semelhança entre radiação térmica e luz, e acreditava que a eletricidade e o magnetismo eram forças irradiadas por todas as substâncias. Assim, durante uma palestra em 21 de abril de 1820, enquanto Oersted preparava o experimento, ele notou que, quando ligava uma corrente elétrica conectando o fio em ambas as extremidades da bateria, uma agulha de bússola era afastada do norte magnético, onde normalmente apontava (ver Figura 5). Mas o público nem notou esse acontecimento (OERSTED, 1820).

#### Figura 5 - Experimento de Oersted



Experimento realizado com uma bússola, um cabo elétrico e uma bateria de 9 V. Nota-se que quando não tem corrente (circuito aberto), a agulha da bússola mostra uma direção e quando há corrente, a agulha da bússola muda de direção. Retirado de https://www.youtube.com/watch?v=XXXqG79HQ5k

Mas ficou claro para Oersted que algo expressivo havia sido observado. Muitos sugeriram que foi um achado acidental, outros supõem que foi planejado, com o intuito de procurar uma conexão entre eletricidade e magnetismo, ou algo totalmente diferente. Seguramente, Oersted estava bem preparado para observar tal efeito, com a agulha da bússola e a bateria à mão. Ele continuou experimentando e pensando.

A bateria usada por Oersted produzia uma ddp de cerca de 15-20 volts, que era uma pilha de 20 retângulos de cobre. Ele testou vários tipos de fios, e ainda viu a deflexão da agulha, cuja direção dependia da corrente. Oersted também experimentou várias orientações da agulha e do arame, notando que o efeito não poderia ser protegido colocando madeira ou vidro entre a bússola e o fio. Três meses depois da primeira observação, em 21 de julho de 1820, Oersted publicou seus resultados, que foram principalmente qualitativos, mas percebendo que o claro efeito era que uma corrente gerava uma força magnética sobre a agulha (OERSTED, 1820).

Quando se corta ou se divide um ímã em dois, intuitivamente, pensa-se que cada fragmento terá um polo, um pedaço sendo o sul e o outro sendo o norte. Mas não é o que ocorre, pois quando dividimos o ímã, não há a separação dos seus polos, ou seja, ambas as partes terão norte e sul, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Divisão de um ímã



Quando dividimos um ímã, ambas as partes terão os dois polos, constituindo dois novos ímãs. Fonte própria, baseado em Ferrarro, et.al (2009)

Portanto, isso significa que não há monopolos magnéticos como Peter Peregrinus imaginou, mas sim, dipolos magnéticos. Essa lei é conhecida como Lei de Gauss do magnetismo. Então, em 1822, Ampère sugeriu que o magnetismo não decorre de dois monopolos magnéticos, mas de cargas elétricas em movimento, no qual, os momentos de dipolo magnético se originam de pequenas espiras de corrente (explicação no capítulo 2), cujo sentido respeita a regra da mão direita (equação 2.9 do capitulo 2), conforme a Figura 7 (AMPÈRE, 1822):





As flechas indicam a direção da corrente superficial, N norte, S sul, E leste, O oeste, A e B são os polos do ímã. Baseado na publicação de Ampére em (AMPÉRE, 1822)

A partir do trabalho de Oersted, o físico inglês William Sturgeon, em 1825, construiu o primeiro eletroímã (THOMPSON, 1891). Ele mostrou a força do eletroímã levantando cerca de 4 quilos com um pedaço de ferro enrolado com fio, ligado a uma bateria. O padrão de força de um solenoide era essencialmente o mesmo de um pequeno ímã, de modo que um ímã tradicional era de alguma forma equivalente a laços de corrente. Sturgeon também foi responsável por construir um motor DC incorporado a um comutador, e a invenção do galvanômetro, um instrumento para detectar ou medir correntes elétricas de baixa intensidade através de um sistema mecânico que é posto em movimento pela ação de forças eletromagnéticas.

Os experimentos de Sturgeon mostraram que uma força magnética pode ser produzida por eletricidade em movimento, uma corrente. O físico Michael Faraday, em 1831, compreendeu que havia um efeito recíproco. Um ímã em movimento, ou mesmo um ímã variável no tempo, poderia induzir uma corrente elétrica. Ele também incorpora os importantes conceitos de campos elétricos e magnéticos que sistematizaram a ação aparente a uma certa distância que intrigou os observadores no passado. Estes resultados notáveis foram logo colocados em uso prático e técnico, e o próprio Faraday constrói o denominado gerador homopolar, que é um gerador DC que compreende um disco ou cilindro eletricamente condutivo girando em um plano perpendicular a um campo magnético estático uniforme (ver Figura 8).



Figura 8 – Esquema ilustrativo de um gerador homopolar

Fonte própria, baseado em http://professor.bio.br/fisica/comentarios.asp?q=10006&t=Magnetismo

Assim, movendo-se ímãs em um dínamo, haveria geração de eletricidade, que poderia ser usada para acionar um motor elétrico. No final do século, a moderna

indústria de geração de energia havia nascido e uma grande revolução industrial havia começado.

No entanto, mesmo com as enormes implicações econômicas dos novos usos dos materiais magnéticos, ainda havia pouca compreensão das propriedades fundamentais desses materiais, isto é, dos ímãs. O ferro era usado para todo esse maquinário, mas ninguém compreendia por que era apenas esse elemento que apresentava essas propriedades. Houve inúmeras tentativas de melhorar o desempenho do metal magnético.

Segundo Coey (2009), em 1864, James Clark Maxwell unificou as teorias da eletricidade, do magnetismo e da óptica, e sintetizou em quatro famosas equações. (ver Capítulo 3 - Equações de Maxwell na matéria e campo auxiliar  $\vec{H}$ ).

Em 1880, E. Warburg (1881) produz o primeiro loop de histerese para o ferro. Ele observa o comportamento não linear [ver Figura 9 a) e b)] e a dependência histórica descrita pelo fator de permeabilidade do material que será explicada na seção 3.2 - Susceptibilidade e permeabilidade magnética. Uma discussão mais detalhada do loop será apresentada na seção 4.1 - Histerese magnética e Domínios magnéticos.

Na Figura 9 a) temos o loop de histerese de um material magnético duro, em que o loop é largo, enquanto a Figura 9 b) é de um material magnético mole, onde seu loop é mais estreito.



Figura 9 – Loops de histereses de material ferromagnético a) duro e b) mole

Exemplo de ferromagnético duro é o ímã permanente e de ferro magnético mole é o núcleo de transformadores. Fonte própria, baseado na explicação do meu orientador.

Segundo Coey (2009), os materiais magnéticos duros são desejáveis para ímãs permanentes pois, uma vez aplicado um campo magnético H grande o suficiente para o material alcançar a sua saturação, eles permanecerão magnetizados mesmo quando H é retirado.

Um material onde o momento magnético altera sua direção com facilidade é desejável para aplicações em transformadores e dínamos, pois perdem facilmente a magnetização quando o campo é removido. Estes são chamados de materiais magnéticos moles, e verificou-se que esta propriedade poderia ser melhorada adicionando pequenas quantidades de impurezas ao ferro de silício (até 6%) e em menores quantidades de manganês e alumínio (até 0,5%), chamados de aços elétricos.

No século seguinte, três notáveis físicos franceses, Paul Langevin, Pierre Curie e Pierre Weiss, lançaram as bases a partir das quais, emanavam a compreensão que se tem atualmente dos materiais magnéticos. Eles descobriram que os materiais sólidos caíam em 3 grandes conjuntos, caracterizados pela resposta da matéria, denominada por magnetização  $\vec{M}$ , na presença de um campo externo  $\vec{H}$ . Estes 3 grandes conjuntos são os materiais diamagnéticos, os materiais paramagnéticos e os materiais ferromagnéticos.

Nesta relação, entre a magnetização  $\vec{M}$  e o campo magnético externo  $\vec{H}$ , temos ela definida como  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ , onde  $\chi$  é a susceptibilidade magnética. Para a maioria dos materiais, o valor de  $\chi$  é pequeno, constante em relação a temperatura e negativo. Estes materiais são denominados diamagnéticos, pois não possuem momento magnético [Figura 10 a)]. Eles possuem uma susceptibilidade magnética negativa  $\chi$  pois o campo externo produz laços de corrente induzidos no material. Estes laços de corrente atuam como pequenos ímãs de direção contrária ao campo magnético externo [Figura 10 b)].



Sem um campo magnético externo *H*, o momento total de um material diamagnético é igual a zero. Aplicando-se *H*, resulta em um momento magnético contrário ao campo magnético aplicado, devido a diferença de velocidade dos elétrons. Fonte própria, baseado em (MELO; MURA, 2010)

O outro grupo é dos paramagnéticos, que mostram um valor de susceptibilidade  $\chi$  maior, positiva e dependem da temperatura T ( $\chi \propto 1/T$ ). Isso foi interpretado por Paul Langevin como sendo devido ao fato de que o meio já continha pequenos momentos magnéticos que são aleatoriamente orientados por causa de flutuações térmicas, mas que eram puxados parcialmente para a direção do campo. Os sais dos elementos de transição e terras raras são exemplos de materiais paramagnéticos (DHAR, 2005).

Figura 11 - Efeito do campo magnético sobre o alumínio (paramagnético) e o vidro (diamagnético)



. No caso do alumínio, ele se alinha paralelamente ao campo magnético e no caso do vidro ele se alinha perpendicular ao campo magnético. Fonte própria.

Antes de seus famosos estudos do doutorado, o físico francês Pierre Curie (CURIE, 2009) projetou e construiu uma balança de torção extremamente sensível para medir coeficientes magnéticos. Variações sobre este equipamento foram comumente utilizadas por futuros pesquisadores na área.

