

Universidade Estadual de Maringá Centro de Ciências Exatas Departamento de Física

Trabalho de Conclusão de Curso

# Fenômeno de interferência óptica: história, teoria e aplicações

Acadêmico: Marcos Vinicius de Moraes

Orientador: Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath

Coorientador: Dr. Vitor Santaella Zanuto

Maringá, 16 de novembro de 2018



Universidade Estadual de Maringá Centro de Ciências Exatas Departamento de Física

Trabalho de Conclusão de Curso

## Fenômeno de interferência óptica: história, teoria e aplicações

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, sob orientação do professor Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath e coorientação do professor Dr. Vitor Santaella Zanuto, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Bacharel em Física

Acadêmico:Marcos Vinicius de Moraes

Orientador: Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath

Coorientador: Dr. Vitor Santaella Zanuto

Maringá, 16 de novembro de 2018

# Sumário

A	grad	ecimentos	ii				
R	e <b>sum</b>	imo					
Introdução							
1	Des	envolvimento teórico	3				
	1.1	Equação da onda	3				
		1.1.1 Ondas planas	5				
		1.1.2 Ondas esféricas	5				
		1.1.3 Aproximação parabólica	6				
		1.1.4 Feixes gaussianos	7				
	1.2	Duas ondas	8				
2	Modelos interferométricos						
	2.1	Experimento de fenda dupla	10				
	2.2	Interferência com fonte de luz pontual	11				
	2.3	O interferômetro de Michelson	12				
	2.4	O interferômetro de Rayleigh	13				
	2.5	O interferômetro de Mach - Zehnder	14				
	2.6	O interferômetro de Sagnac	15				
3	Simulações						
	3.1	Feixes centrados e de raios iguais	16				
	3.2	Feixes centrados de raios diferentes	19				
	3.3	Feixes de raios iguais não centrados	25				
C	onclu	ısões	30				
R	e <b>ferê</b>	ncias Bibliográficas	31				

### Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer meus pais, José e Lucilene, minha irmã Mariana e minha dog Vivi por todo apoio prestado. Agradeço também, àqueles que sempre me incentivaram e me motivaram, em destaque, meus avós, meus tios, em especial meu tio José meus padrinhos.

Agradeço imensamente aos amigos com quem tive o prazer de estudar, conversar, rir e, acima de tudo, construir uma amizade sincera baseada em memes.

Também, não tem como deixar de lado todo tacaticatá feito, deixo aqui meu obrigado a minha segunda família, à família Exateria: SOBE O SAMBA!

Aos amigos que construí no PET e também no GEFF, de maneira especial, ao Prof. Vitor que me auxiliou imensamente na elaboração deste trabalho.

Por último, agradeço ao Prof. Nelson, por todo auxílio prestado durante esses dois últimos anos e também agradeço a UEM, CAPES, CNPq e Fundação Araucária por todo suporte estrutural e financeiro prestado ao longo desses 4 anos de curso.

### Resumo

O presente trabalho visa o estudo teórico sobre o fenômeno de interferência óptica. Através das equações de Maxwell para o eletromagnetismo, será obtida a equação da onda. Serão analisadas algumas soluções particulares, para que possam ser apresentados algumas montagens experimentais de interferômetros para enfim, por meio de cálculos numéricos, estudarmos a dependência do padrão interferométrico em relação a alguns parâmetros.

Palavras chave: óptica, ondas eletromagnéticas, caracterização de materiais.

### Introdução

A luz sempre foi objeto de estudo do homem. Os filósofos gregos já conheciam leis básicas da óptica, como a lei de reflexão, enunciada por Euclides (300 a.C.) e a lei da refração, que foi sistematicamente estudada por Ptolomeu (130 d.C.) [1]. Já nos séculos XVII e XVIII muito se estudou sobre a natureza da luz. René Descartes, em seu tratado "La Dioptrique" (1637) formulou a lei da refração, em termos de senos, usando a ideia de que a luz era uma espécie de "pressão" transmitida por um meio elástico. Robert Hooke foi o primeiro a observar padrões coloridos de interferência gerados por filmes finos, assim levando-o a propor a ideia de que a luz é, na realidade, rápidas vibrações do meio, se propagando em alta velocidade. Isaac Newton, com seu famoso experimento de dispersão de luz, através de um prisma, concluiu que a luz branca era a resultante da mistura das outras cores e a natureza da luz era corpuscular. Porém, esses corpúsculos vibravam o meio<sup>1</sup> e cada cor tinha sua vibração característica. Mais tarde, como ele não conseguiu explicar a trajetória retilínea da luz usando conceitos de luz como onda, Newton se manteve com a teoria corpuscular. Paralelamente aos estudos de Newton, Christiaan Huygens estava ampliando rapidamente a óptica ondulatória no continente europeu, conseguindo explicar a diminuição da velocidade da luz quando entrava em um meio mais denso, conseguindo também representar as leis de refração e reflexão [2].

No entanto, foi somente no século XIX, com os experimentos de Thomas Young e Augustin Fresnel, sobre interferência e difração, respectivamente, cujos fenômenos podem ser explicados apenas com a teoria ondulatória, que essa corrente de pensamento teve seu triunfo, embora que parcial. No século XX, experimentos como o Efeito Fotoelétrico e a Radiação de Corpo Negro trouxeram de volta a interpretação de luz como sendo um corpúsculo, agora com o nome quantum de energia. [3]

Mas nos dias atuais, qual a concepção de luz? De fato, tanto os defensores da teoria corpuscular e ondulatória estavam parcialmente corretos. Com o advento da teoria da Mecânica Quântica, o conceito de partícula-onda foi criado: ora a luz se comporta como partícula e ora tem características ondulatórias [3]. Embora que, aparentemente, contraditória, essa concepção abrange os fenômenos conhecidos e consegue, de maneira precisa, delimitar a fronteira de validade entre a teoria corpuscular - que pode ser usada para explicar a óptica geométrica -, e a teoria ondulatória, que explica fenômenos como interferência e difração. Toda essa nova compreensão dos fenômenos ópticos nos forneceu uma ferramenta, hoje em dia indispensável na prática de experimentos que envolvam óptica: o laser (cujo nome tem origem na sigla inglesa e significa *amplificação da luz por emissão estimulada de radiação*). Feixes laseres são conhecidos por serem feixes monocromáticos de alta coerência, o que se torna de grande ajuda quando trabalhamos com técnicas interferométricas, de alta precisão e sensibilidade [4].