Assim, em 1895, ele apresentou a dissertação de doutorado *Propriétés magnétiques des corps à diverses températures*. O físico Pierre Curie estudou o ferromagnetismo, o paramagnetismo e o diamagnetismo para sua dissertação, e descobriu o efeito da temperatura em paramagnéticos, conhecido como Lei de Curie. A constante desta lei se chama Constante de Curie, e a temperatura crítica de transição, na qual os materiais perdem suas propriedades ferromagnéticas, é denominada de Temperatura Curie (ver Tabela 1).

Material	Temperatura de Curie (K)				
Fe	1043				
Со	1388				
Fe <sub>2</sub> B	1015				
MnBi	670				
Cu <sub>2</sub> MnAl	630				
Ni	627				
Gd	293				
Dy	85				
EuO	77				
CrBr₃	37				
EuS	16,5				
GdCl₃	2,2				

Tabela 1 - Temperatura de Curie de diversos materiais

Dados obtidos de Keffer (1966)

Já em 1907, o físico francês Pierre Weiss publicou um trabalho no qual, desenvolveu e introduziu o conceito de domínios magnéticos (ver Figura 12), e a

teoria de campo médio ou campo molecular (WEISS, 1907) e (STEIN-BARANA, 2004), que ilumina o caminho para a descoberta da Lei de Curie – Weiss (ver seção 4.1 - Histerese Magnética e Domínios Magnéticos).



Figura 12 - Domínios magnéticos

Rotação da orientação e aumento do tamanho dos domínios magnéticos em resposta a um campo magnético aplicado. Baseado em https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic\_domain

A Tabela 2 abaixo apresenta um quadro do desenvolvimento dos materiais magnéticos, baseado no trabalho de J.M.D Coey (COEY, 2001). A tabela está separada por Tempo, desde o Antigo até hoje. A coluna dos Nomes chaves apresenta os principais autores ou descobridores. A coluna Guia exibe os financiadores ou os órgãos que induziram o desenvolvimento dos materiais. As outras colunas apresentam as respectivas conquistas, materiais e aplicações para cada tempo.

Tempo	Nomes chaves	Guia	Conquistas	Materiais	Aplicações/dis positivos
Antigo 1000 – 1500	Shen Kuo, Petrus Peregrinus	estado	Campo de força	Ferro, ferrita	Bússola
Inicial 1500 – 1820	Gilbert, Descartes, Bernoulli	marinha	Campo Magnético da Terra	Ferro, ferrita	Ângulo entre o horizonte e o campo magnético da Terra
Eletroma gnetismo 1820 - 1900	Oersted, Ampère, Faraday, Maxwell, Hertz	indústria	Indução eletromagnéti ca, equações de Maxwell	Aços elétricos, Fe+Si	Motores, geradores, telégrafo, wireless, gravação

Tabela 2 - Desenvolvimento dos materiais magnéticos

					magnética
Compree nsão 1900 - 1935	Weiss, Bohr, Heisenberg, Pauli, Dirac, Landau	academi a	Spin, interações de troca	Alnico	
Alta frequênci a 1935 - 1960	Bloch, Pound, Purcell	militar	Micro-ondas, técnicas de ressonância EPR, FMR e NMR	Ferritas	Radar, televisão
Aplicaçõ es 1960 - 1995		indústria	Novos materiais, miniaturizaçã o dos circuitos magnéticos	Nd-Fe-B, Sm-Co	Eletrônicos
Eletrônic a de Spins 1995		indústria	Filmes finos	multicama das	Alta densidade de gravação

Fonte própria, baseado no trabalho de J. M. D. Coey (COEY, 2001)

O grande desenvolvimento dos materiais magnéticos pode ser observado nas Figuras 13 e 14. A Figura 13 mostra a evolução da coercividade dos materiais magnéticos duros e moles ao longo do tempo, e a Figura 14 mostra este desenvolvimento, onde há uma redução da massa e do tamanho dos três blocos, mas apresentam a mesma energia magnética.



#### Figura 13 - Coercividade ao longo dos anos

Fonte própria, baseada no artigo J. M. D. Coey (COEY, 2001)



Figura 14 – Blocos de magnetita, de ferrite e ímã de NdFeB

Cada um armazena a mesma energia magnética (~0,4 J) e contém ~ 70% de ferro por peso, mas a massa diminui mil vezes. Retirado de:

ttps://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/metallurgy/research/Magnetic-Materials-Background/Magnetic-Materials-Background-1-History.pdf

#### 1.2 Materiais Magnéticos Hoje

O grupo de metalurgia da Universidade de Birmingham (https://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/metallurgy/research/Magne tic-Materials-Background/Magnetic-Materials-Background-1-History.pdf) faz um resumo dos principais materiais ferromagnéticos duros, apresentados abaixo no Quadro 1:

#### Quadro 1 - Materiais magnéticos duros

#### Materiais magnéticos duros

#### Magnetita:

Óxido de ferro de ocorrência natural  $Fe_3O_4$ , este foi o primeiro ímã permanente usado. Alguns autores acreditam que os raios sejam responsáveis pelos grandes campos magnéticos que magnetizaram as rochas, mas altas pressões durante o resfriamento das rochas pode ser a razão da magnetização. Mesmo com campo magnético produzido baixo, no entanto, a resistência à desmagnetização é alta.

#### Aço Carbono Magnético:

Foram desenvolvidos no século XVIII. Estes aços são, normalmente, ligas de ferro com tungstênio e/ou crômio. Sob tratamentos térmicos apropriados, forma-se precipitados de carboneto, que são eficazes na obstrução do movimento da parede do domínio. Estes ímãs têm uma saturação magnética elevada, muito superior à magnetita, no entanto, são fáceis de desmagnetizar.

#### Ímãs de Alnico (ligas à base de Al, Co e Ni):

Desenvolvidos nos anos 30, o Alnico oferece uma dureza magnética superior aos aços magnéticos e a magnetita. As propriedades baseiam-se na anisotropia da forma associada à nanoestrutura de duas fases, compreendendo agulhas de Fe-Co ferromagnéticas em uma matriz de Al-Ni não magnética. Devido a sua alta temperatura Curie, em torno de 850° C, o Alnico ainda é usado em aplicações de altas temperaturas.

#### Ímãs de platina e cobalto:

Foram desenvolvidos na década de 50. Suas propriedades magnéticas são melhores que o Alnico. Sua resistência à corrosão, fizera deles um candidato ideal para uso em aplicações biomédicas. No entanto, devido ao seu alto custo, eles não ganharam uso generalizado.

#### Ímãs de Ferritas Duras: (BaFe12O9 ou SrFe12O9):

Devido à sua estrutura anisotrópica, exibem uma coercividade relativamente alta, mas um produto energético baixo. Devido a abundância das matérias-primas, os custos de produção são baixos e adequados para uso em formas complexas. Estas ferritas são os mais importantes ímãs comerciais das últimas décadas.

#### Samário Cobalto:

O *SmCo*<sup>5</sup> foi desenvolvido no final da década de 60, e exibem um comportamento magnético muito bom. O *SmCo*<sup>5</sup> tem a desvantagem de ser caro. Esses ímãs têm boa estabilidade térmica e portanto, são usados em aplicações onde os ímãs são expostos a altas temperaturas.

#### Ímãs de Boro, Ferro e Neodímio:

Eles começaram a ser produzidos em 1984. Combinam uma magnetização de alta saturação com boa resistência à desmagnetização. O custo de produção é menor do que *SmCo*<sub>5</sub>, o que levou esses ímãs a se tornar o material de escolha para aplicações que exigem ímãs mais fortes. A grande desvantagem desses ímãs é uma temperatura Curie relativamente baixa (312 °C), restringindo seu uso em altas temperaturas. No entretanto, são largamente usados onde é imprescindível a miniaturização.

#### Nitreto de Ferro e Samário:

Ainda em desenvolvimento. Os nitretos de ferro e samário são um novo candidato para aplicações de ímã permanente devido à sua alta resistência à desmagnetização, alta magnetização e maior resistência à corrosão e temperatura quando comparados com o anterior.

Fonte: (https://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/metallurgy/research/Magne tic-

Materials-Background/Magnetic-Materials-Background-1-History.pdf)

A página Electrical 4U (https://www.electrical4u.com/soft-magneticmaterials) traz alguns exemplos de materiais magnéticos moles utilizados atualmente, apresentados no Quadro 2:

#### Quadro 2 – Materiais magnéticos macios

#### Materiais magnéticos moles

#### Ferro Puro:

Contém um teor muito baixo de carbono (<0,1%). Este material pode ser refinado para obter a máxima permeabilidade e menor força coerciva com a ajuda de uma técnica adequada para torná-lo um material magnético macio. Mas produz perda de corrente parasita quando sujeita a densidade de fluxo muito alta devido à baixa resistividade. Por isso, é usado em aplicações de baixa frequência, como componentes para instrumentos elétricos e núcleo de eletroímãs.

#### Ligas de Ferro Silício:

Este é o material magnético mais comumente usado. A adição de silício aumenta a permeabilidade, apresenta baixa perda de corrente parasita devido ao aumento da resistividade, e baixa perda de histerese. São usados em máquinas rotativas elétricas, eletroímãs, máquinas elétricas e transformadores.

#### Ligas de Ferro Níquel:

Devido à alta permeabilidade inicial em campos fracos, é usado em equipamentos de comunicação, como transformadores de áudio, cabeças de gravação e moduladores magnéticos. Eles também possuem baixa histerese e perdas de correntes parasitas. Comum em transformadores em miniatura, destinados a aplicações em circuitos.

#### Cerâmicas magnéticas:

Utilizados para fabricar dispositivos de memória para micro-ondas e computadores. Fonte: https://www.electrical4u.com/soft-magnetic-materials

A pesquisa por novos materiais com combinações aprimoradas de propriedades está em andamento em muitos grupos de pesquisa no mundo. Um fator importante desses novos materiais é a possibilidade de produção em alta escala. Hoje, a lista de diferentes materiais ferromagnéticos que encontraram aplicação industrial em grande escala é notavelmente curta.

Os modelos matemáticos podem ajudar no desenvolvimento de novos materiais magnéticos. Um exemplo, é o recente estudo computacional onde a previsão, ainda a ser confirmada, de ferromagnetismo à temperatura ambiente em semicondutores (DIETL, 2000). Um semicondutor magnético de temperatura ambiente trará uma grande transformação na eletrônica atual.

As nanopartículas magnéticas são úteis para uma ampla gama de aplicações de materiais magnéticos moles, desde o armazenamento de dados até imagens médicas. A preparação em larga escala de nanopartículas de FeCo, aumenta esse potencial (REISS e HÜTTEN, 2005).

O mundo da nanoescala se tornará um dos focos do magnetismo. À medida que surgem técnicas aprimoradas de padronização e fabricação em escala mesoscópica, será possível padronizar os dispositivos (WANG, 2000). Já é possível fazer até 15 camadas de sete materiais diferentes. É provável que a memória magnética de acesso aleatório se torne uma realidade nos próximos anos.

Em 2014, o comércio mundial de materiais magnéticos atingiu um valor de produção estimado de aproximadamente 55,52 bilhões de dólares. O mercado mundial destes materiais deve alcançar 96 bilhões de dólares em 2020 com uma taxa anual de 9,6% entre 2015 a 2020.

A melhoria de todas as propriedades magnéticas é desejável, mas segundo Coey (2001), o desenvolvimento de magnetos duros e gravação magnética ficam restringidos pelas limitações fundamentais na polarização, no limite superparamagnético e na restrição da ressonância ferromagnética. Nos materiais moles, as restrições são as perdas em aplicações de alta frequência.

Duas áreas exóticas citadas por Coey (2001) são:

 a influência de um campo magnético na nucleação e precipitação de sólidos não magnéticos em um líquido. A magnitude do campo magnético não é relevante, mas o gradiente dele. Já existem alguns trabalhos no carbonato de cálcio, no crescimento de cristais e ainda na formação de cera em poços de petróleo;

 a influência do campo magnético na atividade do neurônio ou na sensação de dor.

#### **CAPÍTULO 2**

#### MAGNETIZAÇÃO E CORRENTES MAGNÉTICAS

A partir daqui, veremos algumas definições de conceitos e propriedades que são abordados sobre os materiais magnéticos e que foram citadas no capítulo 1, como a magnetização, ciclos de histerese, temperatura Curie etc.

Inicialmente, será explicado neste capítulo, o termo magnetização, comentando a sua origem e seu desenvolvimento matemático, para se ter uma melhor compreensão dos assuntos seguintes.

Vimos na parte histórica que, quando as cargas elétricas estão em movimento, elas dão origem aos fenômenos magnéticos. Este movimento de cargas pode ser verificado ao examinar um material em escala atômica, encontrando correntes minúsculas, que são os elétrons orbitando em volta dos núcleos e girando no seu próprio eixo (GRIFFITHS, 2011).

O momento magnético de um átomo pode se originar de 3 formas:

i) pelo spin de um elétron  $\vec{s}$ ;

ii) pelo momento angular orbital do elétron em torno do núcleo  $\vec{L}$ ;

 iii) ou pela variação do momento angular com a aplicação de um campo magnético (no caso dos diamagnéticos, em que há variação de velocidade dos elétrons como foi mostrado anteriormente na Figura 10).

O núcleo dos átomos também apresenta momento magnético, denominado paramagnetismo nuclear, mas são 10<sup>-3</sup> vezes menores do que os momentos magnéticos eletrônicos.

Então, o momento angular total  $\vec{J}$ :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{2.1}$$

Assim, o momento angular total  $\vec{J}$  é a soma do momento angular  $\vec{L}$  com o momento spin  $\vec{S}$ . Podemos relacionar o momento magnético  $\vec{m}$  de um átomo ou de um íon, com seu momento angular total  $\vec{J}$ ,

$$\vec{m} = \gamma \hbar \vec{J} \tag{2.2}$$

e o  $\gamma$  é a razão entre o momento magnético e o momento angular, denominado de razão giromagnética. (BOER, BUSCHOW; 2003) e  $\hbar = h/2\pi$  (h é a constante de Planck).

Cada um desses momentos age como se fosse uma espira de corrente muito pequena, podendo ser tratada como dipolo magnético. Esses momentos normalmente se cancelam devido à orientação aleatória dos átomos, diminuindo a energia do sistema (COEY, 2009). Quando um campo magnético é aplicado num material, há um alinhamento dos seus momentos de dipolo magnético, tornando-o magneticamente polarizado ou somente magnetizado. Portanto, se um material de volume *V* tem seus momentos magnéticos alinhados, podemos definir a magnetização como sendo o momento de dipolo magnético por unidade de volume, e escrita matematicamente por (GRIFFITHS, 2011):

$$\vec{M} = \vec{m} / V \tag{2.3}$$

Segundo Griffiths (2011), o material pode responder ao campo magnético de três formas distintas:

1 - Há uma classe de materiais que adquirem magnetização no mesmo sentido do campo magnético aplicado  $\vec{B}$ , e retirando-se o campo, ele perde a magnetização, que são chamados de paramagnéticos (nesta classe também estão os anti-ferromagnéticos);

2 - Há aqueles que tem a magnetização oposta ao campo aplicado  $\vec{B}$ , e retirando o campo eles perdem a magnetização oposta, sendo esses denominados de diamagnéticos;

3 - E outros materiais no qual retém a magnetização, mesmo após o campo  $\vec{B}$  ter sido removido, chamados de ferromagnéticos.

As propriedades magnéticas em materiais paramagnéticos e diamagnéticos são pouco perceptíveis, desaparecendo, como dito, com a retirada do campo magnético. Já nos ferromagnéticos, suas propriedades são mais visíveis, além de apresentarem um momento magnético espontâneo, ou seja, apresentam momento magnético sem aplicação de um campo. Isto significa que, mesmo após removermos o campo sobre ele, ainda há indícios que os spins eletrônicos e os momentos magnéticos líquidos ainda estão ordenados de maneira regular. (KITTEL, 1978).

Para discutir melhor o caso do magnetismo, podemos fazer uma analogia com os materiais dielétricos. Quando estudamos os dielétricos, vemos que o material, quando é colocado num campo elétrico, há a formação de dipolos que são alinhados na mesma direção do campo, formando uma polarização  $\vec{P}$ . (GRIFFITHS, 2011). No magnetismo, a maneira simples e abreviada de fazer-se isso, seria dizer que a magnetização  $\vec{M}$  é análoga à  $\vec{P}$ , e que seu divergente negativo equivale a uma "densidade de carga magnética"  $\rho_m$ , escrevendo:

$$-\vec{\nabla}.\vec{M} = \rho_m \tag{2.4}$$

Atualmente, sabemos que não há "cargas magnéticas", e que a origem da magnetização dos materiais provém de correntes circulares dentro dos átomos, tanto pela rotação dos elétrons, quanto ao seu movimento orbital no átomo, o que dá uma descrição mais realista do fenômeno do que "polos magnéticos" imaginários.

O que queremos mostrar é que correntes atômicas da matéria magnetizada podem gerar correntes de grande escala relacionadas a magnetização  $\vec{M}$ . Queremos relacionar essas correntes com  $\vec{M}$ . Para isso, considere primeiramente, uma placa de material com magnetização uniforme, com seus dipolos representados por pequenas espiras, como mostra a Figura 15:





Placa uniformemente magnetizada com seus dipolos alinhados. Retirado de Griffiths, 2011

Observa-se que as correntes internas se anulam, pois quando uma vai para um sentido, a corrente vizinha adjacente percorre no sentido oposto. No entanto, nas bordas da placa, não há espiras que façam a anulação, restando apenas a corrente que flui pelo contorno (ver Figura 10). (GRIFFITHS, 2011)

Nota-se que a corrente resultante será somente na superfície da placa, pois no seu interior, cada corrente atômica tem uma vizinha que vem na direção oposta, havendo um cancelamento entre elas, enquanto na sua superfície não ocorre isso, como mostra a Figura 16:



Figura 16 - Corrente superficial de uma placa uniformemente magnetizada

Corrente de magnetização de uma placa uniformemente magnetizada. Retirada de Griffiths, 2011

Para o caso em que  $\vec{M}$  não é mais uniforme, variando de ponto a ponto, não haverá mais o cancelamento total no seu interior, tendo uma corrente volumétrica no material.

Considere agora, dois blocos adjacentes de material magnetizado, com o bloco da direita tendo mais magnetização neste ponto, indicada por uma seta maior (ver Figura 17):



Figura 17 - Blocos com magnetização não uniforme na direção z

Retirado de Griffiths, 2011

Na Figura 17, temos uma corrente líquida na direção do eixo x, devido a diferença das correntes entre os dois blocos, que implica também em uma variação da componente  $M_z$  da magnetização, no sentido do eixo y, podendo ser escrito matematicamente como:

$$Jx = \partial M_z / \partial y \tag{2.5}$$

Da mesma forma, dois blocos um em cima do outro, com magnetização não uniforme com sentido no eixo y, também contribui com uma densidade de corrente na direção x, como mostra a Figura 18:



Figura 18 - Blocos com magnetização não uniforme na direção y

Retirado de Griffiths, 2011

Usando o mesmo raciocínio do caso anterior, a superfície entre eles também terá uma densidade de corrente negativa  $J_x$  na forma:

$$J_x = I_x / dy dz = -\partial M_y / \partial z$$
(2.6)

Então, a densidade de corrente  $J_x$  total, é a soma das equações (2.5) e (2.6):

$$J_x = \partial M_z / \partial y - \partial M_y / \partial z \tag{2.7}$$

Se analisarmos da mesma forma as outras faces restantes do bloco, concluímos que a densidade de corrente  $\vec{J}$ , pode ser definido como

$$\vec{J} = \left(\frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{\partial M_x}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial x}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right)\hat{k}$$
(2.8)

Pelo Apêndice A.4, podemos reescrevê-lo como:

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \, x \, \vec{M} \tag{2.9}$$

onde  $\vec{J}_m$  será denominado por corrente de magnetização.