O fenômeno de interferência pode ser visto no dia - a - dia, por exemplo, quando

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Considerava - se o éter.

vemos anéis coloridos em finas camadas de óleo no chão. Este fenômeno nada mais é do que a luz solar manifestando sua característica ondulatória e exibindo um padrão de interferência, que já era conhecido desde 1665 por meio do estudo de filmes finos, de Robert Hooke [1]. De uma maneira mais sistemática, esse fenômeno pode ser descrito como uma sobreposição de duas ou mais ondas eletromagnéticas com uma certa coerência. Quando isso ocorre, podemos destacar locais onde a onda resultante é nula, chamadas interferências destrutivas, e os locais onde há amplitude máxima da onda resultante, chamadas interferências construtivas. Essas regiões de aumento ou diminuição de intensidade se dão por conta da diferença de fase da onda. Essa diferença de fase, em geral, ocorre devido à uma variação do caminho percorrido pela luz, sendo que essa variação pode ser ocasionada por inúmeros efeitos ou fenômenos, tais como, a inserção de algum material no caminho da luz, a variação de índice de refração do caminho devido à passagem de alguma corrente de ar, ou até mesmo à variação de temperatura do meio em que a luz está passando. Esses são bons exemplos de como verificar o fenômeno. Dada essa vasta gama de possibilidades, diferentes aparatos interferométricos puderam ser construídos, tais como os interferômetros de Michelson-Morley, Raylegh, Mach-Zender e Sagnac, entre outros [4]. O estudo de tais efeitos fornece uma ferramenta de análise de alta precisão e sensibilidade, como por exemplo, em medições de índice de refração e espessura [4] e estudos sobre difusão de calor [5]. Em 2017, o prêmio Nobel de Física foi concedido à três pesquisadores, ao alemão Rainer Weiss e aos norte-americanos Barry C. Barrish e Kip S. Thorne, pela detecção de ondas gravitacionais, como previstas por Albert Einstein em 1916. No entanto desacreditado de que algum seríamos capazes de detectá-las [6].

Pelo fato de ser um efeito de grande aplicabilidade e possuir alta sensibilidade, a interferometria é de grande interesse científico. O presente trabalho fará uma breve apresentação da obtenção Equação de Onda, por meio das equações de Maxwell para o eletromagnetismo. Com a equação da onda resolvida para alguns casos especiais, iremos apresentar alguns modelos experimentais de interferômetros com suas principais características e aplicabilidades. Simulações numéricas serão utilizadas para investigar a dependência de parâmetros como divergência e alinhamento dos feixes em relação a formação de figuras de interferência.

### Capítulo 1

### Desenvolvimento teórico

Neste capítulo fazemos uma breve apresentação do tratamento teórico do fenômeno de interferência óptica, partindo das equações de Maxwell para obter a equação de onda. A equação de Helmholtz será resolvida de forma à se chegar na expressão de intensidade de campo eletromagnético para um feixe laser cuja intensidade segue a distribuição espacial gaussiana. Por fim, apresentaremos a superposição de duas ondas monocromáticas de mesma frequência.

### 1.1 Equação da onda

Foi em 1873 quando Maxwell deu forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, que une a eletricidade, o magnetismo e a óptica, em seu trabalho intitulado *A Treatise on Electricity and Magnetism* [7]. Considerando que não hajam cargas ou correntes, a forma diferencial das Equações de Maxwell são

$$\nabla .\vec{E} = 0, \tag{1.1}$$

$$\nabla .\vec{B} = 0, \tag{1.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\tag{1.3}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},\tag{1.4}$$

em que  $\vec{E}$  é o vetor campo elétrico,  $\vec{B}$  o vetor campo magnético,  $\mu_0$  a permeabilidade do vácuo e  $\epsilon_0$  a permissividade do vácuo. A primeira equação é conhecida como Lei de Gauss, a segunda como Lei de Gauss para o magnetismo, a terceira como Lei de Faraday da indução e a última como Lei de Ampère.

A obtenção da equação de onda pode ser realizada aplicando o operador rotacional de ambos os lados da equação (1.4),

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla . (\nabla . \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \nabla \times \left( \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right).$$
(1.5)

Considerando a equação (1.2), pode-se escrever a equação (1.5) como

$$-\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}).$$
(1.6)

Por fim, utilizando a equação (1.3), obtém-se

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}.$$
(1.7)

De forma análoga, ao aplicarmos o operador rotacional em (1.3) e com o auxílio de (1.1) e (1.4), obtém-se a equação equivalente para o vetor campo elétrico,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$
(1.8)

As equações (1.7) e (1.8) representam as equações de uma onda eletromagnética, para o campo magnético e para o campo elétrico, respectivamente. Observa-se também que  $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \approx 3 \times 10^8 \ m/s$  que é a velocidade da luz no vácuo. Nesse trabalho não iremos estudar efeitos de polarização, portanto, podemos generalizar a equação de onda pela equação de Helmholtz para uma onda escalar, dada por

$$\nabla^2 u(\vec{r},t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2}.$$
(1.9)

Ainda, para ondas monocromáticas, é de interesse supor uma solução temporal por meio do método de separação de variáveis

$$u(\vec{r},t) = u(\vec{r})u(t), \tag{1.10}$$

resultando em

$$\frac{1}{u(\vec{r})}\nabla^2 u(\vec{r}) = \frac{1}{c^2 u(t)} \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2}.$$
(1.11)

Como a coordenada espacial independe da coordenada temporal, os dois lados da equação devem ser iguais a uma constante. Isso posto, deve-se determinar a solução para a parte temporal, que será da forma

$$u(t) = \cos(\omega t). \tag{1.12}$$

em que  $\omega$  é a frequência angular da onda.

A solução espacial é encontrada por meio da solução da equação de Helmholtz,

$$\nabla^2 u(\vec{r}) = -k^2 u(\vec{r}), \tag{1.13}$$

em que k é o número de onda, definido por

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c}.\tag{1.14}$$

sendo  $\nu$  a frequência de oscilação da onda.

Também, para simplificação dos cálculos, é possível usar notação complexa, de forma que

$$u(\vec{r},t) = Re[U(\vec{r},t)], \tag{1.15}$$

onde

$$U(\vec{r},t) = U(\vec{r})e^{i\omega t}.$$
(1.16)

Com as equações acima, é possível fazer um estudo mais aprofundado para uma gama de soluções para a equação de Helmholtz.

#### 1.1.1 Ondas planas

Considerando a equação (1.13) em coordenadas cartesianas, uma solução possível é

$$U(\vec{r}) = Ae^{-i\vec{k}.\vec{r}+\varphi} = A\exp\left[-i(k_x x + k_y y + k_z z) + i\varphi\right].$$
 (1.17)

em que A é a amplitude da onda e  $\varphi$  é uma fase arbitrária. Essa solução representa ondas planas paralelas periódicas com um período de  $\lambda = 2\pi/k$  em que  $\lambda$  é conhecido por comprimento de onda. Portanto, a solução complexa com as partes temporal e espacial é dada por

$$U(\vec{r},t) = A \ e^{i\omega t} \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z) + i\varphi].$$
(1.18)

A figura 1.1 representa uma onda viajando na direção z com um período espacial de  $\lambda$  e um período temporal de  $1/\nu$ , sendo  $k_x = 0$  e  $k_y = 0$ .