Portanto, podemos concluir que Ampère estava correto com sua teoria, em que os fenômenos magnéticos têm origem em correntes, como mostrado na Figura 4. Como consequência disso, essas correntes ocasionalmente podem ser chamadas de correntes Amperianas.

### CAPÍTULO 3 DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO

Neste capítulo, veremos as equações de Maxwell na matéria, e sua dedução matemática, e a origem do campo auxiliar  $\vec{H}$ , e a relação entre a magnetização e a indução, aparecendo a susceptibilidade e a permeabilidade magnética.

#### 3.1 - Equações de Maxwell na matéria e o campo auxiliar $\vec{H}$

Como foi dito no capítulo 1, as equações de Maxwell foram formuladas em 1864, por James Clark Maxwell, resumindo toda a parte da eletrodinâmica e são denotados matematicamente por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon o \tag{3.1}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{B}} = 0 \tag{3.2}$$

$$\vec{\nabla} \times E = -\partial \vec{B} / \partial t \tag{3.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu o \vec{J} \tag{3.4}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu o \vec{J} + \mu o \epsilon o \, \partial \vec{E} \, / \, \partial t \tag{3.5}^{1}$$

Estas equações reforçam a ideia de que os campos elétricos são produzidos por cargas ou variação de campos magnéticos, e os campos magnéticos são produzidos por correntes ou variação de campos elétricos.

Elas são completas na forma como estão, mas quando se trata de materiais que podem ser polarizados e/ou magnetizados, há outra forma mais conveniente de escrevê-las. Na matéria polarizada e magnetizada, estamos tratando de cargas e correntes ligadas, nas quais não temos controle direto sobre elas, seria bom reformular as equações de Maxwell, tratando somente a parte na qual controlamos, que são as cargas e correntes livres (GRIFFITHS, 2011).

Quando estudamos os dielétricos, vemos que o material, quando é colocado num campo elétrico, há a formação de dipolos que são alinhados na mesma direção do campo, formando uma polarização  $\vec{P}$ , onde o núcleo dos átomos do material, tendo

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A equação (3.5) é a mesma da (3.4), mas com o termo de correção de Maxwell, descrevendo que o campo elétrico variável também gera um campo magnético ao seu redor.

carga positiva, é empurrado no sentido do campo, e a nuvem de elétrons, também chamado de eletrosfera, que envolve o núcleo é puxado pelo campo. Se  $\vec{E}$  for muito forte, pode-se ionizar o material, mas se for pouco intenso, haverá uma força de atração entre o centro da eletrosfera e o núcleo que se equilibra com a força do campo elétrico externo, tornando os átomos polarizados, ou seja, com um momento de dipolo elétrico  $\vec{p}$ , que aponta na mesma direção de  $\vec{E}$  (GRIFFITHS, 2011).

Se integrar todos esses dipolos num volume *V*, temos a polarização do material, denominada por  $\vec{P}$ , como mostra a equação (3.6):

$$\vec{P} = \vec{p} / V \tag{3.6}$$

Se um material tem polarização não uniforme, ocorre acúmulo de cargas dentro do material, apresentando o que chamamos de densidade volumétrica de carga de polarização  $\rho_{p}$ , ou cargas ligadas:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho_p \tag{3.7}$$

Generalizando, podemos definir a densidade de carga como:

$$\rho = \rho_l + \rho_p \tag{3.8}$$

onde  $\rho_l$  são as cargas livres. Substituindo-o na Lei de Gauss, da equação (3.1):

$$\vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\mathbf{E}} = \left(\rho_l + \rho_p\right) / \epsilon_0 \tag{3.9}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \right) = (\rho_l + \rho_p) \tag{3.10}$$

Substituindo a eq. (3.7) na eq. (3.10), obtemos:

$$\epsilon_0 \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \right) = \rho_l - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$
(3.11)

Passando  $-\vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\mathbf{P}}$  para o outro lado da igualdade e colocando  $\epsilon_0$  dentro do divergente  $\vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\mathbf{E}}$ :

$$\vec{\boldsymbol{V}}_{\cdot}(\epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}}) + \vec{\boldsymbol{V}}_{\cdot} \vec{\boldsymbol{P}} = \rho_l \tag{3.12}$$

Podemos reescrever a soma dos divergentes como o divergente da soma:

$$\vec{\nabla} . (\epsilon_0 \vec{E}) + \vec{\nabla} . \vec{P} = \vec{\nabla} . (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_l$$
(3.13)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l \tag{3.14}$$

em que:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{3.15}$$

onde  $\vec{D}$  é o vetor deslocamento elétrico, chegando na lei de Gauss para dielétricos.

Podemos fazer esse mesmo processo com a lei de Ampére na equação 3.4 (sem a correção de Maxwell). A densidade de corrente  $\vec{J}$  pode ser classificada em duas, uma que vem das correntes de magnetização dentro do material magnetizado  $\vec{J}_m$ , e a outra, denominada de correntes livres  $\vec{J}_l$ , que pode vir de fios que estão acompanhados ou se o próprio material for condutor, fluindo pelo conjunto. Então a corrente total pode ser expressa como:

$$\vec{J} = \vec{J}_l + \vec{J}_m \tag{3.16}$$

Substituindo na equação (3.4):

$$\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right)/\mu o = \vec{J}_l + \vec{J}_m \tag{3.17}$$

Mas sabe-se anteriormente, pela equação (2.9), que  $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ , substituindo na equação (3.16):

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B}) / \mu o = \vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M}$$
(3.18)

Podemos colocar µo dentro do rotacional:

$$\nabla \times \left( \vec{B} / \mu o \right) = \vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M}$$
 (3.19)

Passando  $\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{M}}$  para o outro lado da igualdade, e juntando os dois rotacionais pela propriedade distributiva do rotacional:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{B}/\mu o - \vec{M}) = \vec{J}_l \tag{3.20}$$

Chamando o que está entre parênteses de  $\vec{H}$  :

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu o - \vec{M} \tag{3.21}$$

Então a lei de Ampére, em termos de  $\vec{H}$  é:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_l \tag{3.22}$$

Se levarmos em conta o termo de Maxwell, a equação (3.16) terá mais um termo, que será devido a corrente das cargas de polarização  $\vec{J}_p$ , definida como:

$$\vec{J}_{p} = \partial \vec{P} / \partial t \tag{3.23}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_m + \vec{J}_l + \vec{J}_p$$
 (3.24)

Substituindo a equação (2.9) e (3.23) na equação (3.24):

$$\vec{J} = \vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M} + \partial \vec{P} / \partial t$$
(3.25)

Substituindo na equação de Ampére - Maxwell, eq. (3.5), temos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \mu_0 (\vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M} + \partial \vec{P} / \partial t) + \mu_0 \epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$$
(3.26)

Colocando  $\mu_0$  em evidência e dividindo em ambos os lados:

$$\Rightarrow (\vec{\nabla} \times \vec{B}) / \mu_0 = \vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M} + \partial \vec{P} / \partial t + \epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$$
(3.27)

Podemos colocar  $\mu_0$  dentro do rotacional:

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{B}/\mu o) = \vec{J}_l + \vec{\nabla} \times \vec{M} + \partial \vec{P}/\partial t + \epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$$
(3.28)

Passando  $\vec{v} \times \vec{M}$  para o outro lado, e colocando  $\epsilon_0$  dentro de  $\partial \vec{E} / \partial t$ :

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\vec{B}/\mu o\right) - \vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{J}_l + \partial \vec{P}/\partial t + \partial \left(\epsilon_0 \vec{E}\right)/\partial t \qquad (3.29)$$

Aplicando a propriedade da soma das derivadas é a derivada da soma:

$$\partial \vec{P} / \partial t + \partial \left( \epsilon_0 \vec{E} \right) / \partial t = \partial \left( \vec{P} + \epsilon_0 \vec{E} \right) / \partial t$$
(3.30)

E aplicando a propriedade distributiva do rotacional:

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{B}/\mu o\right) - \vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{\nabla} \times \left(\vec{B}/\mu o - \vec{M}\right)$$
(3.31)

A equação (3.29) fica:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{B}/\mu o - \vec{M}) = \vec{J}_l + \partial(\vec{P} + \epsilon_0 \vec{E}) / \partial t$$
(3.32)

Foi definido anteriormente, pelas equações (3.15) e (3.21) os termos entre parênteses, podemos substituí-los na equação (3.32), concluindo que:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_l + \partial \vec{D} / \partial t \tag{3.33}$$

Portanto, as equações de Maxwell na matéria, que dividem as cargas e correntes livres das não livres, dizem:

$$\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho_l \tag{3.34}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{3.35}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \tag{3.36}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_l + \partial \vec{D} / \partial t \tag{3.37}$$

O papel de  $\vec{H}$  é análogo ao  $\vec{D}$  na eletrostática, assim como  $\vec{D}$  permite expressar a lei de Gauss para cargas livres, o  $\vec{H}$  nos permite expressar a lei de Ampére em termos de correntes livres, no qual temos controle. (GRIFFITHS, 2011).

Experimentalmente, as pessoas falam mais de  $\vec{H}$  do que de  $\vec{B}$ , pois para criar um eletroímã, montamos um circuito que passa uma corrente livre, na qual a conhecemos, fornecendo o  $\vec{H}$ . Enquanto isso, para criar um campo elétrico, terá que conectá-las em uma bateria com uma certa voltagem, te fornecendo uma ddp, que determina  $\vec{E}$ . Se fosse mais fácil trabalhar com cargas do que ddp, seria mais fácil trabalhar com  $\vec{D}$ . (GRIFFITHS, 2011)

#### 3.2 - Susceptibilidade e permeabilidade magnética

Segundo Griffiths (2011), em materiais paramagnéticos e diamagnéticos, a magnetização  $\vec{M}$  é proporcional à densidade de campo magnético  $\vec{H}$ , isto é, quando removemos  $\vec{H}$ ,  $\vec{M}$  desaparece. Portanto, a magnetização  $\vec{M}$  é sustentada pelo campo  $\vec{H}$ , e por analogia com o caso dos dielétricos, pode-se expressar a proporcionalidade como:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \tag{3.38}$$

onde  $\chi_m$  é chamada de susceptibilidade magnética, uma grandeza adimensional e o seu valor varia para cada substância,  $\vec{H}$  é o campo auxiliar definido pela equação (3.21).

Materiais com susceptibilidade magnética negativa, são denominadas diamagnéticas, e se for positiva, será um material paramagnético.

Os materiais que obedecem a equação (3.38) são denominados de meios lineares. Sabendo que  $\vec{H} = \vec{B}/\mu o - \vec{M}$  (equação (3.21)), e substituindo na equação (3.38), obtemos:

$$\vec{B} = \mu_0 \left( \vec{H} + \vec{M} \right) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$
(3.39)

Assim  $\vec{B}$  também é proporcional à  $\vec{H}$ , portanto, podemos escrever a relação anterior como:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$
(3.40)

onde

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \tag{3.41}$$

em que  $\mu$  é chamada de permeabilidade magnética, e se estivermos no vácuo, não há matéria para magnetizar, então a susceptibilidade é zero e a permeabilidade é  $\mu_0$ , que é chamada de permeabilidade do espaço livre. (GRIFFITHS, 2011).

#### **CAPÍTULO 4**

#### PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DOS MATERIAIS

Neste capítulo, veremos algumas propriedades magnéticas dos materiais magnéticos, como os domínios magnéticos, a curva de magnetização e o ciclo de histerese e a temperatura Curie, citada no capítulo 1.

#### 4.1 - Histerese Magnética e Domínios Magnéticos

Segundo Kittel (1978), em temperaturas muito menores que a do ponto Curie, os ferromagnéticos apresentam momento magnético em uma certa direção, no ponto de vista microscópico, mas vendo-o como um todo, esse momento ainda pode ser menor que o momento de saturação.

Os materiais podem ser policristalinos, composto por pequenos cristais. Mesmo os pequenos cristais dos materiais policristalinos, normalmente são compostos de pequenas regiões chamadas de domínios, onde cada uma apresenta uma magnetização em uma direção. Somando todas as magnetizações de cada domínio, onde cada uma aponta numa direção diferente, geralmente, a magnetização total é nula, para diminuir a energia total do sistema (ver Figura 19):





Cristal ferromagnético com seus domínios e suas correspondentes magnetizações Fonte própria, baseado em Kittel (1978)

Podemos aumentar seu momento total com a aplicação de um campo magnético, processo na qual, ocorre em duas etapas:

 Em campos magnéticos fracos, em que o volume e o tamanho do domínio aumentam ou diminuem, dependendo da direção da sua magnetização;

2 - Em campos magnéticos fortes, onde há rotação da magnetização, no sentido do campo.

Considere um material ferromagnético não magnetizado. Ao aplicarmos um campo magnético  $\vec{H}$ , dependendo da sua intensidade, podemos ter um deslocamento das paredes, que podem ser reversíveis ou irreversíveis (ver Figura 14). Se aumentarmos ainda mais  $\vec{H}$ , teremos a rotação das magnetizações dos domínios, onde elas giram em direção ao campo aplicado, até obtermos a magnetização de saturação, quando o ferromagnético tem seus momentos saturados. Na Figura 20 abaixo, é apresentada uma curva de magnetização genérica, em que cada faixa depende de cada material (KITTEL, 1978):





Fonte própria, baseado em Kittel (1978)

Agora, se reduzirmos  $\vec{H}$  a zero, teremos uma nova curva, diferente do gráfico anterior (ver Figura 21). A curva se desloca até o ponto  $M_r$ , denominado de ponto de remanência ou retentividade, cujo ponto, o campo aplicado é nulo, mas ainda há uma magnetização líquida, e consequentemente, um campo induzido  $\vec{B}$ . Aplicando um campo reverso, a curva alcança o ponto C, outro ponto interessante que é chamado de campo coercivo, em que  $\vec{H}$  assume um valor na qual  $\vec{M}$  e  $\vec{B}$  estão na iminência de trocar de sentido. Aumentando a intensidade de  $\vec{H}$  no sentido negativo, teremos uma inversão do sentido de  $\vec{M}$  e  $\vec{B}$ , até alcançar a magnetização de saturação no sentido contrário. Trocando o sentido de  $\vec{H}$  novamente, na direção positiva, ele prosseguirá o mesmo tipo de curva feita no processo anterior do decréscimo de  $\vec{H}$ , apresentando uma curva simétrica no gráfico, chamada de curva de histerese do material (REITZ, 1982):





Fonte própria, baseado em Feynman, et al.(2008)

Para desmagnetizar um material ferromagnético, podemos fazê-lo de duas formas. A primeira, seria aplicando uma série de campos alternados de amplitude suavemente decrescente até obter uma indução  $\vec{B}$  nula em um campo  $\vec{H}$  nulo simultaneamente. A segunda opção, seria aquecendo a amostra acima do seu ponto Curie, em que o material se torna paramagnético, e resfriá-lo na ausência de um campo magnético (CULLITY, 2009).

#### 4.2 - Temperatura de Curie

Kittel (1978) define a temperatura de Curie ou ponto Curie como, a temperatura limite na qual a magnetização espontânea se anula, separando a fase

paramagnética, para temperaturas  $T > T_c$ , da fase ferromagnética do material em temperaturas  $T < T_c$ .

Considere um paramagnético com N íons com spin S. Supondo que haja uma interação no interior do material, que tende a alinhar os momentos paralelamente, teremos um ferromagnético, essa interação é chamada de campo de troca  $B_E^2$ , onde seu efeito se reduz com o aumento da temperatura, no qual a ordem dos spins é destruída (KITTEL, 1978).

Na aproximação do campo médio,  $B_E$  é proporcional à magnetização M, que é um valor médio do momento por unidade de volume em uma dada temperatura T:

$$B_E = \lambda M \tag{4.1}$$

Onde  $\lambda$  é uma constante de proporcionalidade.

Aplicando um campo externo  $\vec{H}$  sobre um paramagnético, este terá uma magnetização *M*, que pela equação (4.1), produzirá um campo de troca  $B_E$ . Se a suscetibilidade magnética  $\chi_m$  for paramagnética, sabendo que  $\vec{H} = \vec{B}/\mu o - \vec{M}$  da equação (3.21) e que  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$  da equação (3.38) é proporcional ao campo *H*, podendo ser escrita como:

$$\mu_0 M = \chi_m \left( B_E + H \right) \tag{4.2}$$

A susceptibilidade  $\chi_m$  é dada pela Lei de Curie:

$$\chi_m = C / T \tag{4.3}$$

onde *C* é a constante de Curie e *T* é a temperatura. Substituindo (4.1) em (4.3), temos:

$$M = C \left(H + \lambda M\right) / \mu_0 T \tag{4.4}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Segundo Kittel (1978), também chamado de campo molecular ou campo Weiss, desempenha o papel de um campo magnético nas equações  $-\vec{\mu} \cdot \vec{B_E} \in \vec{\mu} \times \vec{B_E}$  sobre  $\mu$  da energia e do torque. Mas ele não é realmente um campo magnético, por consequência não aparece nas equações de Maxwell, tanto que não há uma densidade de corrente  $\vec{j}$  associada a  $\vec{B_E}$  pela expressão (3.22).

Rearranjando a equação, encontramos a susceptibilidade:

$$\chi = M/H = C/(\mu_0 T - C \lambda) \tag{4.5}$$

Para a temperatura  $T = C \lambda = T_C$ , temos uma magnetização espontânea, pois há um valor finito de *M* para um *H* nulo. A eq. (4.5) nos dá a Lei de Curie-Weiss (KITTEL, 1978):

$$\chi = \frac{C}{(\mu_0 T - T_C)} \qquad T_C = C \lambda \qquad (4.6)$$

A seguir, na Tabela 3, é apresentada a susceptibilidade magnética  $\chi_m$  de alguns materiais e compostos inorgânicos, e suas respectivas simbologias químicas.