Figura 1.1: Representação de ondas planas viajando na direção z.

A intensidade da onda é definida por  $I(\vec{r}) = |U(\vec{r},t)|^2 = |A|^2$ .

#### 1.1.2 Ondas esféricas

Outra solução possível para a equação de Helmholtz, em coordenadas esféricas, é em termos das ondas esféricas, podendo ser definidas com

$$U(\vec{r}) = \frac{A}{r}e^{-ikr}.$$
(1.19)

Essa solução representa ondas esféricas concêntricas e separadas por um distância radial de  $\lambda$  viajando "para fora" do centro. Note também que a intensidade é dada por  $I(\vec{r}) = |A|^2/r^2$ .



Figura 1.2: Representação de ondas esféricas viajando na direção radial.

#### 1.1.3 Aproximação parabólica

Uma das aproximações mais utilizadas na literatura [8] é conhecida por aproximação de Fresnel para ondas esféricas. Considera-se uma onda esférica em um ponto suficientemente perto do eixo z mas consideravelmente longe da origem r = 0, de forma que  $\sqrt{x^2 + y^2} \ll z$ .

Denotaremos aqui  $\theta^2 = (x^2 + y^2)/z^2 << 1$ , de forma que será possível usar uma aproximação por expansão em série de Taylor

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z\sqrt{(x^2 + y^2)/z^2 + 1},$$
(1.20)

$$r = z\sqrt{1+\theta^2} = z\left(1+\frac{\theta^2}{2}-\frac{\theta^4}{8}+\cdots\right).$$
 (1.21)

Utilizando a série apenas até o termo  $\theta^2$ , obtém-se

$$r \approx z \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = z + \frac{x^2 + y^2}{2z}.$$
 (1.22)

Substituindo essa consideração na equação (1.19), e ainda fazendo a aproximação  $r \approx z$  para o termo A/r, pois o segundo termo da aproximação se torna desprezível, obtém-se

$$U(\vec{r}) \approx \frac{A}{z} e^{-ikz} \exp\left(-ik\frac{x^2 + y^2}{2z}\right).$$
(1.23)

A equação (1.23) é ilustrada pela figura 1.3. Note que, se  $z \to \infty$ , a segunda exponencial pode ser desprezada e retornamos ao caso de ondas planas.



Figura 1.3: Representação da aproximação parabólica para ondas esféricas.

#### 1.1.4 Feixes gaussianos

Para introduzir o conceito de feixes gaussianos, é necessário a abordagem do conceito de ondas paraxiais. Uma onda paraxial é uma onda plana modulada por uma amplitude  $A(\vec{r})$ , que é uma função da posição que varia lentamente. Essa amplitude é encontrada por meio da equação paraxial de Helmholtz

$$\nabla_T^2 A - i2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \qquad (1.24)$$

com  $\nabla_T^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ . Note que é possível obter a onda parabólica por meio da equação (1.24)

$$A(\vec{r}) = \frac{A}{z} \exp\left(-ik\frac{\rho^2}{2z}\right),\tag{1.25}$$

com  $\rho^2 = x^2 + y^2$ . A equação (1.23) também será solução de (1.24) caso  $z \to z - \xi$ , com  $\xi$  sendo uma constante. Então, considerando apenas a amplitude da solução parabólica, e fazendo essa transformação, é obtido

$$A(\vec{r}) = \frac{A}{q(z)} \exp\left(-ik\frac{\rho^2}{2q(z)}\right),\tag{1.26}$$

em que

$$q(z) = z - \xi.$$
(1.27)

Com  $\xi$  real, a equação (1.27) é a amplitude de uma onda parabólica centrada em  $z = \xi$ . Entretanto, caso  $\xi$  seja complexo, tal que  $\xi = -iz_0$ , sendo  $z_0$  real, a equação (1.26) será a amplitude de um feixe gaussiano.

A expressão para 1/q(z), separando as partes reais e imaginárias, é então definida por

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + iz_0}, 
= \frac{z}{z^2 + z_0^2} - i\frac{z_0}{z^2 + z_0^2}, 
= \frac{1}{z[1 + (z_0/z)^2]} - i\frac{\lambda}{\pi} \left[\frac{\pi}{\lambda z_0} \left(\frac{1}{1 + (z/z_0)^2}\right)\right], 
= \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi W^2(z)}.$$
(1.28)

Por fim, a solução complexa para o feixe gaussiano, com todas as expressões obtidas, é dada por

$$U(\vec{r}) = A' \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz + k\frac{\rho^2}{2R(z)} - \zeta(z)\right)\right].$$
 (1.29)

Cujos parâmetros da solução são dados por

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2},$$
  

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right],$$
  

$$\zeta(z) = \tan^{-1} \frac{z}{z_0},$$
  

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}},$$
  

$$A' = \frac{A}{iz_0},$$

sendo  $W_0$  o raio do feixe na cintura e W(z) o raio do feixe em uma distância arbitrária z e  $\zeta(z)$  uma diferença de fase.

#### 1.2 Duas ondas

Na seção anterior, foram apresentadas soluções teóricas para equações de onda, resolvendo - a para alguns casos específicos de simetria bem definida. O ponto de estudo deste trabalho é utilizar a teoria sobre a superposição de duas ondas monocromáticas e seus efeitos sobre a intensidade luminosa  $I = |U|^2$ .

Quando duas ondas monocromáticas de mesma frequência estão sobrepostas, a onda resultante, pelo princípio da superposição, é a soma das duas ondas

$$U = U_1 + U_2. (1.30)$$

Como já apresentado anteriormente, a intensidade é dada pela forma

$$I = |U_1 + U_2|^2. (1.31)$$

Além disso, uma onda paraxial pode ser escrita como  $U(\vec{r}) = A(\vec{r}) e^{i(kz+\varphi)}$ , sendo  $\varphi$  uma fase, a princípio arbitrária. Portanto, com essas considerações, a equação (1.31) se torna

$$I = |A_1(\vec{r})e^{i(kz+\varphi_1)} + A_2(\vec{r})e^{i(kz+\varphi_2)}|^2,$$
  
=  $|A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1A_2^* + A_1^*A_2,$   
=  $I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi,$  (1.32)

com  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Se as duas ondas possuem fases iguais na origem, a diferença de fase pode ser entendida como uma variação no caminho ótico do feixe, de forma que

$$\Delta p = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta \varphi. \tag{1.33}$$

Considerando feixes de mesma intensidade, ou seja,  $I_1 = I_2 = I_0$ ,

$$I = 2I_0(1 + \cos\Delta\varphi). \tag{1.34}$$

Teremos uma intensidade máxima  $I_{max} = 4I_0$  para diferenças de fase múltiplas de  $2\pi$ , ou seja,  $\Delta \varphi = 2n\pi$ , ou em termos da diferença de caminho  $\Delta p = n\lambda$ , sendo m um número inteiro. Da mesma forma, pode-se obter a intensidade mínima  $I_{min}$  para diferenças de fase da forma  $\Delta \varphi = (2n+1)\pi$  ou  $\Delta p = (2n+1)\lambda/2$ .