Elemento	Símbolo	Xm	Elemento	Símbolo	Xm
Alumínio	AI	+16,5	Nitrato de bário	Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	-66.5
Argônio (g)	Ar	-19,32	Nitrato de bismuto	Bi(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> ·5H <sub>2</sub> O	-159
			penta hidratado		
Bário	Ba	+20,6	Nitrato de cádmio	Cd(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	-55,1
Berílio	Be	-9	Nitrato de cádmio	$Cd(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$	-140
			tetra hidratado		
Bismuto	Bi	-280,1	Nitrato de cobre tri	Cu(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·3H <sub>2</sub> O	+1570
			hidratado (II)		
Boro	В	-6,7	Nitrato de ferro	Fe(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> .9H <sub>2</sub> O	+15200
			nona hidratado (III)		
Cádmio	Cd	-19,7	Nitrato de mercúrio	$Hg_2(NO_3)_2$	-121
			(I)		
Cálcio	Ca	+40	Nitrogênio (g)	N	-12.0
Césio	Cs	+29	Óxido de alumínio	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-37
Chumbo	Pb	-23	Óxido de bário	BaO	-29,1
Cobre	Cu	-5,46	Óxido de cádmio	CdO	-30
Disprósio (α)	Dy	+98000	Óxido de cobre (II)	CuO	+238

Tabela 3 - Susceptibilidade magnética de alguns materiais  $\chi_m (10^{-6} cm^3 mol^{-1})$ 

Érbio	Er	+48000	Óxido de ferro (II)	FeO	+7200
Európio	Eu	+30900	Óxido de magnésio	MgO	-10,2
Gadolínio	Gd	+185000	Óxido de manganês	MnO	+4850
(T= 350 K)			(11)		
Gálio	Ga	-21,6	Óxido de mercúrio	HgO	-46
			(11)		
Germânio	Ge	-11,6	Óxido de níquel (II)	NiO	+660
Hólmio	Ho	+72900	Óxido de zinco	ZnO	-27.2
Índio	In	-10,2	Ouro	Au	-28
Lítio	Li	+14,2	Platinum	Pt	+193
Lutécio	Lu	+182,9	Peróxido de bário	BaO <sub>2</sub>	-40.6
Magnésio	Mg	+13,1	Potássio	К	+20.8
Manganês	Mn	+511	Praseodímio (α)	Pr	+5530
Mercúrio (I)	Hg	-33.5	Rubídio	Rb	+17
Molibdênio	Мо	+72	Rutênio	Ru	+39
Neodímio (α)	Nd	+5930	Samário (α)	Sm	+1278
Nióbio	Nb	+208	Selênio	Se	-25

Fonte: MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF THE ELEMENTS AND INORGANIC COMPOUNDS,

http://www.fizika.si/magnetism/MagSusceptibilities.pdf

#### CAPÍTULO 5

#### MEDIDAS DAS PROPRIEDADES MAGNÉTICAS

#### 5.1 - Técnicas experimentais

Um material magnético é definido pela magnetização M, que é a magnitude do momento magnético resultante por unidade de volume ou massa da substância; pela susceptibilidade magnética  $\chi_m$  (4.5); pela permeabilidade magnética  $\mu$  (3.41) e pela estrutura magnética. Para se obter as características dos materiais ferromagnéticos como a força coercitiva, perdas de energia durante a reversão da magnetização, e o fator de desmagnetização (coeficiente de desmagnetização), é usado principalmente a curva de indução B(H) (3.40) e a curva de magnetização M(H) (4.2).

Para realizar estas medidas de características magnéticas dos ferromagnéticos, resumidamente, necessitamos de: uma forma de gerar o campo magnético que magnetizará o material, e um aparelho que faça as medidas dos efeitos resultantes na amostra.

Existe uma série de técnicas experimentais, que utiliza desde a lei de Faraday, até a utilização de difração de nêutrons para o estudo de materiais magnéticos. Vamos nos ater aqui somente na apresentação do magnetômetro de amostra vibrante, no qual a amostra a ser estudada vibra em um campo H e o sinal da amostra é detectada pela ddp de bobinas fixas. Um pequeno refinamento desta técnica pode ser obtido com a detecção da ddp através de um dispositivo denominado SQUID, do inglês *Superconducting Quantum Interference Device* que será apresentado no Apêndice C.

#### 5.2 - Instrumentos para medições de magnetização

5.2.1 - Magnetômetro de Amostra Vibrante (MAV)

O Magnetômetro de Amostra Vibrante (MAV), ou VSM (do inglês, *Vibrating Sample Magnetometer*), foi creditado por S. Foner (FONER, 1956). O conceito foi publicado também por G.W. Van Oosterhout (VAN OOSTERHOUT, 1956) e outros.

O experimento é baseado pela variação de fluxo magnético em bobinas (lei de Faraday), quando uma amostra magnetizada realiza um movimento senoidal próximo à ela. A amostra é fixada na ponta de um eixo de material não magnético, e na outra extremidade do eixo, é conectado um alto-falante ou algum outro aparato de movimentação mecânica senoidal, como mostra a Figura 22 (CULLITY, 2009).





Ilustração esquemática do MAV, devido à alta confiabilidade dos alto-falantes, os equipamentos mais modernos não possuem um sinal de referência. Retirado de Cullity (2009)

O campo magnético alternado da amostra magnetizada induzirá uma voltagem alternada nas bobinas leitoras, cuja intensidade é proporcional ao

momento magnético da amostra, e é dada por  $E = \sigma GA2\pi f \cos(2\pi f t)$ , onde f é a frequência,  $\sigma$  é o momento magnético da amostra, G é função da geometria das bobinas leitoras, e A é a amplitude de vibração. (SAMPAIO et al., 2019, v. 22, p. 406)

Segundo Cullity (2009), essa fem induzida pode ser amplificada por um amplificador de bloqueio (lock-in), que amplifica somente o sinal senoidal de frequência *f* induzido pela amostra nas bobinas leitoras. Para isso, deve ser fornecido um sinal de referência dessa frequência *f*, podendo ser usado um sensor ótico, magnético ou capacitivo conectado ao sistema. No caso da Figura 16, as bobinas leitoras perto do alto falante detectam o sinal da referência (um ímã permanente). Atualmente, os equipamentos mais modernos não necessitam mais do sinal de referência.

O sistema de oscilação pode ser feito através de uma manivela com um motor coordenado ou por um alto falante, em que a frequência pode ser de 40 Hz a 100 Hz, e a amplitude do movimento é de alguns milímetros, próxima a 0,1 mm, podendo variar dependendo da massa e de sua interação com o campo.

O magnetômetro pode ser calibrado com um espécime de momento magnético conhecido, que tenha a mesma forma e tamanho da amostra a ser medida (CULLITY, 2009).

#### 5.3 - Medidas experimentais

Neste trabalho, tivemos oportunidade de acompanhar medidas com o MAV do grupo GDDM/DFI/UEM.

Como aplicação, fizemos uma medida experimental do óxido nanoestruturado CaFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub> preparado nos laboratórios da Física.

Foi fornecido quatro amostras do óxido, cada uma foi tratada termicamente nas temperaturas de 400 °C, 500 °C, 700 °C e 1000 °C, apresentadas na Figura 23:

#### Figura 23 - Amostras de CaFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>



Fonte própria

Em seguida, colocamos cada uma das amostras no Magnetômetro de Amostra Vibrante do Laboratório do GDDM/DFI/UEM, e com base na nossa pesquisa, extraímos algumas informações sobre o composto.

5.3.1- Análise experimental e discussão do composto CaFe2O4

Analisando as seguintes curvas de magnetização obtidas do experimento, a Figura 24 mostra a curva da amostra tratada à 400 °C. A curva apresenta comportamento característico de um material ferromagnético, isto é, a magnetização sobe com o campo e para campos altos a curva satura para uma magnetização constante. Não apresenta histerese, ou seja, um campo coercitivo HC quase zero, o que define como material magnético mole (ver Figura 9). Apresenta magnetização de 26,32 emu/g para um campo de 1,5 T, intensidade máxima do MAV.



Na Figura 25, temos a curva de magnetização da amostra tratada a 500 °C: O gráfico apresenta quase as mesmas características da amostra tratada a 400 °C, com um pequeno aumento na magnetização.



Figura 25 - Curva de magnetização do CaFe2O4 tratado à 500 °C

Na Figura 26 abaixo, temos a curva da amostra tratada a 700° C, com as mesmas características das amostras de 400 °C e 500 °C. Diferentemente das curvas anteriores, observa-se uma redução drástica na magnetização, de cerca de 26 para 5 emu/g. A curva da Figura 26 ainda apresenta comportamento ferromagnético. O sinal ferromagnético decaiu com o aparecimento do sinal paramagnético, ou seja, parte da amostra é ferromagnética e a outra paramagnética, diferente das outras duas amostras anteriores que apresentam somente características ferromagnéticas.





Na Figura 27 é apresentado a curva de magnetização da amostra tratada a 1000 °C. Observamos um decaimento muito grande do sinal e uma linearização da curva. As oscilações são devido ao sinal fraco da amostra. Este comportamento linear é de um material paramagnético (antiferromagnético) ou diamagnético onde, pela equação (3.38),  $\chi_m$  é positivo, o que admite ser um material paramagnético ou antiferromagnético.



A curva abaixo (Figura 28) mostra todas as medidas no mesmo gráfico. O que ocorre aqui, é uma mudança de um comportamento ferromagnético mole das amostras tratadas a baixas temperaturas (400 e 500 °C) para um comportamento totalmente paramagnético ou antiferromagnético a 1000 °C.





#### CONCLUSÕES

O presente trabalho traz, aos nossos olhos, um compendio extendido sobre o tema materiais magnéticos para professores de física do ensino médio com uma formação em física básica, podendo se concluir que foi atingido o principal objetivo deste trabalho, como podemos ver a seguir.

No capítulo 1, foi realizado uma revisão histórica dos materiais magnéticos, neste sentido, também foi apresentado no apêndice A, superstições e ilusões sobre o magnetismo, que houve ao longo das eras. Logo após a revisão histórica, é apresentado uma série de materiais magnéticos e suas propriedades. Os capítulos 2, 3 e 4 apresentam conceitos e seus desenvolvimentos matemáticos. Procurou-se desenvolver aqui, quase todo o rigor matemático. Para auxiliar no rigor matemático, foi apresentado no apêndice B, uma revisão de cálculo vetorial.

No capítulo 5, foi apresentado como é realizado as medidas magnéticas, com ênfase a medidas de magnetometria de materiais ferromagnéticos, e foi analisado, com base na nossa pesquisa, os resultados obtidos do experimento de magnetometria de amostra vibrante no composto CaFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>.

#### **APÊNDICE A – SUPERSTIÇÕES E ILUSÕES DO MAGNETISMO**

Todas as informações neste Apêndice A foram retiradas da obra "De Magnete" de William Gilbert, do Livro 1, Capítulo 1, que apresenta os pensamentos e teorias dos antigos e modernos<sup>3</sup> filósofos e pensadores sobre o assunto.