Com as ferramentas dispostas nesse capítulo, será possível fazer um estudo para diferentes formas de obter uma diferença de fase, que será o objetivo do próximo capítulo.

### Capítulo 2

### Modelos interferométricos

De maneira geral, podemos dividir o fenômeno de interferência em duas categorias: interferência gerada com apenas um feixe de luz e interferências geradas a partir de múltiplos feixes, sendo o mais comum a interferência por dois feixes.

Ainda, o modo como obtemos dois feixes pode acontecer de duas formas. Podemos dividir a amplitude da onda inicial em duas, usando, por exemplo, uma grade de difração ou até mesmo um prisma polarizado. Outro modo de obter dois feixes é através da divisão da frente de onda inicial. Inicialmente, incidimos um feixe em duas aberturas que - a partir do princípio de Huygens [8] - gerará duas novas ondas em fase entre si.

Neste capítulo abordaremos brevemente alguns dos mais conhecidos modelos de interferômetros, falando sobre suas características bem como suas aplicabilidades.

#### 2.1 Experimento de fenda dupla

Foi no começo do século XIX que Thomas Young deu sua grande contribuição sobre o debate sobre a natureza da luz, com seu experimento de interferência de fenda dupla. Usando a luz solar e um conjunto de três anteparos, Young conseguiu estimar, com razoável precisão, os comprimentos de onda associados aos extremos violeta e vermelho do espectro da luz. Nas palavras dele, "O centro... é sempre brilhante, e as faixas brilhantes de ambos os lados estão a distâncias tais que a luz, chegando a elas de uma das aberturas, terá percorrido uma distância maior do que a que vem da outra, de um intervalo igual à largura de uma, duas ou três ou mais ondulações, ao passo que as escuras correspondem a uma diferença de meia ondulação, uma e meia, duas e meia, ou mais." [3]

Através desse experimento, a teoria da óptica ondulatória obteve seu triunfo sobre a óptica corpuscular, pois apenas considerando a luz como sendo uma onda é que esse fenômeno pode ser explicado, através do princípio de Huygens. A montagem é relativamente simples: uma fenda difrata a fonte luminosa, que é projetada em um anteparo com duas fendas, essas duas fendas, através do princípio de Huygens irão gerar duas novas ondas esféricas em fase entre si, que irão se sobrepor e gerar um padrão de interferência. A figura 2.1 ilustra essa montagem.



Figura 2.1: Experimento de interferência a partir de fenda dupla.

O padrão de interferência terá boa visibilidade quando considerarmos que as duas fendas ( $b \in c$  na figura 2.1) estejam bem próximas, se comparadas as distâncias entre os anteparos S2 e F. Para diferenças de fase múltiplas pares de  $\pi$  obtém-se interferência construtiva enquanto que para diferenças de fase múltiplas ímpares de  $\pi$ , a interferência será destrutiva.

### 2.2 Interferência com fonte de luz pontual

Uma fonte de luz pontual incide sobre uma placa plana - paralela semitransparente, ilustrada na figura 2.2, parte desse feixe é refletido, enquanto que a outra parte é refratada dentro do material, que reflete na segunda superfície e se soma com o feixe refletido pela primeira superfície.



Figura 2.2: Experimento de interferência para fonte pontual de luz monocromática por reflexão.

A diferença de caminho óptico  $(\Delta p)$  percorrido entre o feixe refletido na primeira superfície e o feixe da segunda superfície é dada por

$$\Delta p = 2nd\cos\theta_2 + \lambda/2,\tag{2.1}$$

sendo n o índice de refração do material, d a espessura da placa,  $\theta_1 \in \theta_2$  os ângulos de incidência e refração do feixe com relação à normal, respectivamente.

Ao variar o ângulo de incidência, muda-se a diferença de fase entre os dois feixes e observa-se um deslocamento dos máximos e mínimos de interferência. Este é talvez o

método mais simples para se obter espessuras de filmes finos, ou determinação de comprimento de onda do feixe incidente, ou o próprio índice de refração do material. No entanto não é o mais preciso.

Com o mesmo princípio é possível se observar padrões de interferência no feixe transmitido, ilustrado na figura 2.3. No entanto, para materiais com baixa reflectância a visibilidade das interferências é baixa. É um método de maior interesse para filmes finos metálicos, mas não opacos.



Figura 2.3: Experimento de interferência para fonte pontual de luz monocromática por transmissão.

A diferença de caminho óptico ainda é representada pela equação (2.1), no entanto sem o último termo  $(\lambda/2)$ .

Os padrões de interferências obtidos por transmissão e reflexão em uma placa plano paralela são complementares.

### 2.3 O interferômetro de Michelson

No final do século XIX a comunidade científica estava à procura do meio em qual a onda eletromagnética se propagava: o éter. Para investigar esse meio desconhecido, Albert Michelson e Edward Morley, dos anos de 1880 até 1890 usaram um arranjo experimental bem um tanto simples, no entanto muito sensível para a época, ilustrado na figura 2.4, que posteriormente ficou conhecido como interferômetro de Michelson ou Michelson-Morley. Uma das configurações ópticas mais comuns e simples para se construir. O aparato é constituído, fundamentalmente, de um divisor de feixes e dois espelhos, além de uma fonte luminosa.

Um feixe luminoso é dividido em dois (na imagem o elemento divisor de feixes é um *beamsplitter*, ou B.S.). Um dos feixes é o feixe de referência, enquanto que no outro braço é colocado algum elemento, de forma a provocar uma variação de fase como por exemplo, um vidro com um índice de refração diferente do meio. Outra forma de gerar a diferença de fase é dando mobilidade a um dos espelhos <sup>1</sup>, de forma a variar o caminho óptico e consequentemente, variar a fase. Quando os dois feixes são refletidos novamente, parte dos feixes se sobrepõem no detector, onde será possível observar as franjas de interferência.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Mobilidade de translação gera interferências circulares concêntricas enquanto que mobilidade rotativa nos gera franjas retas paralelas.



Figura 2.4: Esquema de montagem de um interferômetro de Michelson.

Por ser a configuração mais conhecida e uma das mais sensíveis, o interferômetro de Michelson desempenha papel fundamental na pesquisa científica. Um dos estudos recentes mais impactantes, e que gerou o prêmio Nobel de 2017, foi a detecção de ondas gravitacionais através do LIGO<sup>2</sup>. O princípio básico do experimento é como segue. Ondas gravitacionais são pequenas perturbações geradas no próprio espaço por corpos extremamente massivos, essas perturbações são percebidas por meio de um interferômetro de grandes proporções (cada braço tem cerca de 4 km), que, através da variação do caminho óptico provocado pelas ondas, gerará uma diferença de fase e assim, uma perturbação no padrão de interferência pré-existente do interferômetro.

No entanto, o que o faz tão conhecido é sua utilização em espectrômetros por transformada de Fourier. O interferômetro é a peça chave que torna estes espectrômetros tão sensíveis e dinâmicos. Ao fazer com que um dos espelhos do interferômetro oscile, obtémse um interferograma em função da frequência, que ao aplicar a transformada de Fourier converte-se o interferograma no espectro do material em estudo. Essa forma de medida é muito mais rápida que a forma convencional por transmissão e maximiza a resolução espectral devido não precisar de fendas, diferentemente de espectrômetros por transmissão simples, que para melhorar a resolução espectral utiliza-se fendas menores, diminuindo a intensidade do feixe.

### 2.4 O interferômetro de Rayleigh

Diferentemente do interferômetro de Michelson - que utiliza a técnica de divisão de amplitude para gerar dois feixes - o interferômetro de Rayleigh utiliza do método de divisão da frente de onda, como mostra a figura 2.5.

O feixe é ampliado por uma lente e incidido em duas aberturas, que originam dois novos feixes em fase. Na ilustração, esses feixes passam por tubos de gás, que irão gerar um padrão de interferência dependendo de uma série de condições, como por exemplo, temperatura, pressão e concentração dos gases nas células.

Esse interferômetro é, na maioria das vezes, usado para medição de índice de refração

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>a sigla vem do inglês Laser Interferometry Gravitational-wave Observatory, ou Observatório de Ondasgravitacionais por Interferômetro Laser.



Figura 2.5: Esquema de montagem de um interferômetro de Rayleigh.

de gases e líquidos. A relação abaixo fornece o número de franjas de interferência que estão dentro de uma determinada região,

$$N = (n-1)d/\lambda,\tag{2.2}$$

sendo N o número de franjas, n o índice de refração do gás em questão, d o comprimento do tubo e  $\lambda$  o comprimento de onda do feixe utilizado.

Embora pareça um experimento simples, as questões técnicas são bem relevantes. É de extrema importância que os tubos possuam exatamente o mesmo comprimento, a própria espessura dos tubos podem gerar erros na medida. Uma forma de minimizar essa deficiência da técnica é utilizar tubos de espessuras muito grandes, da ordem de metros.

#### 2.5 O interferômetro de Mach - Zehnder

Desenvolvido por Ludwig Mach e Ludwig Zehnder no final do século XIX, esse dispositivo utiliza um esquema de dois divisores de feixe e dois espelhos para gerar a diferença de fase como mostra a figura 2.6. A grande vantagem desse aparato é sua grande capacidade de ajuste. É possível tanto mudar o espaçamento das franjas quanto o lugar onde a mesma é visualizada. No entanto, devido a essa grande capacidade de ajustes, o arranjo experimental possui uma alta dificuldade de alinhamento.

Esse modelo tem uma grande aplicabilidade em experimentos de modulação óptica, mais precisamente, usa - se esse aparato como modulador de fase em experimentos sobre computação quântica [9].



Figura 2.6: Esquema de montagem de um interferômetro de Mach - Zehnder.

### 2.6 O interferômetro de Sagnac

Diferentemente dos outros interferômetros em que os feixes percorrem caminhos separados, no interferômetro de Sagnac os feixes percorrem o mesmo caminho, porém em sentido contrário, apresentado na figura 2.7, isso faz com que esse aparato seja pouco sensível a vibrações.



Figura 2.7: Esquema de montagem de um interferômetro de Sagnac.

Nesse modelo, a diferença de fase é gerada quando o aparato entra em rotação, os feixes, por estarem em sentidos opostos, irão percorrer um caminho ligeiramente diferente, que é dado pela equação

$$\Delta p = \frac{4\Omega A}{c}\cos\theta,\tag{2.3}$$

sendo A a área contida pelos feixes e  $\Omega$  a velocidade angular do sistema sobre um eixo que está inclinado a um ângulo  $\theta$  em relação à componente normal do sistema. Por ser um interferômetro extremamente sensível a rotações, o mesmo vem sendo usado em experimentos que requerem alta precisão em medidas de rotação [10].

# Capítulo 3

### Simulações

Neste capítulo, com o auxílio de ferramentas computacionais, faremos algumas simulações do fenômeno de interferência, considerando feixes com distribuição espacial de intensidade do tipo gaussiano na coordenada radial. Primeiramente consideraremos dois feixes colimados e de mesmo raio, depois dois feixes colimados de raios diferentes e também consideraremos dois feixes colimados de mesmo raio, porém não centrados. Para todo estudo desse capítulo, consideraremos feixes monocromáticos de mesma frequência e mesma amplitude.

#### 3.1 Feixes centrados e de raios iguais

Nesta primeira configuração, consideramos o sistema que está apresentado, de forma apenas ilustrativa, na figura 3.1.



Figura 3.1: Imagem meramente ilustrativa do arranjo experimental considerado para as simulações de interferência. Linhas contínuas representam o feixe incidente e linhas tracejadas representam as reflexões nos espelhos.

O sistema se baseia no interferômetro de Michelson, consistindo de um feixe las er colimado, uma lente convergente com distância focal longa ( $f \approx 0, 5$  m) posicionada de tal forma que a posição focal se encontre no centro de um divisor de feixe de 50/50, ou seja, 50% do feixe é refletido e os outros 50% é transmitido, podendo assim considerar a amplitude da onda A' normalizada e adimensional. Neste capítulo consideramos o centro do divisor de feixes como sendo a origem da coordenada azimutal, que basicamente é a coordenada de propagação dos feixes, mesmo que percorrendo os braços se encontrem perpendicularmente entre si. Dois espelhos são posicionados à uma distância em os feixes ainda são considerados colimados, e com exatamente a mesma distância para os dois braços. E o padrão de interferência seria observado no anteparo.

Neste e nos próximos casos consideraremos um feixe laser com comprimento de onda  $\lambda = 632, 8$  nm, e distribuição radial de amplitude de campo elétrico do tipo gaussiano, descrito pela equação (1.29),

$$U(\vec{r}) = A' \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz + k\frac{\rho^2}{2R(z)} - \zeta(z) + \varphi\right)\right].$$

Utilizando o software *Wolfram Mathematica*<sup>®</sup>, foram simuladas, utilizando a equação (1.31), a intensidade resultante da sobreposições de dois feixes gaussianos, correspondentes ao feixe de referência e ao feixe defasado. Para essas simulações foram utilizados os parâmetros apresentados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros utilizados na simulação de feixes gaussianos centrados e de raios iguais.