Os filósofos antecessores, discutem a atração magnética com base em alguns experimentos vagos e indecisos, além de raciocínios de causas obscuras das coisas, e aponta as causas da direção da agulha como sendo uma região do céu, estrelas, montanhas, e outros paradoxos não comprovados estão em todo o mundo, desviando-se da verdade e vagando cegamente em busca de explicações, além de criarem teorias estranhas sobre o magnetismo.

GALENO: Reconhece sua virtude medicinal e seu poder de atração no ferro, mas não sabia, e nem procurou a causa da atração;

MATTHIOLUS: Tradutor de Galeno, recoloca a história do alho e do diamante, nos quais tinham poderes mágicos de enfraquecer a força de atração da magnetita;

CARDAN: Atribui a causa da direção à estrela na cauda da Ursa Maior;

Alguns autores comentam apenas a eficácia na medicina.

GULIELMUS PUTEANUS: Discute o imã de forma breve e crua.

GEORGIUS AGRICOLA: Como ENCELIUS e outros escritores sobre metais, apenas descreve o ímã.

ALEXANDER APHRODISEUS: Julga que a questão do magneto seja incapaz de explicação.

LUCRÉCIO: Acredita que a atração seja baseada na teoria de que há um afluxo de átomos que sai do ferro para o espaço entre a magnetita e o ferro, preenchendo o

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Modernos em relação a época de Gilbert.

espaço, que era de ar por átomos (sementes) da magnetita, e quando retornam para a magnetita, o ferro segue o fluxo, e os corpúsculos são envolvidos entre si.

THOMAS AQUINO: Tratando brevemente a magnetita, obtém da sua natureza razoavelmente bem: com sua mente perspicaz, ele teria desenvolvido muitos pontos se tivesse sido familiarizado com experimentos magnéticos.

PLATÃO: Sustenta que as virtudes magnéticas são divinas.

Dos autores mais recentes na época, vários têm se esforçado em descobrir a causa do movimento em direção norte-sul, e entender esse grande milagre natural e espalhar para outros, mas eles desperdiçaram suor e energia, pois não eram práticos na pesquisa de objetos na natureza, sendo familiares apenas de livros, sendo enganados por sistemas físicos errados, e sem terem feito nenhum experimento magnético, eles construíram raciocínios com base em meras opiniões e fantasias.

MARCILIUS FICINUS: Retoma opiniões antigas, procurando a causa da direção magnética na constelação da Ursa Maior: sua força prevalece na magnetita e é transferido para o ferro.

PARACELSUS: Declara que há estrelas que, presenteados com o poder da magnetita, atraem o ferro para si mesmos.

LEVINUS LEMNIUS: Descreve e louva a bússola e em certos fundamentos infere sua antiguidade, ele não divulga o milagre escondido que ele menciona saber.

É dito primeiro, que as pessoas de Melfi, no reino de Nápoles, construíram a bússola, sendo ensinados por um concidadão Joannes Goia, em 1300, mas várias informações de escritas antigas, indicam que a bússola foi descoberta anteriormente e recebida entre as artes da navegação.

É conhecido que a bússola foi trazida para Itália por Marco Polo, que aprendeu na China em 1260.

53

Goropius atribui a invenção para Cimbri ou Teutons, com base que os 32 nomes dos ventos escritos na bússola são pronunciados em alemão pelos marinheiros europeus. Mas os italianos nomeiam eles com sua própria língua.

HIERONYMUS FRACASTORIO: Imagina que a causa da direção da agulha magnética é a existência de montanhas magnéticas no extremo norte que atraem objetos de ferro magnético.

MARTINUS CORTESIUS: Sustenta a base que a atração está além dos polos, e que são os céus em movimento.

FRANCISCUS RUEUS: Questionou se a magnetita era uma imposição dos espíritos malignos.

Havia ainda afirmações, como por exemplo, que a magnetita pode ser usada para identificar mulheres adúlteras, colocando-se sob a cabeça de uma mulher dormindo, pois a pedra a expulsava da cama.

Outra afirmação, era que o fumo e vapor da magnetita era de utilidade para ladrões, sendo dada para promover roubos.

Outras pessoas diziam que durante o dia, o ímã tinha o poder de atrair o ferro, mas ao anoitecer, esse poder era fraco ou nulo.

RUELLIUS: Escreve que a força da magnetita, quando estava enfraquecida ou entorpecida, era restaurada com sangue de animal com chifres, como antílopes, veados ou renas. Acreditava-se que o sangue desses animais libertava o ímã da magia do diamante, devolvendo sua força quando era banhado no sangue.

ARNOLDUS DE VILLANOVA: Imaginava que a magnetita libertava mulheres da bruxaria e espantava demônios.

#### **APÊNDICE B - CÁLCULO VETORIAL**

#### **B.1** - Operador nabla $\vec{V}$

Segundo Griffiths (2011), é um operador vetorial que atua sobre uma função, seja escalar ou vetorial, diferenciando-a. Ele se assemelha muito com um vetor, pois imita o comportamento em quase todos os sentidos, trocando o termo "multiplicar" por "agir sobre". Ele pode ser expresso como:

$$\vec{\nabla} = \hat{\imath} (\partial / \partial x) + \hat{\jmath} (\partial / \partial y) + \hat{k} (\partial / \partial z)$$
(B.1)

Um vetor qualquer  $\vec{A}$ , na forma  $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ , pode multiplicar de 3 formas:

- 1 Multiplicar por um escalar a;
- 2 Multiplicar por um vetor  $\vec{B}$ , através do produto escalar  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ;
- 3 Multiplicar por um vetor  $\vec{B}$ , através do produto vetorial  $\vec{A} \times \vec{B}$ .

De maneira análoga, o operador  $\vec{\mathbf{v}}$  pode atuar tanto em funções escalares quanto em funções vetoriais, de 3 maneiras:

1 - Em uma função escalar  $T: \vec{\nabla}T$  (chamado de gradiente);

2 - Em uma função vetorial  $\vec{v}$ , através do produto escalar:  $\vec{V} \cdot \vec{v}$  (chamado de divergente);

3 - Em uma função vetorial  $\vec{v}$ , através do produto vetorial:  $\vec{V} \times \vec{v}$  (chamado de rotacional).

#### **B.2 - Gradiente**

O gradiente de uma função escalar T é definida como:

$$\vec{\nabla}T = (\partial T/\partial x)\hat{\imath} + (\partial T/\partial y)\hat{\jmath} + (\partial T/\partial z)\hat{k}$$
(B.2)

O gradiente pode ser interpretado como a direção de máximo crescimento da função escalar *T*, e seu módulo fornece a taxa de aumento da inclinação ao longo dessa direção. Um bom exemplo disso, seria um morro que tem uma direção com a subida mais íngreme, esse seria seu gradiente, e sua magnitude indicaria a inclinação dessa subida.

Se o gradiente é nulo, então temos um ponto crítico da função *T*, sendo ela um máximo (um pico), um mínimo (um vale), ou um ponto de sela. Ele é um caso análogo da derivada de uma função de uma variável sendo nula em um ponto, onde temos um máximo, um mínimo ou um ponto de inflexão (GRIFFITHS, 2011).

#### **B.3 - Divergente**

O divergente de um campo vetorial  $\vec{v} = v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath} + v_z \hat{k}$ , é escrito e definido matematicamente como:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \partial v_x / \partial x + \partial v_x / \partial y + \partial v_x / \partial z$$
(B.3)

O divergente sempre resulta num escalar, devido a propriedade do produto escalar. A interpretação dele indica o quanto a função flui (diverge) em um dado ponto, ou seja, indica o quanto a função está saindo ou entrando (GRIFFITHS, 2011).

Se o divergente for:

i) Positivo, a função  $\vec{v}$  está brotando na região do ponto (Figura 29a), ou seja, existe uma fonte na região observada;

ii) Negativo, a função  $\vec{v}$  está sendo "absorvida" (Figura 29b), isto é, significa que existe um sorvedouro na região do ponto em questão;

iii) Nulo,  $\vec{v}$  é uma função "uniforme", sem fontes ou sorvedouros na região do ponto (Figura 29c):



Fonte própria, baseado no Griffiths (2011)

Outra propriedade é que podemos calcular o divergente do gradiente de uma função escalar *T*:

$$\vec{\pmb{\nabla}}.(\vec{\pmb{\nabla}}T) = \vec{\pmb{\nabla}}^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$
 (B.4)

O divergente do gradiente  $\vec{v}^2$  é chamado de operador Laplaciano, e atua tanto em funções escalares quanto vetoriais. Devemos ter cuidado para não confundir o Laplaciano com gradiente do divergente, apesar de serem parecidos, são coisas diferentes. Caso fossem iguais, não haveria rotacional do rotacional de uma função vetorial  $\vec{v}$ . (GRIFFITHS, 2011).

#### **B.4 - Rotacional**

Segundo Griffths (2011), o rotacional de uma função vetorial  $\vec{v}$  resulta num vetor e pode ser expresso matematicamente como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \left(\frac{\partial vz}{\partial y} - \frac{\partial vy}{\partial z}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{\partial vx}{\partial z} - \frac{\partial vz}{\partial x}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{\partial vy}{\partial x} - \frac{\partial vx}{\partial y}\right)\hat{k}$$
(B.5)

O rotacional indica o quanto a função  $\vec{v}$  está girando ao redor de um ponto do espaço. Um exemplo de região com grande rotacional, seria um redemoinho no lago (ver Figura 30).