Parâmetros	Feixe de referência	Feixe defasado
A'	1	1
k	$9,9 \times 10^{6} \text{ m}^{-1}$	$9,9 \times 10^{6} \text{ m}^{-1}$
$z_0$	$0,03~{ m m}$	$0,03~{ m m}$
$W_0$	$40 \ \mu \mathrm{m}$	$40 \ \mu \mathrm{m}$

As figuras 3.2.a e 3.2.b representam a amplitude espacial da parte real e imaginária, respectivamente, da onda referência em z = 0, 1 m da posição focal do feixe, que é a posição onde supostamente estaria o anteparo.



Figura 3.2: Simulação da amplitude do feixe gaussiano no plano utilizando os parâmetros descritos na tabela 3.1. a) Amplitude real. b) Amplitude imaginária.

A figura 3.3.a é a representação da imagem vista no anteparo, que basicamente é a intensidade luminosa do feixe, ou seja, o módulo ao quadrado da onda complexa expressa pela equação (1.29). A cor mais clara representa maior intensidade luminosa e a cor azul representa intensidade nula. Na figura 3.3.b podemos observar que a intensidade é

limitada à uma região circular com raio de aproximadamente 150  $\mu$ m, no entanto o campo elétrico em si alcança uma região um pouco maior, tanto a parte real quanto a imaginária.



Figura 3.3: a) Perfil de intensidade luminosa projetado no anteparo em z = 0, 1 m. b) Amplitudes da parte real, imaginária e amplitude da intensidade do feixe no anteparo, considerando em y = 0.

Já a figura 3.4 mostra a dependência azimutal da parte real da amplitude da onda, no plano y = 0. Lembrando que a distância entre dois máximos é o próprio comprimento de onda. É interessante ressaltar que diferentemente das ondas planas, para feixes gaussianos a variação da amplitude do campo apresenta uma sutil curvatura da frente de onda.



Figura 3.4: Simulação da dependência azimutal da parte real da amplitude da onda, no plano y = 0.

A variação de fase mais simples que podemos aplicar nesse sistema é um deslocamento de um dos espelhos, que é equivalente ao adicionar simplesmente o dobro do valor do deslocamento no último termo da equação 1.29, pois ao deslocar o espelho uma distância  $\delta$ , faz com que o caminho óptico percorrido a mais, ou a menos, pelo feixe seja  $2\delta$ .

A figura 3.5 mostra o fenômeno de interferência de dois feixes colimados, com uma variação na fase da ordem de uma unidade de comprimento de onda. Na figura 3.5.a não há defasagem entre os feixes, ou seja, as ondas se somam gerando um interferência construtiva, obtendo máxima intensidade. Essa condição é quando os dois braços do interferômetro estão equidistantes, ou o deslocamento é múltiplo da metade do comprimento de onda (por uma distância que não varie significativamente o raio do feixe). Já nas figuras 3.5.b e 3.5.c, estão apresentadas as interferências quando um dos espelhos é movido apenas 52, 7 nm e 105, 5 nm, respectivamente. Já a figura 3.5.d é o caso em que o espelho foi movido 158, 2 nm, ou seja, o caminho óptico foi alterado em 316, 4 nm, que é a metade do comprimento de onda, gerando uma interferência totalmente destrutiva.



Figura 3.5: Intensidades resultantes da soma de dois feixes analisadas em z = 0, 1m. a) Os dois feixes se encontram em fase. b) Feixes defasados em  $\pi/(3k)$ . c) Feixes defasados em  $2\pi/(3k)$ . d) Feixes defasados em  $\pi/k$ .

È interessante notar que, ao contrário do que geralmente se observa em laboratório, nessa simulação não há franjas de interferências. Isso se deve ao fato das duas ondas simuladas estarem colimadas<sup>1</sup>, que, como vimos no capítulo 1, na aproximação parabólica para feixes gaussianos, consideramos que as ondas são suficientemente planas e assim, as frentes de onda se interferem igualmente no espaço.

Por fim, observa-se que o deslocamento necessário para haver variação máxima de intensidade, indo de máxima intensidade para zero, é da escala nanométrica, ou seja, essa configuração é capaz de medir tais deslocamentos. No entanto, é tão sensível, que pequenas vibrações mecânicas, como pessoas se deslocando próximas ao interferômetro, ou correntes de ar podem gerar esses deslocamentos no espelho, ocasionando possíveis erros experimentais.

#### **3.2** Feixes centrados de raios diferentes

Aumentar a distância percorrida pelos feixes faz com que aumente suas divergências, aumentando assim o raio efetivo dos feixes e também influencia na curvatura das frentes de onda. Para observar as influências dessas variáveis, consideramos três configurações de comprimentos para os braços. Na primeira, ainda consideramos pouca divergência dos feixes, as distâncias  $L_i$ , que são as distâncias percorridas pelos feixes entre a posição focal até o anteparo, são apresentadas tanto na figura 3.6 (para o primeiro caso) quanto na tabela 3.2, onde também estão expostos os raios de ambos feixes. O segundo caso considera feixes com distâncias e raios intermediários. Enquanto que no terceiro caso, os feixes possuem altas divergências. Para estes dois últimos casos não há figuras ilustrativas,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>a pequena variação de caminho óptico que utilizamos é desprezível perante à dimensão dos raios dos feixes, podendo ainda ser considerados colimados.

no entanto, os valores utilizados, tanto de raios quanto de distâncias percorridas, estão apresentados na tabela 3.2, sendo os índices 1, 2 e 3 referentes ao primeiro, segundo e terceiro casos, respectivamente.



Figura 3.6: Imagem meramente ilustrativa do arranjo experimental considerado para as simulações de interferência com feixes de diferentes caminhos percorridos. Linhas contínuas representam o feixe incidente e linhas tracejadas representam as reflexões nos espelhos.

	1 / 0	
Parâmetros	Feixe referência	Feixe defasado
$W_1(z)$	140 $\mu m$	$400 \ \mu \mathrm{m}$
$W_2(z)$	1340 $\mu m$	$2130~\mu{\rm m}$
$W_3(z)$	$2130~\mu{\rm m}$	$5330~\mu{ m m}$
$L_1(z)$	$0,1 \mathrm{m}$	$0,3 \mathrm{m}$
$L_2(z)$	$1,0 \mathrm{~m}$	$1,6 \mathrm{m}$
$L_3(z)$	$1,6 \mathrm{m}$	4,0 m

Tabela 3.2: Parâmetros utilizados na simulação de feixes gaussianos centrados e de raios diferentes. Índices 1, 2 e 3 são referentes ao primeiro, segundo e terceiro caso, respectivamente.

A figura 3.7 mostra a variação da distribuição espacial de intensidade para o feixe referência (curva em azul) e para o feixe defasado (curva em amarelo), que percorreu um caminho maior. Como o feixe está divergindo, é natural que a intensidade no centro diminua, pois consideramos a amplitude normalizada e adimensional, correspondendo à uma amplitude unitária apenas na cintura do feixe, ou seja no meio do divisor de feixes.

Novamente, considerando que o espelho que reflete o feixe defasado sofra pequenos deslocamentos, menores que o próprio comprimento de onda, obtemos os padrões de interferência para essa nova configuração de feixes. Os padrões de interferências estão apresentados na figura 3.8. Na figura 3.8.a observa-se algo similar ao caso da seção anterior, pois é uma interferência construtiva, onde a soma dos dois feixes faz apenas com que aumente um pouco a intensidade resultante, e aumente a o raio da base da gaussiana. As figuras 3.8.b e 3.8.c mostram como a interferência evolui ao mover o espelho, sendo os deslocamentos os mesmos da seção anterior. No entanto, na figura 3.8.d já é possível



Figura 3.7: Distribuições espaciais das intensidades dos feixes referência e defasado no anteparo.

observar a adição de um anel de interferência além da gaussiana principal. Esse anel é um pouco mais perceptível na figura 3.9.c, onde é apresentado os padrões de interferência na forma de densidade luminosa no plano, é o equivalente ao que seria observado no anteparo em um laboratório.



Figura 3.8: Representação tridimensional da intensidade na secção transversal representada pelo anteparo, para o primeiro caso com feixes de raios diferentes. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\varphi = 0$ , b)  $\varphi = \pi/(3k)$ , c)  $\varphi = 2\pi/(3k)$ , d)  $\varphi = \pi/k$ .

Observa-se que nas figuras 3.9.a, 3.9.b e 3.9.c, a variação na distribuição radial é sútil, sendo mais perceptível quando analisado em relação à intensidade. Mas na figura 3.9.d, é bem nítida a mudança na forma da distribuição de intensidade, e caso o espelho continue a variar, o anel tenderá a se deslocar para raios maiores, com uma diminuição da intensidade, da mesma forma, parte central da interferência apresentará um aumento em seu raio, no



entanto, com um aumento da intensidade, retomando o padrão da figura 3.9.a.

Figura 3.9: Padrão interferométrico esperado para observação em laboratório, representando a densidade de energia no anteparo. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\varphi = 0$ , b)  $\varphi = \pi/(3k)$ , c)  $\varphi = 2\pi/(3k)$ , d)  $\varphi = \pi/k$ .

No caso intermediário, já é possível observar pelo menos um anel de interferência mesmo quando consideramos a variação de fase nula, como mostra a figura 3.10.a. Sendo bem nítida também a evolução espacial da interferência conforme a diferença de fase aumenta, conforme mostra as figuras 3.10.b, 3.10.c e 3.10.d



Figura 3.10: Representação tridimensional da intensidade na secção transversal representada pelo anteparo, para o segundo caso com feixes de raios diferentes. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\varphi = 0$ , b)  $\varphi = \pi/(3k)$ , c)  $\varphi = 2\pi/(3k)$ , d)  $\varphi = \pi/k$ .

A figura 3.11 mostra a representação bidimensional do resultado já mostrado na 3.10, que é o equivalente ao previsto para um anteparo em laboratório. Observa-se a diminuição

de intensidade central, sendo deslocada para as bordas. Ou seja, um deslocamento dos anéis de interferência.



Figura 3.11: Padrão interferométrico esperado para observação em laboratório, representando a densidade de energia no anteparo. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\varphi = 0$ , b)  $\varphi = \pi/(3k)$ , c)  $\varphi = 2\pi/(3k)$ , d)  $\varphi = \pi/k$ .

Por fim, o caso com os maiores caminhos percorridos e maiores raios apresentados neste trabalho. Como mostra a figura 3.12, neste caso já observa-se uma maior quantidade de franjas, mesmo quando a diferença de fase é nula. No entanto, pela figura 3.12, é nítida apenas a variação de intensidade central, que há um alargamento e uma diminuição de intensidade.



Figura 3.12: Representação tridimensional da intensidade na secção transversal representada pelo anteparo, para o terceiro caso com feixes de raios diferentes. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\zeta(z) = 0$ , b)  $\zeta(z) = \pi/(3k)$ , c)  $\zeta(z) = 2\pi/(3k)$ , d)  $\zeta(z) = \pi/k$ .

Novamente as interferências são representadas no plano do anteparo, figura 3.13 mostra que o centro é a parte mais visivelmente afetada. É importante ressaltar que não é apenas o fato do aumento dos feixes que induz a formação de mais anéis de interferências, e muito menos a distância percorrida. Neste trabalho foram variados estes parâmetros para ter um controle dos tamanhos dos feixes e do que é mais importante, a curvatura das frentes de onda. Por exemplo, se considerássemos os dois feixes com raios idênticos de 5 mm, ainda haverá um padrão de interferência sem anéis, como o primeiro caso abordado neste trabalho, com raios de aproximadamente 150  $\mu$ m. O fato das frentes de onda possuírem curvaturas diferentes e possuírem raios grandes o suficiente para que haja interação entre mais de duas frentes de onda. Sendo o principal fator para a formação dos anéis de interferência.



Figura 3.13: Padrão interferométrico esperado para observação em laboratório, representando a densidade de energia no anteparo. Simulações para feixes com defasagem de: a)  $\varphi = 0$ , b)  $\varphi = \pi/(3k)$ , c)  $\varphi = 2\pi/(3k)$ , d)  $\varphi = \pi/k$ .

Como já discutido, na primeira simulação, com feixes pequenos e pouca curvatura, os anéis de interferência são praticamente nulos, também apresentado na figura 3.14.a no plano y = 0. A figura mostra o perfil de intensidade em função de x para as quatro diferenças de fase. Já nos outros dois casos, também representados no plano y = 0 pelas figuras 3.14.b e 3.14.c, os feixes já não são tão bem aproximados por uma onda plana, devido sua divergência, ou seja possuem maior divergência, e ainda possuem raios maiores. Por isso, os anéis de interferências apresentam maior visibilidade.



Figura 3.14: Intensidade resultante da soma de dois feixes para diferentes raios analisados para o plano y = 0. Traços em azul representam duas ondas em fase, em amarelo representa uma diferença de fase de  $\pi/3k$ , traços em verde correspondem a uma defasagem de  $2\pi/3k$  e os traços em vermelho representam uma diferença de fase de  $\pi/k$ . a) Resultados para caso 1, b) resultados para caso 2, c) Resultados para caso 3.

### 3.3 Feixes de raios iguais não centrados

Outro parâmetro importante no surgimento das franjas é o alinhamento dos feixes. Nesta seção apresentaremos outra condição para obtenção de figuras de interferência, pequenos deslocamentos entre os feixes. Portanto, para tal análise, consideramos dois casos, novamente com distâncias entre a cintura do feixe e o antepare diferentes, o que faz mudar tanto os raios quanto as curvaturas dos feixes. Para essa análise, são utilizados os parâmetros listados na tabela 3.1. Para cada caso foram simulados quatro padrões de interferência, causados por um descolamentos de ambos os feixes na coordenada x.