Figura 30 - Rotacional diferente de zero



Fonte própria, baseado no Griffiths (2011)

Assim como o divergente, há uma propriedade que, se o rotacional de uma função  $\vec{v}$  for nulo, dizemos que  $\vec{v}$  é irrotacional ou conservativa, e podemos associálo com o gradiente de uma função escalar *T* :

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{\nabla}T \tag{B.6}$$

Existe uma outra propriedade matemática em que o divergente de um rotacional de uma função  $\vec{v}$  contínua é sempre zero. (GRIFFITHS, 2011).

$$\vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nu}\right) = 0 \tag{B.7}$$

#### **APÊNDICE C - SQUID**

A abreviação SQUID vêm do inglês, *Superconducting Quantum Interference Device*, pois o experimento é baseado no tunelamento de elétrons supercondutores por uma estreita fenda isolante entre duas peças supercondutoras na forma de um anel, como mostra a Figura 31. Essa abertura isolante é denominada de junção Josephson. (CULLITY, 2009)





Retirados respectivamente de Cullity (2009)

Uma corrente supercondutora flui pelo anel, dividindo-se igualmente em cada uma das junções. Quando há uma variação de fluxo magnético pelo anel, pela Lei de Faraday, surge uma força eletromotriz, induzindo uma corrente, cujo sentido se dá pela Lei de Lenz. Essa corrente induzida irá adicionar à corrente de medição em uma junção, e irá subtrair em outra.

Por causa da natureza ondulatória da corrente supercondutora, o resultado é uma aparição periódica de uma resistência no circuito supercondutor e uma voltagem entre os pontos A e B, indicando a passagem de um fluxo quântico através do limite do anel. A existência desse fluxo quântico foi demonstrado em experimentos similares e seu valor é h/2e =  $2,07.10^{-15}$  weber ou T.m<sup>2</sup>. Na prática, essa sensitividade é considerada desprezível na medição de campo magnético, sendo mais comum o dispositivo ser ligado a uma bobina, que mede o fluxo de uma pequena amostra, no caso, a magnetização da amostra.

Por ser supercondutor, o SQUID é operado em baixas temperaturas, e por isso, geralmente é usado um solenoide supercondutor (CULLITY, 2009).

#### REFERÊNCIAS

AMPÈRE, A.M., BABINET, J. Exposé des nouvelles découvertes sur l'électricité et le magnétisme, 1822, pág. 47;

BRITO, R. **Magnetismo**: o que é, resumo e exercícios. *In*: STOODI ENSINO E TREINAMENTO A DISTÂNCIA S.A. (SP) (org.). Stoodi. São Paulo, 12 jun. 2018. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/blog/2018/06/12/magnetismo/. Acesso em: 11 dezembro 2019;

DE BOER, F. R.; BUSCHOW, K. H. J. Physics of magnetism and magnetic materials, New York, Kluwer Academic/ Plenum Publishers, 2003;

CHRISTY, R. W.; MILFORD, F. J.; REITZ, J. R. Fundamentos da Teoria Eletromagnética. Elsevier, 1982;

COEY, J.M.D. Magnetism and magnetic materials. Nova York: Cambridge Univ. Press,2009.ISBN978-0-511-67743-4.Disponívelem:https://www.academia.edu/28732557/Coey\_-Magnetism\_and\_magnetic\_materials. Acessoem: 15 dezembro 2019;

COEY, J. M. D. Magnetism in future, J. M. M. M. 2001, pág. 226-230, 2107-2112;

COULOMB, C. Second mémoire sur l'électricité et le magnétisme, Histoire de l'Académie Royale des Sciences, 1785. pág. 578-611;

CULLITY, B. D.; GRAHAM, C. D. Introduction to Magnetic Materials. 2<sup>a</sup> Ed., John Wiley & Sons, 2009, ISBN 978-0-471-47741-9;

CURIE P. [*S. I.*], 2009. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre\_Curie. Acesso em: 4 maio 2019;

CUTHILL, W. Chinese mariner's compass with south ideograph marked in red. 1873-25/1. Science Museum Group Collection Online. Disponível em:

https://collection.sciencemuseumgroup.org.uk/objects/co8623884. Acessado em: 28 março 2019.

DHAR, A. **Article in a box**: Paul Langevin. Resonance. India, p. 4, março 2005. Disponível em: https://www.ias.ac.in/article/fulltext/reso/010/03/0003-0005. Acesso em: 16 dezembro 2019.

DIETL, T., OHNO, H., MATSUKURA, F., CIBERT, J., FERRAND, D., Science 287, 2000. pág. 1019;

ELECTROMAGNETISMO: magnetismo e corrente eléctrica (Electromagnetism experiment you can do at home). Produção: Hélio Palrilha. [*S. I.*]: Youtube, 2013. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=XXXqG79HQ5k&t=1s. Acesso em: 2 novembro 2019;

FERRARRO, N.; FOGO, R.; SOARES, P. Física Básica. 3. ed. São Paulo: Atual, 2009. vol. único.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS M. Lectures on Physics: vol. 2. Addison Wesley Publ. Comp. e Bookman, 2008;

FONER, S. **Vibrating Sample Magnetometer**, Review of Scientific Instruments 27, 1956, pág. 548. Disponível em: https://doi.org/10.1063/1.1715636. Acesso em: 28 agosto 2019; GILBERT, W. De Magnete. Dover Publications Inc, 1600;

GRIFFITHS, D. J. Eletrodinâmica. 3ª Ed. Pearson, 2011. pág. 10-17, 177-229;

GROZIER, J, MICHELL, J. (1724-93). Disponível em: *Father of Magnetometry?* <u>http://www.hep.ucl.ac.uk/~jgrozier/Sci Rev Essay 1.pdf</u>. Acesso em: 26 junho 2019;

KITTEL, C. Introdução à Física do Estado Sólido. 5ª Ed. Guanabara Dois, 1978, cap. 15;

KEFFER, F. Handbuch der Physik, vol. 18, pt. 2, New York: Springer-Verlag, 1966;

LEITÃO, Joyce O. **Campo Magnético da Terra**: Localização dos polos magnéticos do Planeta Terra. [*S. l.*]: Info Escola Navegando e Aprendendo, [201-?]. Disponível em: https://www.infoescola.com/fisica/campo-magnetico-da-terra/. Acesso em: 29 novembro 2019.

LOWRIE, William. Fundamentals of Geophysics. 2. ed. Nova York: Cambridge University Press, 2007. ISBN-13 978-0-521-85902-8. Disponível em: https://www.academia.edu/10242005/Fundamentals\_of\_Geophysics\_William\_Lowrie. Acesso em: 15 abr. 2019.

MAGNETIC Materials. Disponível em: https://www.birmingham.ac.uk/Documents/ collegeeps/metallurgy/researchMagnetic-Materials-Background/Magnetic-Materials-Background-1-History.pdf. Acesso em: 15 abril 2019;

MAGNETIC Materials Market by Type (Semi-Hard Magnet, Soft Magnet, Hard/Permanent Magnet) & by Application (Automotive, Electronics, Industrial, Power Generation, and Others): Global Forecasts to 2020. *In*: ARKETSANDMARKETS RESEARCH PRIVATE LTD (coord.). **Magnetic Materials Market**. [*S. l.*], 20 nov. 2018. Disponível em: https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/magnetic-materials-397.html. Acesso em: 17 dez. 2019.

MELO, Maurício A. C.; MURA, João. **Coleção formação de professores em física - EAD**: Física Geral IV. Maringá: Eduem, 2010. v. 14. ISBN 978-85-7628-273-0;

OERSTED [ØRSTED], J. H. C. "Experiments on the Effect of a Current of Electricity on theMagnetic Needle" In: Annals of Philosophy, Volume XVI [16], July-December 1820, pp. 273-276;AtticusRareBooks.Disponívelem:https://www.atticusrarebooks.com/pages/books/687/john-hans-christian-oersted-

orsted/experiments-on-the-effect-of-a-current-of-electricity-on-the-magnetic-needle-inannals-of. Acesso em: 26 junho 2019;

PERKINS, D. Encyclopedia of China: History and Culture, 1999;

REISS, G.; HÜTTEN, A.; Nature Materials, vol. 4, 2005. pág. 725-726;

SAMPAIO, L. C.; GARCIA, F.; CERNICCHIARO, G. R. C.; TAKEUCHI, A. Y. **Técnicas de Magnetometria**. Revista Brasileira Ensino de Física, Rio de Janeiro, ano 2000, v. 22, n. 3, p. 406-408, 3 set. 2019. Disponível em: http://sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22\_406.pdf. Acesso em: 26 setembro 2019;

STEIN-BARANA, A.C.M. et al, Revista brasileira de ensino de Física, 26, n.04 (2004), Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/S1806-11172004000400013. Acesso em: 24 setembro 2019.

THE FOUR Major Inventions of China: Compass. **Alpha cchatty**, China, p. 1, 20 nov. 2018. Disponível em: https://www.cchatty.com/The-Four-Major-Inventions-of-China-g-100104. Acesso em: 25 abr. 2019.

THOMPSON, S. P., Lectures On The Electromagnet. New York: The W. J. Johnston Company, Ltd. (1891) p. 18. Disponível em: https://www.princeton.edu/ssp/joseph-henry-project/albany-electromagnet/1891-Lectures\_on\_the\_Electromagnet.pdf;

VAN OOSTERHOUT, G. W., Appl. Sci. Res. B., 6, 1956. pág. 101-104;

WANG, S. X., SUN, N. X., YAMAGUCHI, M., YABUKAM, S. Properties of a new soft magnetic material, Nature volume 407, 2000. pág. 150-151;

WARBURG, E. Magnetic investigations, IEEE; Ann. Physik 13, 1881. pág. 141-164;

WEISS, P., J. Phys. 6, 1907. pág. 667. Disponível em: https://doi.org/10.1051/jphystap:019070060066100. Acesso em: 4 junho 2019.

YINKE, D. Ancient Chinese Inventions: The Four Major Inventions of China. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. pág. 15-18. Disponível em: https://books.google.com.br/. Acesso em: 25 abril 2019;