A figura 3.15 mostra dois feixes gaussianos, aqui não há a diferenciação entre feixe referência e feixe defasado. Ambos estão sendo deslocados no eixo x, cada um deles para um determinado sentido. Na figura 3.15.a o feixe é deslocado para valores negativos de x, e seu deslocamento foi de 100  $\mu$ m. Já na figura 3.15.b o feixe é deslocado para valores positivos de x, também por um deslocamento de 100  $\mu$ m.



Figura 3.15: Simulação de dois feixes gaussianos deslocados em  $x_0 = 100 \ \mu m$  da origem. a) O feixe se desloca no sentido negativo do eixo x. b) O feixe se desloca no sentido positivo do eixo x.

Com estas considerações, a figura 3.16 mostra os padrões de interferência entre dois feixes com raios pequenos e pouca divergência. Na figura 3.16.a, os feixes encontram-se à uma distância de 100  $\mu$ m, já na figura 3.16.b os feixes encontram-se à uma distância de 200  $\mu$ m entre si, sendo um pouco mais que o raios dos feixes, que é de aproximadamente de 150  $\mu$ m. Nesta figura ainda observa-se um máximo central, no entanto já há um alongamento da distribuição de intensidade no eixo x. Ao continuar afastando os feixes observa-se um sútil aparecimento de franjas de intensidade, figura 3.16.c, com uma distância de 300  $\mu$ m entre os feixes. Mas já dom uma distância de 400  $\mu$ m de distância, observa-se que os dois feixes estão bem isolados, o que faz sentido pois a soma de seus raios é menor que a distância entre eles.

Novamente as interferências são representadas no plano do anteparo, figura 3.17. a mostra que para feixes de 150  $\mu$ m de raio, um desalinhamento de 100  $\mu$ m ainda é desconsiderável. No entanto, na figura 3.17. b já é observada uma perturbação significativa, com 200  $\mu$ m de distância. Com 300  $\mu$ m de distância já é quase perceptível algumas franjas, figura 3.17. c, e por fim, o total desalinhamento dos dois feixes, apresentado na figura 3.17. d.



Figura 3.16: Representação tridimensional da intensidade em uma secção transversal do caminho do feixe. a) Os feixes estão a uma distância de 50  $\mu$ m da origem. b) Os feixes estão à uma distância de 100  $\mu$ m da origem. c) Os feixes estão a uma distância de 150  $\mu$ m da origem. d) Os feixes estão a uma distância de 200  $\mu$ m da origem.



Figura 3.17: Padrão interferométrico esperado para observação em laboratório, representando a densidade de energia de uma secção transversal do caminho do feixe. Simulação feita usando os parâmetros da tabela 3.1. a) Os feixes estão a uma distância de 50  $\mu$ m da origem. b) Os feixes estão à uma distância de 100  $\mu$ m da origem. c) Os feixes estão a uma distância de 150  $\mu$ m da origem. d) Os feixes estão a uma distância de 200  $\mu$ m da origem.

Por fim, as figuras 3.18 e 3.19 representam a sobreposição de dois feixes divergentes com raio de 1334  $\mu$ m, para diferentes deslocamentos. A primeira mostra uma representação

tridimensional, enquanto que a segunda mostra o padrão interferométrico esperado para observação em laboratório. Para as figuras 3.18.a e 3.19.a, a distância entre os feixes é de 100  $\mu$ m, sendo uma variação muito menor que os próprios raios dos feixes. Já as figuras 3.18.b e 3.19.b apresentam franjas de interferência bem nítidas, geradas devido a um desalinhamento de 1 mm. No entanto o padrão de interferência mais comum de ser observado em laboratório é apresentado nas figuras 3.18.c e 3.19.c, que são franjas em grande quantidade, e uma certa boa resolução. Já nas nas figuras 3.18.d e 3.19.d, observa-se que os feixes se encontram bem desalinhados por uma distância de 4 mm.



Figura 3.18: Representação tridimensional da intensidade em uma secção transversal do caminho do feixe. Os feixes estão à uma distância de a) 50  $\mu$ m da origem. b) 0,5 mm da origem. c) 1 mm da origem. d) 2 mm da origem.



Figura 3.19: Padrão interferométrico esperado para observação em laboratório, representando a densidade de energia de uma secção transversal do caminho do feixe. Os feixes estão à uma distância de a) 50  $\mu$ m da origem. b) 0,5 mm da origem. c) 1 mm da origem. d) 2 mm da origem.

### Conclusões

Neste trabalho visamos trabalhar, de um ponto de vista teórico, com o fenômeno de interferência óptica. A partir das equações para o eletromagnetismo de Maxwell, obtemos a equação da onda e com ela estudamos algumas ondas eletromagnéticas de simetria bem definida, chegando à solução para feixes gaussianos, que é um dos mais utilizados em estudos com laser. De forma breve, foi abordado o conceito teórico de interferência de duas ondas. Alguns modelos interferométricos foram abordados, explicando sobre seus arranjos experimentais bem como suas aplicações. Por fim, realizamos simulações, afim de estudar diferentes configurações de raio de feixe, distância e curvatura de onda do feixe, e alinhamento. Vimos que uma condição necessária para o aparecimento de franjas é que os feixes estejam com uma divergência considerável. Também observamos que para feixes de raios diferentes centrados, as franjas geradas tem simetria circular e para interferência feita a partir do deslocamento entre os feixes, as franjas são retas paralelas entre si.

Análises interferométricas são de grande interesse dos pesquisadores, pois essas técnicas não são destrutivas e possuem uma alta precisão e por isso é necessário o estudo aprofundado da técnica, de forma a aperfeiçoar os métodos empregados e até mesmo desenvolver novos dispositivos para diferentes estudos futuros.

### **Referências Bibliográficas**

- [1] E. Hecht, *Optics*. Addison Wesley, 2002.
- [2] E. W. Max Born, Principles of Optics. Pergamon, 1980.
- [3] H. M. Nussenzveig, Curso de Física Básica 4. Editora Edgar Blücher LTDA, 1998.
- [4] P. Hariharan, *Basics of Interferometry*. Elsevier, 2007.
- [5] T. Liou and et al, "Simutation and measurement of enhanced turbulent heat-transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall," *International Journal of Heat* and Mass Transfer, vol. 36, p. 507, 1993.
- [6] B. P. Abbott and et al, "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger," *Physical Review Letters*, vol. 116, p. 061102, 2016.
- [7] J. C. Maxwell, "A treatise on electricity and magnetism," vol. 2, 1873.
- [8] B. E. A. Saleh, Fundamental of Phototonics. Wiley, 2007.
- [9] P. Kok and et al, "Linear optical quantum computing with photonic qubits," *Review of Modern Physics*, vol. 79, p. 135, 2007.
- [10] D. Cotter and et al, "Nonlinear optics for high-speed digital information processing," *Science*, vol. 286, p. 1523, 1999.